



UMA NOVA FUNÇÃO IMPORTÂNCIA PARA A ANÁLISE DE SISTEMAS SUBCRÍTICOS

Cristiano da Silva

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Nuclear, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Nuclear.

Orientadores: Aquilino Senra Martinez

Fernando Carvalho da Silva

Rio de Janeiro
Abril de 2011

UMA NOVA FUNÇÃO IMPORTÂNCIA PARA A ANÁLISE DE SISTEMAS
SUBCRÍTICOS

Cristiano da Silva

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA NUCLEAR.

Examinada por:

Prof. Aquilino Senra Martinez, D.Sc.

Prof. Fernando Carvalho da Silva., D.Sc.

Prof. Antônio Carlos Marques Alvim, Ph.D.

Prof. Antônio Carlos de Abreu Mól, D.Sc.

Prof. Ricardo Carvalho de Barros, Ph.D.

Dr. Sérgio de Queiroz Bogado Leite, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

ABRIL DE 2011

Silva, Cristiano

Uma nova função importância para a análise de sistemas subcríticos/ Cristiano da Silva. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2011.

IX, 60 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Aquilino Senra Martinez

Fernando Carvalho da Silva

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Nuclear, 2011.

Referencias Bibliográficas: p. 58-60.

1. Função importância. 2. Cinética Pontual. 3. Sistemas Subcríticos. I. Martinez, Aquilino Senra, *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Nuclear. III. Titulo.

Dedicatória

Dedico esta obra a todos aqueles que acreditaram em mim.

Agradecimentos

Ao professor Aquilino Senra Martinez, pela organização e gerência do trabalho.

Ao professor Fernando Carvalho da Silva, pelos ensinamentos e sugestões transmitidos.

Ao Programa de Engenharia Nuclear (PEN/COPPE/UFRJ) por sua estrutura e organização.

Ao Laboratório de Monitoração de Processos (LMP) pelo apoio a elaboração deste trabalho.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro, concedendo a bolsa de estudos, permitindo a realização deste trabalho.

Aos meus amigos Alessandro Gonçalves, Adilson Costa, Fernando Freire, Zelmo Lima, Daniel Palma, Daniel Dias, João Henrique Vassalli, Bárbara Oliveira, Mônica Geórgia e Décio, pelo apoio.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

**UMA NOVA FUNÇÃO IMPORTÂNCIA PARA A ANÁLISE DE SISTEMAS
SUBCRÍTICOS**

Cristiano da Silva

Abril/2011

Orientadores: Aquilino Senra Martinez

Fernando Carvalho da Silva

Programa: Engenharia Nuclear

O objetivo desta tese consiste na descrição de um novo sistema de equações da cinética pontual, para análise de reatores subcríticos. Para a obtenção deste sistema de equações uma nova função importância é proposta. Além disto, será analisada a relevância da fonte externa para o intervalo de subcriticalidade $0.95 < k_{eff} < 1$, onde k_{eff} representa o fator de multiplicação de nêutrons de acordo com as propriedades físicas do núcleo do reator nuclear. Para fins de validação do método proposto será usado, como método de referência, a expansão em modos do fluxo dependente do tempo para a solução da equação da difusão unidimensional.

Serão apresentados os resultados que demonstram a precisão do método quando comparado com o sistema convencional de equações da cinética pontual. Os resultados mostram que o novo sistema de equações da cinética pontual é bastante preciso dentro da faixa de subcriticalidade considerada.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

A NEW IMPORTANCE FUNCTION FOR SUBCRITICAL SYSTEM ANALYSES

Cristiano da Silva

April/2011

Advisors: Aquilino Senra Martinez

Fernando Carvalho da Silva

Department: Nuclear Engineering

The objective of this thesis is the description of a new system of point kinetics equations for the analysis of subcritical nuclear reactors. To obtain this system of equations a new importance function is proposed. Apart from that, an analysis will be made for the relevance of the external source for the sub-criticality interval $0.95 < k_{eff} < 1$ where k_{eff} is the effective multiplication factor which is dependent of the physical properties of the nuclear reactor core. For the purpose of validation of the offered method we use, as a reference method, the mode expansion of the time-dependent neutron flux for the solution of the one-dimensional diffusion equation.

It we present results that illustrate the accuracy of the offered method as compared to the conventional point kinetics equations. The results show that the present point kinetics equations are rather accurate in the subcriticality range that we considere.

ÍNDICE DE TEXTO

CAPÍTULO I – Introdução	1
CAPÍTULO II – As equações convencionais da cinética pontual	5
2.1 – Introdução	5
2.2 – Desenvolvimento das equações convencionais da cinética pontual	7
CAPÍTULO III – Funções importância presentes na literatura	12
3.1 – A função importância n_0^+	12
3.1.1 – Introdução	15
3.1.2 – Desenvolvimento das equações da cinética pontual a partir da função importância n_0^+	20
3.1.3 – O comportamento assintótico	20
3.2 – A função importância G	20
3.2.1 – Introdução	21
3.2.2 – Sistema em estado estático	24
3.2.3 – Desenvolvimento das equações da cinética pontual a partir da função importância G	25
CAPÍTULO IV – Proposta de uma nova função importância	28
4.1 – A função importância ε_0^+	28
4.1.1 – Introdução	28
4.1.2 – Desenvolvimento das equações da cinética pontual a partir da função importância ε_0^+	29
4.1.3 – O comportamento assintótico	35
CAPÍTULO V – Aplicação da nova função importância em cálculos de reatividade	36
5.1 – Introdução	36
5.2 – Obtenção da equação da cinética inversa para sistemas subcríticos	38
5.3 – Nova formulação para determinação da reatividade em sistemas subcríticos	40
5.4 – Aplicações	40

5.4.1 – Número Total Constante de Nêutrons Gerados por Fissão	40
5.4.2 – Variação Linear do Número Total de Nêutrons Gerados por Fissão	42
5.4.3 – Variação Exponencial do Número Total de Nêutrons Gerados por Fissão	43
5.5 – Método numérico de referência para o cálculos da reatividade	43
CAPÍTULO VI – Apresentação e análise de resultados	46
6.1 – Introdução	46
6.2 – Simulações numéricas para experimentos de retirada abrupta de fonte	46
6.2.1 – Solução da equação de difusão a uma velocidade para um sistema placa plana considerando-se uma retirada abrupta de fonte externa	48
6.2.2 – Solução analítica para $\varepsilon_0^+(x)$	49
6.2.3 – Dados físicos do sistema placa plana e resultados para testes numéricos de retirada abrupta de fonte	51
6.2.4 – Cálculos de reatividade pela cinética inversa	51
CAPÍTULO VI – Conclusões	56
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	58

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, a conscientização crescente de que a contribuição da energia nuclear para um desenvolvimento sustentável não pode ser ignorada, levou a novas propostas de reatores nucleares. Um deles, e certamente um dos mais avançados, consiste de sistemas subcríticos guiados por uma fonte externa de nêutrons. Tais sistemas, conhecidos genericamente pela sigla ADS (*Accelerator-Driven Systems*), além de aumentarem a segurança intrínseca do reator, por serem projetados com massa subcrítica, permitem a redução do impacto radiológico de actinídeos e produtos de fissão em HWL (*High Waste Level*) por transmutação nuclear.

Tais projetos nucleares acarretam uma nova abordagem no que diz respeito ao balanço de nêutrons do sistema e, consequentemente, nas equações que descrevem seu comportamento.

Em um ADS, uma massa subcrítica é envolvida por um alvo de spallation, sendo este último usado para a multiplicação de nêutrons da fonte. Tal sistema minimiza problemas de criticalidade, estando subcrítico quer o acelerador esteja desligado ou não, provendo então o acelerador um mecanismo de controle. O sistema ADS promove uma distinção entre nêutrons de fonte (nêutrons de spallation) e nêutrons de fissão.

Cuidado deve ser tomado na interpretação do fator de multiplicação (razão entre a população de nêutrons em duas gerações subsequentes) quando se tratando de sistemas guiados por fonte externa. No problema de autovalor clássico, o fator de multiplicação é uma propriedade intrínseca do sistema. No entanto, pode-se definir formalmente um valor para o fator de multiplicação em um sistema ADS.

Na literatura são propostos diferentes métodos perturbativos e diferentes equações da cinética pontual que consideram as duas grandes características dos sistemas subcríticos: a subcriticalidade e a fonte externa. Os dois mais discutidos sistemas de equações da cinética pontual presentes na literatura serão analisados no Capítulo III.

Um dos sistemas de equações se deve a uma função importância n_0^+ , proposta por (GANDINI & SALVATORES, 2002). O outro decorre de uma função importância G , proposta por (NISHIHARA et al., 2003). Como será visto, na equação para n_0^+ , além do termo de fonte externa, há também o termo de fonte de fissão, enquanto que na equação para G há apenas o termo de fonte externa.

Apresentamos na presente tese uma nova função importância para o desenvolvimento de novas equações da cinética pontual, que podem conduzir a resultados mais precisos que aqueles encontrados através da utilização de n_0^+ ou G , dentro de uma faixa de subcriticalidade $0.95 < k_{eff} < 1$ (NEA, 2002). A faixa selecionada se justifica no limite inferior pelo fato de um ADS com um fator de multiplicação de 0.95 ter uma redução na eficiência elétrica concentrando-se em torno de 12%. Isto significa um rejeito de calor de 20% a mais que os reatores normais. Desta forma, um ADS operando com um fator de multiplicação igual ou abaixo de 0.95 não se torna atraente do ponto de vista econômico (NEA, 2002).

No entanto, o valor de subcriticalidade analisado nesta tese para validação dos resultados numéricos será o de 0.95, uma vez que a referência utilizada para as comparações destes resultados (NISHIHARA et al., 2003) possui dados apenas para $k_{eff} = 0.95$.

Um reator subcrítico ADS é mantido estacionário por uma fonte externa, sendo o fluxo independente do tempo, desta forma, solução de uma equação não

homogênea. Um dos problemas que surgem é a escolha de uma função adjunta para tal equação.

Uma alternativa (Dulla et al., 2003) é uma função importânciaria seja solução de uma equação com um termo de fonte adjunta S^\dagger a ser determinado. Outra possibilidade de função importânciaria seria o próprio fluxo adjunto da equação de balanço para um reator crítico que, no entanto, não se aplica diretamente ao problema de fonte de um sistema subcrítico, esperando-se dessa forma que a acurácia dos resultados não seja muito boa.

Percebe-se desta forma que a escolha de uma função importânciaria, para a análise de reatores subcríticos, é uma etapa relevante para a formulação de modelos matemáticos que sejam precisos na descrição do comportamento de um ADS.

Para superar o problema citado, será proposta uma nova formulação para a monitoração da potência nuclear ou, equivalentemente, da população de nêutrons no reator, baseado na escolha de uma função importânciaria híbrida, no sentido de que se estabeleça uma conexão direta entre a equação para o fluxo adjunto e uma equação não homogênea.

Para um mesmo reator de geometria plana (tipo placa, isto é, um reator unidimensional), homogêneo, com propriedades físicas independentes do tempo e nêutrons monoenergéticos, o estado cinético do número total de nêutrons oriundos de fissão será calculado por 4 métodos: o método das Equações Convencionais da Cinética Pontual (AKCASU, LELLOUCHE & SHOTKIN, 1971), tema do Capítulo II, o método das Equações da Cinética Pontual proposto por (NISHIHARA et al., 2003), presente no Capítulo III, o método das Equações da Cinética Pontual obtidas pela nova função importânciaria proposta nesta tese, tema do Capítulo IV, e o Método de Referência (Dulla et al., 2003), descrito no Capítulo VI. O Capítulo V trata de aplicações da nova função importânciaria em cálculos de reatividade. O estado dinâmico aqui analisado ocorre pelo desaparecimento abrupto de uma fonte, o que é equivalente a um experimento subcrítico usando o método de retirada abrupta da

fonte, ou *source jerk method* (NISHIHARA et al., 2003). O Método de Referência, para o problema tratado, consiste em expandir o fluxo de nêutrons dependente do tempo em modos, que no caso vão de $n=1$, isto é, modo 1 ou primeiro modo, até $n=21$ (modo 21, ou vigésimo primeiro modo), pois, como verificado, para $n>21$ não há alteração significativa no resultado numérico deste método. Como será visto, devido a simetria do sistema, apenas os modos ímpares ($n=1, 3, 5, \dots, 21$) serão considerados. No Método das Equações Convencionais da Cinética Pontual, apenas variamos o valor do fator de multiplicação k_{eff} , de modo a obter o nível de subcriticalidade desejado. No Método das Equações da Cinética Pontual, obtidas pela nova função importância, fornecemos o valor da fonte externa de nêutrons, o valor estacionário da população de nêutrons desejada para a análise do sistema e, uma vez encontrado o valor de um parâmetro especial, que denominaremos de reatividade generalizada ρ^e . Mediante uma análise do comportamento assintótico descrito na seção 4.1.3, podemos analisar o comportamento dinâmico do número total de nêutrons oriundos da fissão. O Capítulo VI apresenta alguns resultados numéricos dos 3 diferentes métodos, bem como uma comparação entre eles. Os resultados obtidos pelo Método Direto para a evolução do número total de nêutrons oriundos da fissão, bem como para a evolução da concentração de precursores, serão tomados como base para as comparações entre os resultados obtidos pelos diferentes sistemas de equações da cinética pontual. Por fim, o Capítulo VII exibe conclusões pertinentes à análise dos diferentes resultados.

CAPÍTULO II

AS EQUAÇÕES CONVENCIONAIS DA CINÉTICA PONTUAL

2.1 Introdução

Neste capítulo descrevem-se brevemente as Equações da Cinética Pontual Convencionais. Este tema é amplamente discutido na literatura (AKCASU, LELLOUCHE & SHOTKIN, 1971), dispensando desta forma um detalhamento minucioso no presente texto. No entanto sua abordagem se faz necessária, uma vez que um dos objetivos deste trabalho consiste em comparar os resultados numéricos fornecidos pelo sistema de equações convencionais e o sistema de equações da cinética pontual obtido a partir da função importância proposta, bem como uma comparação com os resultados fornecidos pelo Método Direto.

Consideremos então um meio multiplicativo homogêneo, com propriedades físicas independentes do tempo, sem fonte externa e com nêutrons monoenergéticos. Este meio será dito crítico se ele puder sustentar um fluxo estacionário de nêutrons $\phi_c(\vec{r})$, não nulo em qualquer parte do reator. Este meio é denotado como um reator de referência, e o fluxo de nêutrons é a solução, não trivial, do seguinte problema homogêneo,

$$A\phi_c(\vec{r}) - F\phi_c(\vec{r}) = 0, \quad (2.1)$$

sendo A o operador de remoção, que contabiliza a fuga e absorção de nêutrons, definido por:

$$A = \{-\vec{\nabla} \cdot (D\vec{\nabla}) + \Sigma_a\}(\bullet), \quad (2.2)$$

onde D e Σ_a são, respectivamente o coeficiente de difusão e a seção de choque macroscópica de absorção; F é operador de produção definido por:

$$F = \nu \Sigma_f (\bullet), \quad (2.3)$$

onde ν é o número médio de nêutrons gerados por fissão e Σ_f a seção de choque macroscópica de fissão.

Para o sistema mencionado, também é possível determinar uma solução da equação adjunta,

$$A^\dagger \phi_c^+(\vec{r}) - F^\dagger \phi_c^+(\vec{r}) = 0, \quad (2.4)$$

com a condição de contorno $\phi_c^+(\vec{r}) = 0$ para $\vec{r} = \vec{r}_s$, onde \vec{r}_s corresponde a qualquer ponto da interface do reator com o meio externo.

A equação (2.4) é bem conhecida pelo fato de incluir o significado de importância de nêutrons no sentido clássico, qual seja, um sistema crítico.

Introduzimos agora o conceito de fator de multiplicação efetivo mediante a consideração de um reator estacionário não crítico. Desde que um reator não esteja no estado crítico, a equação (2.1) não tem outra solução que não seja a trivial, isto é $\phi_c(\vec{r}) = 0$. Vamos supor então que alteremos o número médio de nêutrons por fissão (ν) multiplicando-o por $(1/k_{eff})$, mantendo inalteradas todas as outras propriedades nucleares e geométricas. Esta modificação é equivalente a multiplicar o operador F por $(1/k_{eff})$.

Ajustando o valor do número k_{eff} , podemos sempre associar um sistema crítico ideal a um dado reator não crítico. Para que tenha uma solução não trivial, o devido valor para k_{eff} é determinado pela seguinte equação:

$$A\phi_c(\vec{r}) - \frac{1}{k_{eff}} F\phi_c(\vec{r}) = 0, \quad (2.5)$$

com a condição de contorno $\phi_c^+(\vec{r}) = 0$ para $\vec{r} = \vec{r}_s$, onde \vec{r}_s corresponde a qualquer ponto da interface do reator com o meio externo. Evidentemente k_{eff} deve ser igual a 1 para um reator crítico.

2.2 Desenvolvimento das equações convencionais da cinética pontual

Considere as equações da cinética de reatores com propriedades físicas independentes do tempo, nêutrons monoenergéticos e meio homogêneo (HENRY, 1975) escritas em forma compacta:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}, t) = -A\Psi(\vec{r}, t) + (1-\beta)F\Psi(\vec{r}, t) + \sum_{i=1}^I \lambda_i c_i(\vec{r}, t) + q_{ext}(\vec{r}, t), \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} c_i(\vec{r}, t) = \beta_i F\Psi(\vec{r}, t) - \lambda_i c_i(\vec{r}, t), \quad i = 1, \dots, I. \quad (2.7)$$

Nas equações acima, v é a velocidade dos nêutrons, β_i é a fração do i -ésimo grupo de nêutrons retardados, sendo que

$$\beta = \sum_{i=1}^I \beta_i, \quad (2.8)$$

λ_i é a constante de decaimento dos precursores de nêutrons retardados do grupo i .

Pesando a equação (2.6) com o fluxo de nêutrons adjunto solução da equação (2.4), temos:

$$\left\langle \phi_c^+ \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| \Psi \right\rangle = -\left\langle \phi_c^+ \left| A \right| \Psi \right\rangle + \left\langle \phi_c^+ \left| (1-\beta)F \right| \Psi \right\rangle + \sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle \phi_c^+ \left| c_i \right| \right\rangle + \left\langle \phi_c^+ \left| q_{ext} \right| \right\rangle \quad (2.9)$$

onde $\langle \rangle$ representa integração em todo o espaço. Por simplicidade de notação, as dependências em \vec{r} e t foram omitidas.

No sentido de simplificar a equação (2.9), o fluxo de nêutrons $\Psi(\vec{r}, t)$ é representado pela aproximação adiabática como:

$$\Psi(\vec{r}, t) \approx \alpha(t) \cdot \varphi(\vec{r}, t), \quad (2.10)$$

onde $\alpha(t)$ é uma função amplitude, enquanto $\varphi(\vec{r}, t)$ é uma função forma (Dulla et al., 2003). A função amplitude $\alpha(t)$ pode ser identificada como o número total de nêutrons oriundos de fissão $N(t)$:

$$\alpha(t) = N(t), \quad (2.11)$$

e $\varphi(\vec{r}, t)$ deve satisfazer a condição,

$$\frac{\partial}{\partial t} \varphi(\vec{r}, t) = 0. \quad (2.12)$$

Para tanto, $\varphi(\vec{r}, t)$ deve ser fracamente dependente ou independente do tempo.

Na análise de sistemas bem próximos da criticalidade, $\varphi(\vec{r}, t)$ é aproximado por $\phi_c(\vec{r})$, solução da equação estacionária (2.5). Desta forma, a equação (2.10) pode ser reescrita como

$$\Psi(\vec{r}, t) \approx N(t) \cdot \phi_c(\vec{r}). \quad (2.13)$$

Substituindo então a aproximação adiabática representada pela equação (2.13) na equação (2.9), tem-se que:

$$\begin{aligned} \left\langle \phi_c^+ \left| v^{-1} \frac{d}{dt} \right| N(t) \cdot \phi_c \right\rangle &= - \left\langle \phi_c^+ \left| A \right| N(t) \cdot \phi_c \right\rangle + \left\langle \phi_c^+ \left| (1-\beta)F \right| N(t) \cdot \phi_c \right\rangle + \\ &\sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle \phi_c^+ \left| c_i \right\rangle + \left\langle \phi_c^+ \left| q_{ext} \right\rangle \right. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Como a integração $\langle \rangle$ se dá no espaço, $N(t)$ pode ser deslocado para fora da integral, uma vez que depende apenas de t . Assim sendo:

$$\begin{aligned} \left\langle \phi_c^+ \left| v^{-1} \right| \phi_c \right\rangle \frac{dN(t)}{dt} &= - \left\langle \phi_c^+ \left| A \right| \phi_c \right\rangle N(t) + \left\langle \phi_c^+ \left| (1-\beta)F \right| \phi_c \right\rangle N(t) + \\ &\sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle \phi_c^+ \left| c_i \right\rangle + \left\langle \phi_c^+ \left| q_{ext} \right\rangle \right. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Dividindo ambos os lados da equação (2.15) por um fator de normalização

$$I \equiv \left\langle \phi_c^+ \left| F \right| \phi_c \right\rangle, \quad (2.16)$$

tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\left\langle \phi_c^+ \left| v^{-1} \right| \phi_c \right\rangle}{I} \frac{dN(t)}{dt} &= - \frac{\left\langle \phi_c^+ \left| A \right| \phi_c \right\rangle}{I} N(t) + \frac{\left\langle \phi_c^+ \left| (1-\beta)F \right| \phi_c \right\rangle}{I} N(t) + \\ &\sum_{i=1}^I \lambda_i \frac{\left\langle \phi_c^+ \left| c_i \right\rangle}{I} + \frac{\left\langle \phi_c^+ \left| q_{ext} \right\rangle}{I}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Considerando as seguintes definições:

$$\Lambda_{eff}^c \equiv \frac{\left\langle \phi_c^+ \left| v^{-1} \right| \phi_c \right\rangle}{I}, \quad (2.18)$$

$$\frac{1}{k_{eff}} \equiv \frac{\left\langle \phi_c^+ \left| A \right| \phi_c \right\rangle}{I}, \quad (2.19)$$

$$(1-\beta_{eff}^\epsilon) \equiv \frac{\left\langle \phi_c^+ \left| (1-\beta)F \right| \phi_c \right\rangle}{I}, \quad (2.20)$$

$$C_i^c(t) \equiv \frac{\langle \phi_c^+ | c_i \rangle}{I} \quad (2.21)$$

e

$$Q^c(t) \equiv \frac{\langle \phi_c^+ | q_{ext} \rangle}{I}, \quad (2.22)$$

a equação (2.17) pode ser reescrita como:

$$\Lambda_{eff}^c \frac{dN(t)}{dt} = -\frac{1}{k_{eff}} N(t) + (1 - \beta_{eff}^c) N(t) + \sum_{i=1}^I \lambda_i C_i^c(t) + Q^c(t). \quad (2.23)$$

Rearranjando esta última equação, tem-se finalmente:

$$\Lambda_{eff}^c \frac{dN(t)}{dt} = \left[\left(1 - \frac{1}{k_{eff}} \right) - \beta_{eff}^c \right] N(t) + \sum_{i=1}^I \lambda_i C_i^c(t) + Q^c(t). \quad (2.24)$$

Para a concentração de precursores, o comportamento dinâmico é expresso pela equação (2.7). Pesando-a com ϕ_c^+ e considerando a aproximação (2.13), tem-se:

$$\frac{d}{dt} \langle \phi_c^+ | c_i \rangle = \langle \phi_c^+ | \beta_i F | N(t) \cdot \phi_c \rangle - \lambda_i \langle \phi_c^+ | c_i \rangle. \quad (2.25)$$

Dividindo ambos os lados da equação (2.25) pelo fator de normalização definido na equação (2.16), tem-se:

$$\frac{d}{dt} \frac{\langle \phi_c^+ | c_i \rangle}{I} = \frac{\langle \phi_c^+ | \beta_i F | \phi_c \rangle}{I} N(t) - \lambda_i \frac{\langle \phi_c^+ | c_i \rangle}{I}. \quad (2.26)$$

Definindo:

$$\beta_{i,eff}^c = \frac{\langle \phi_c^+ | \beta_i F | \phi_c \rangle}{I}, \quad (2.27)$$

a equação (2.26) pode ser reescrita como:

$$\frac{d}{dt} C_i^c(t) = \beta_{i,eff}^c N(t) - \lambda_i C_i^c(t). \quad (2.28)$$

As equações (2.24) e (2.28) são conhecidas como as equações da cinética pontual convencionais. Elas constituem um sistema acoplado o qual resolveremos, nesta tese, por um método numérico de diferenças finitas explícito.

As hipóteses utilizadas na obtenção das equações da cinética pontual, tais como a aproximação da difusão a uma velocidade e a forma espacial independente do tempo, restringem o domínio de validade da mesma. Felizmente as equações da cinética pontual podem ser obtidas de uma forma muito mais geral na qual tais hipóteses não são necessárias. Tal obtenção procede diretamente da equação de transporte e é usualmente muito formal. Ela conduz, no entanto, ao mesmo conjunto de equações (2.24) e (2.28).

Nos próximos capítulos, utilizaremos uma metodologia similar ao deste na obtenção de diferentes sistemas de equações da cinética pontual, sem que haja, no entanto, perda de generalidade.

CAPÍTULO III

FUNÇÕES IMPORTÂNCIA PRESENTES NA LITERATURA

3.1 A função importância n_0^+

3.1.1 Introdução

Uma definição de subcriticalidade tem sido proposta introduzindo uma função importância n_0^+ associada com o nível de potência relativo no reator subcrítico, segundo (GANDINI & SALVATORES, 2002). Esta função importância, para o caso de nêutrons monoenergéticos e meio homogêneo, é solução da equação:

$$A_0^\dagger n_0^+(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) - F_0^\dagger n_0^+(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) - \frac{w_f}{P_0} \Sigma_f(\vec{r}) = 0, \quad (3.1)$$

onde w_f é a energia revertida por fissão, P_0 a potência nuclear em condições nominais não perturbadas, E a energia do nêutron e $\hat{\Omega}$ a direção de descolamento do nêutron.

Por razões práticas, como no capítulo precedente, consideraremos um sistema homogêneo, com propriedades físicas independentes do tempo e nêutrons monoenergéticos de distribuição isotrópica, de tal maneira que a equação (3.1) possa ser reescrita independente de E e de $\hat{\Omega}$, aparecendo portanto como:

$$A_0^\dagger n_0^+(\vec{r}) - F_0^\dagger n_0^+(\vec{r}) - \frac{w_f}{P_0} \Sigma_f = 0, \quad (3.2)$$

De acordo com a equação (2.19), o parâmetro k_{eff} pode ser escrito como:

$$k_{eff} = \frac{\langle \phi_c^+ | F | \phi_c \rangle}{\langle \phi_c^+ | A | \phi_c \rangle}. \quad (3.3)$$

Para adaptar a equação (3.3) a um reator subcrítico, levando-se em conta a mudança na forma do fluxo, propõe-se uma definição diferente de subcriticalidade, introduzindo um coeficiente k_{fonte} segundo (GANDINI & SALVATORES, 2002). O procedimento consiste em considerar uma condição de balanço integral obtida pela integração da equação (2.5), com $\phi_c(\vec{r})$ substituído por $\phi_0(\vec{r})$, sendo este último solução da equação

$$A_0\phi_0(\vec{r}) - F_0\phi_0(\vec{r}) - q_{ext}(\vec{r}) = 0, \quad (3.4)$$

e k_{eff} pelo coeficiente k_{fonte} , tal como:

$$\langle A_0 | \phi_0 \rangle - \frac{1}{k_{fonte}} \langle F_0 | \phi_0 \rangle = 0, \quad (3.5)$$

o que implica

$$\langle A_0 | \phi_0 \rangle = \frac{\langle F_0 | \phi_0 \rangle}{k_{fonte}}. \quad (3.6)$$

Considerando um balanço integral para a equação (3.4), tem-se:

$$\langle A_0 | \phi_0 \rangle - \langle F_0 | \phi_0 \rangle - \langle q_{ext} \rangle = 0, \quad (3.7)$$

o que implica

$$\langle A_0 | \phi_0 \rangle = \langle F_0 | \phi_0 \rangle + \langle q_{ext} \rangle. \quad (3.8)$$

Comparando as equações (3.6) e (3.8), temos:

$$\langle F_0 | \phi_0 \rangle + \langle q_{ext} \rangle = \frac{\langle F_0 | \phi_0 \rangle}{k_{fonte}}, \quad (3.9)$$

Explicitando-se k_{fonte} , tem-se:

$$k_{fonte} = \frac{\langle F_0 | \phi_0 \rangle}{\langle F_0 | \phi_0 \rangle + \langle q_{ext} \rangle}. \quad (3.10)$$

Esta nova definição engloba tanto a importância dos nêutrons gerados por fissão quanto a importância dos nêutrons gerados pela fonte externa (GANDINI & SALVATORES, 2002).

Procedendo analogamente à obtenção das equações (3.6), (3.8) e (3.10), no entanto tomando como peso a função $n_0^+(\vec{r})$, a seguinte definição é obtida:

$$k_{sub} \equiv \frac{\langle n_0^+ | F_0 | \phi_0 \rangle}{\langle n_0^+ | F_0 | \phi_0 \rangle + \langle q_{ext} \rangle}, \quad (3.11)$$

que leva em consideração tanto a distribuição de fluxo não homogêneo quanto a importância de nêutrons com respeito ao observável relevante do reator, isto é, o nível da potência nuclear (GANDINI & SALVATORES, 2002).

Conforme nos aproximamos da criticalidade, nos aproximamos de um estado estacionário que independe de fonte externa, e a equação (3.11) se aproxima da equação (3.3), como requerido pelos fundamentos físicos (GANDINI & SALVATORES, 2002).

Estas diferentes definições do coeficiente de multiplicação implicam uma ambiguidade na definição da reatividade em termos deste coeficiente. De acordo com sua definição geral, a reatividade está associada com o coeficiente k_{eff} e então aplicável apenas a sistemas livres de fonte externa (GANDINI & SALVATORES, 2002).

3.1.2 Desenvolvimento das equações da cinética pontual a partir da função importância n_0^+

Nesta seção buscam-se as equações da cinética pontual a serem resolvidas para a investigação do comportamento dinâmico de um núcleo subcrítico com base na função importância n_0^+ . O desenvolvimento será semelhante ao da seção 2.2, com o fluxo adjunto sendo substituído pela função importância $n_0^+(\vec{r})$. No entanto, agora considerando o problema de fonte externa, requerendo-se um tratamento não tão simples quanto aquele visto anteriormente. O presente desenvolvimento fundamenta-se na teoria de perturbação generalizada heurística ou HGPT (Heuristically Generalized Perturbation Theory) (A.GANDINI, 1987).

Consideremos então a equação (2.6). Multiplicando-a por $n_0^+(\vec{r})$ e integrando em \vec{r} , tem-se:

$$\left\langle n_0^+ \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| \Psi \right\rangle = - \left\langle n_0^+ | A | \Psi \right\rangle + \left\langle n_0^+ | (1-\beta) F | \Psi \right\rangle + \sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle n_0^+ | c_i \right\rangle + \left\langle n_0^+ | q_{ext} \right\rangle \quad (3.12)$$

Agora suponha que o sistema seja perturbado da seguinte maneira:

$$-A \rightarrow -A_0 + \delta A, \quad (3.13)$$

$$F \rightarrow F_0 + \delta F, \quad (3.14)$$

$$q_{ext} \rightarrow q_{ext}^{(0)} + \delta q_{ext}, \quad (3.15)$$

onde $-A_0$, F_0 e $q_{ext}^{(0)}$ correspondem a estados estacionários não perturbados.

Substituindo e manipulando estas perturbações na equação (3.12) tem-se

$$\begin{aligned} \left\langle n_0^+ \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| \Psi \right\rangle &= \left\langle n_0^+ | (-A_0 + \delta A) | \Psi \right\rangle + \left\langle n_0^+ | (1-\beta)(F_0 + \delta F) | \Psi \right\rangle + \\ &\quad \sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle n_0^+ | c_i \right\rangle + \left\langle n_0^+ | (q_{ext}^{(0)} + \delta q_{ext}) \right\rangle, \end{aligned} \quad (3.16)$$

o que implica

$$\begin{aligned} \left\langle n_0^+ \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| \Psi \right\rangle &= \left\langle n_0^+ \left| -A_0 \right| \Psi \right\rangle + \left\langle n_0^+ \left| \delta A \right| \Psi \right\rangle + \left\langle n_0^+ \left| (1-\beta) F_0 \right| \Psi \right\rangle + \\ &\quad \left\langle n_0^+ \left| (1-\beta) \delta F \right| \Psi \right\rangle + \sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle n_0^+ \left| c_i \right\rangle \right. + \left\langle n_0^+ \left| q_{ext}^{(0)} \right\rangle \right. + \left\langle n_0^+ \left| \delta q_{ext} \right\rangle \right. . \end{aligned} \quad (3.17)$$

Somando e subtraindo

$$\left\langle n_0^+ \left| \beta F \right| \Psi \right\rangle$$

no lado direito da equação (3.17), e levando-se em conta a Relação de Reciprocidade da Fonte (A.GANDINI, 2001)

$$\left\langle n_0^+ \left| \delta q_{ext} \right\rangle \right. = 1, \quad (3.18)$$

tem-se:

$$\begin{aligned} \left\langle n_0^+ \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| \Psi \right\rangle &= \left\langle n_0^+ \left| -A_0 \right| \Psi \right\rangle + \left\langle n_0^+ \left| \delta A \right| \Psi \right\rangle + \left\langle n_0^+ \left| (1-\beta) F_0 \right| \Psi \right\rangle + \\ &\quad \left\langle n_0^+ \left| (1-\beta) \delta F \right| \Psi \right\rangle + \sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle n_0^+ \left| c_i \right\rangle \right. + 1 + \left\langle n_0^+ \left| \delta q_{ext} \right\rangle \right. + \\ &\quad \left\langle n_0^+ \left| \beta F \right| \Psi \right\rangle - \left\langle n_0^+ \left| \beta F \right| \Psi \right\rangle, \end{aligned} \quad (3.19)$$

o que implica

$$\begin{aligned} \left\langle n_0^+ \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| \Psi \right\rangle &= \left\langle n_0^+ \left| -A_0 \right| \Psi \right\rangle + \left\langle n_0^+ \left| \delta A \right| \Psi \right\rangle + \left\langle n_0^+ \left| (1-\beta) F_0 \right| \Psi \right\rangle + \\ &\quad \left\langle n_0^+ \left| (1-\beta) \delta F \right| \Psi \right\rangle + \sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle n_0^+ \left| c_i \right\rangle \right. + 1 + \left\langle n_0^+ \left| \delta q_{ext} \right\rangle \right. + \\ &\quad \left\langle n_0^+ \left| \beta(F_0 + \delta F) \right| \Psi \right\rangle - \left\langle n_0^+ \left| \beta F \right| \Psi \right\rangle. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Manipulando-se algebraicamente a equação (3.20), encontra-se

$$\begin{aligned} \left\langle n_0^+ \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| \Psi \right\rangle &= \left\langle n_0^+ \left| \delta A \right| \Psi \right\rangle + \left\langle n_0^+ \left| \delta F \right| \Psi \right\rangle + \left\langle n_0^+ \left| \delta q_{ext} \right\rangle \right. + \sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle n_0^+ \left| c_i \right\rangle \right. - \\ &\quad \left\langle n_0^+ \left| \beta F \right| \Psi \right\rangle + 1 + \left\langle n_0^+ \left| -A_0 \right| \Psi \right\rangle + \left\langle n_0^+ \left| F_0 \right| \Psi \right\rangle. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Pesando-se a equação (3.2) com Ψ tem-se:

$$\left\langle \Psi \left| A_0^\dagger \right| n_0^+ \right\rangle - \left\langle \Psi \left| F_0^\dagger \right| n_0^+ \right\rangle - \frac{w_f}{P_0} \left\langle \Psi \left| \Sigma_f \right\rangle \right. = 0, \quad (3.22)$$

ou então

$$\langle A_0 \Psi | n_0^+ \rangle - \langle F_0 \Psi | n_0^+ \rangle - \frac{w_f}{P_0} \langle \Psi | \Sigma_f \rangle = 0, \quad (3.23)$$

o que implica

$$\langle n_0^+ | -A_0 | \Psi \rangle + \langle n_0^+ | F_0 | \Psi \rangle = -\frac{w_f}{P_0} \langle \Sigma_f | \Psi \rangle. \quad (3.24)$$

Substituindo a equação (3.24) na equação (3.21) e fazendo-se os devidos arranjos, tem-se:

$$\begin{aligned} \left\langle n_0^+ \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| \Psi \right\rangle &= \left\langle n_0^+ | \delta A + \delta F | \Psi \right\rangle - \left\langle n_0^+ | \beta F | \Psi \right\rangle + \\ &\sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle n_0^+ | c_i \right\rangle + 1 - \frac{w_f}{P_0} \langle \Sigma_f | \Psi \rangle + \left\langle n_0^+ | \delta q_{ext} \right\rangle. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Vimos no Capítulo II, equação (2.13), que uma fatoração pode ser aplicada a Ψ , de modo a obtermos parâmetros integrais bem definidos e consequentemente uma forma de melhor lidar com as equações da cinética pontual.

Assim sendo, fatoramos Ψ da seguinte maneira:

$$\Psi(\vec{r}, t) \approx P(t) \cdot \phi_0(\vec{r}), \quad (3.26)$$

onde $\phi_0(\vec{r})$ é solução da equação (3.4) e $P(t)$ é a potência.

Substituindo a aproximação (3.26) na equação (3.25), tem-se:

$$\begin{aligned} \left\langle n_0^+ \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| P(t) \cdot \phi_0 \right\rangle &= \left\langle n_0^+ | \delta A + \delta F | P(t) \cdot \phi_0 \right\rangle - \left\langle n_0^+ | \beta F | P(t) \cdot \phi_0 \right\rangle + \\ &\sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle n_0^+ | c_i \right\rangle + 1 - \frac{w_f}{P_0} \langle \Sigma_f | P(t) \cdot \phi_0 \rangle + \left\langle n_0^+ | \delta q_{ext} \right\rangle, \end{aligned} \quad (3.27)$$

o que implica

$$\begin{aligned} \left\langle n_0^+ | v^{-1} | \phi_0 \right\rangle \frac{dP(t)}{dt} &= \left\langle n_0^+ | \delta A + \delta F | \phi_0 \right\rangle P(t) - \left\langle n_0^+ | \beta F | \phi_0 \right\rangle P(t) + \\ &\sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle n_0^+ | c_i \right\rangle + 1 - \frac{w_f}{P_0} \left\langle \Sigma_f | \phi_0 \right\rangle P(t) + \left\langle n_0^+ | \delta q_{ext} \right\rangle. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Identificando $\left\langle \Sigma_f | \phi_0 \right\rangle$ como sendo a taxa de fissão $T_f(t)$ no instante $t=0$, ou seja

$$T_f(t=0) = \left\langle \Sigma_f | \phi_0 \right\rangle, \quad (3.29)$$

tem-se que

$$P_0 = w_f \left\langle \Sigma_f | \phi_0 \right\rangle. \quad (3.30)$$

Substituindo a equação (3.30) na equação (3.28), tem-se

$$\begin{aligned} \left\langle n_0^+ | v^{-1} | \phi_0 \right\rangle \frac{dP(t)}{dt} &= \left\langle n_0^+ | \delta A + \delta F | \phi_0 \right\rangle P(t) - \left\langle n_0^+ | \beta F | \phi_0 \right\rangle P(t) + \\ &\sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle n_0^+ | c_i \right\rangle + [1 - P(t)] + \left\langle n_0^+ | \delta q_{ext} \right\rangle. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Dividindo todos os membros da equação (3.31) por um fator de normalização

$$I = \left\langle n_0^+ | F | \phi_0 \right\rangle, \quad (3.32)$$

tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\left\langle n_0^+ | v^{-1} | \phi_0 \right\rangle}{I} \frac{dP(t)}{dt} &= \frac{\left\langle n_0^+ | \delta A + \delta F | \phi_0 \right\rangle}{I} P(t) - \frac{\left\langle n_0^+ | \beta F | \phi_0 \right\rangle}{I} P(t) + \\ &\sum_{i=1}^I \lambda_i \frac{\left\langle n_0^+ | c_i \right\rangle}{I} + \frac{1}{I} [1 - P(t)] + \frac{\left\langle n_0^+ | \delta q_{ext} \right\rangle}{I}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Agora, definindo:

$$\Lambda_{eff}^n \equiv \frac{\left\langle n_0^+ | v^{-1} | \phi_0 \right\rangle}{I}, \quad (3.34)$$

$$\rho^n \equiv \frac{\langle n_0^+ | \delta A + \delta F | \phi_0 \rangle}{I}, \quad (3.35)$$

$$\beta_{eff}^n \equiv \frac{\langle n_0^+ | \beta F | \phi_0 \rangle}{I}, \quad (3.36)$$

$$C_i^n(t) \equiv \frac{\langle n_0^+ | c_i \rangle}{I}, \quad (3.37)$$

$$Q^n \equiv \frac{\langle n_0^+ | \delta q_{ext} \rangle}{I}, \quad (3.38)$$

$$\varsigma \equiv \frac{1}{I}, \quad (3.39)$$

sendo ρ^n uma reatividade generalizada, Q^n o valor da fonte relacionado a equação (3.15), $\varsigma[1 - P(t)]$ o termo de subcriticalidade introduzido pela função n_0^+ e $C_i^n(t)$ a concentração de precursores associada à função n_0^+ , a equação (3.33) torna-se:

$$\Lambda_{eff}^n \frac{dP(t)}{dt} = (\rho^n - \beta_{eff}^n)P(t) + \sum_{i=1}^I \lambda_i C_i^n(t) + \varsigma[1 - P(t)] + Q^n. \quad (3.40)$$

Considere agora a equação (2.7) para a concentração de precursores. Pesando-a com n_0^+ , considerando a fatoração (3.26) e dividindo pelo fator de normalização I , definido na equação (3.32), tem-se:

$$\frac{\left\langle n_0^+ \left| \frac{\partial}{\partial t} \right| c_i \right\rangle}{I} = \frac{\langle n_0^+ | \beta_i F | P(t) \cdot \phi_0 \rangle}{I} - \frac{\langle n_0^+ | \lambda_i | c_i \rangle}{I}, \quad (3.41)$$

onde resulta que

$$\frac{d}{dt} C_i^n(t) = \beta_{i,eff}^n P(t) - \lambda_i C_i^n(t), \quad (3.42)$$

com

$$\beta_{i,eff}^n \equiv \frac{\langle n_0^+ | \beta_i F | \phi_0 \rangle}{I}, \quad (3.43)$$

3.1.3 O comportamento assintótico

A potência assintótica, seguindo a inserção de uma perturbação que mantém o sistema subcrítico, pode ser obtida das equações (3.40) e (3.42) da seguinte forma.

Considerando $dC_i^n(t)/dt = 0$, tem-se pela equação (3.42) que

$$C_{i,as}^n = \frac{\beta_{i,eff}^n}{\lambda_i} P_{as}. \quad (3.44)$$

Substituindo a equação (3.44) na equação (3.40), juntamente com $(dP/dt) = 0$, encontra-se:

$$\rho^n P_{as} + \zeta(1 - P_{as}) + Q^n = 0, \quad (3.45)$$

o que implica em

$$P_{as} = \frac{\zeta + Q^n}{\zeta - \rho^n} \quad (3.46)$$

Como esperado, P cresce com Q^n (isto é, com o aumento da fonte), e com ρ^n (isto é, com reatividade positiva).

3.2 A função importância G

3.2.1 Introdução

A física de reatores subcríticos foi discutida nos dois últimos capítulos em termos da teoria convencional para um reator crítico pontual, usando k_{eff} e k_{sub} .

Todavia a equação contendo k_{eff} é fisicamente restrita a reatores críticos.

As equações presentes nos capítulos II e III utilizam, respectivamente, o fluxo adjunto e uma função peso associada à população de nêutrons relativa. Neste capítulo, um novo sistema de equações da cinética pontual é apresentado de acordo

com o balanço do número de nêutrons de fissão em um sistema subcrítico (NISHIHARA et al., 2003).

Embora o sistema de equações do presente capítulo tenha uma aparência similar às equações convencionais da cinética pontual, todos os valores que aparecem no novo sistema têm um significado físico distinto, (NISHIHARA et al., 2003). A variável convencional k_{eff} é substituída por k_f , representando a taxa de multiplicação dos nêutrons de fissão (KOBAYASHI & NISHIHARA, 2000).

3.2.2 Sistema em um estado estacionário

Um evento de fissão em um sistema subcrítico com uma fonte externa pode ser causado por dois tipos de nêutrons: nêutrons provenientes de eventos de fissão e nêutrons provenientes da fonte. O novo sistema de equações da cinética pontual a ser obtido tem por objetivo levar em conta o número médio de nêutrons de fissão originado dos dois tipos de fontes de nêutrons (NISHIHARA et al., 2003). Os números médios são diferentes porque os dois tipos de fontes de nêutrons têm distribuição espacial e espectro de energia individuais.

Para descrever então claramente o fenômeno de multiplicação de um reator subcrítico, é indispensável que duas taxas de multiplicação sejam introduzidas: uma, k_f , corresponde aos nêutrons de fissão; a outra, k_q , corresponde aos nêutrons da fonte externa. Estas são chamadas respectivamente de taxa de multiplicação de nêutrons de fissão e taxa de multiplicação de nêutrons de fonte.

Esta seção descreve brevemente a obtenção de k_f e k_q a partir das equações da cinética de reatores com propriedades físicas independentes do tempo, nêutrons monoenergéticos e meio homogêneo para um estado estacionário, empregando uma função importância associada aos nêutrons de fissão. Esta seção também discute o balanço dos nêutrons de fissão em estado estacionário mediante estas taxas.

A função importância para nêutrons de fissão, $G(\vec{r})$, pode ser calculada pela seguinte fórmula:

$$A^\dagger G(\vec{r}) = \nu \sum_f, \quad (3.47)$$

onde $G(\vec{r})$ significa o número de nêutrons de fissão produzidos por um nêutron em (\vec{r}) .

As taxas de multiplicação k_f e k_q podem ser obtidas pelas equações (3.4) e (3.47) como segue. Considere a equação (3.4) pesada com a função G , isto é:

$$\langle G | A_0 | \phi_0 \rangle = \langle G | F_0 | \phi_0 \rangle + \langle G | q_{ext} \rangle, \quad (3.48)$$

e a equação (3.47), no estado estacionário, pesada com ϕ_0 ,

$$\langle \phi_0 | A_0^\dagger | G \rangle = \langle \phi_0 | \nu \Sigma_f \rangle, \quad (3.49)$$

ou, então,

$$\langle A_0 \phi_0 | G \rangle = \langle \phi_0 | \nu \Sigma_f \rangle, \quad (3.50)$$

o que implica

$$\langle G | A_0 | \phi_0 \rangle = \langle \nu \Sigma_f | \phi_0 \rangle. \quad (3.51)$$

Comparando as equações (3.48) e (3.51), tem-se:

$$\langle G | F_0 | \phi_0 \rangle + \langle G | q_{ext} \rangle = \langle \nu \Sigma_f | \phi_0 \rangle. \quad (3.52)$$

Uma vez que o número total de nêutrons de fissão em estado estacionário possa ser expresso por (NISHIHARA et al., 2003)

$$N_0 = \langle F_0 | \phi_0 \rangle = \langle \nu \Sigma_f | \phi_0 \rangle, \quad (3.53)$$

a equação (3.52) pode ser convenientemente dividida por $\langle F_0 | \phi_0 \rangle$:

$$\frac{\langle G | F_0 | \phi_0 \rangle}{\langle F_0 | \phi_0 \rangle} + \frac{\langle G | q_{ext} \rangle}{\langle F_0 | \phi_0 \rangle} = \frac{\langle v\Sigma_f | \phi_0 \rangle}{\langle F_0 | \phi_0 \rangle} \quad (3.54)$$

o que implica

$$\frac{\langle G | F_0 | \phi_0 \rangle}{\langle F | \phi_0 \rangle} + \frac{\langle G | q_{ext} \rangle}{\langle F | \phi_0 \rangle} = 1 \quad (3.55)$$

Agora, definindo (NISHIHARA et al., 2003)

$$\frac{\langle G | F_0 | \phi_0 \rangle}{\langle F | \phi_0 \rangle} \equiv k_f \quad (3.56)$$

e

$$\frac{\langle G | q_{ext} \rangle}{\langle F | \phi_0 \rangle} \equiv k_q, \quad (3.57)$$

a equação (3.54) pode ser reescrita como

$$k_f + k_q = 1 \quad (3.58)$$

A equação (3.58) mostra claramente o significado de k_f e k_q , que representam, respectivamente, o número de nêutrons de fissão produzidos por eventos de fissão e o número de nêutrons de fissão produzidos por nêutrons da fonte.

Usando k_f e k_q , k_{sub} pode ser definido como uma média ponderada destas duas taxas de multiplicação (NISHIHARA et al., 2003):

$$k_{sub} \equiv \frac{k_f N + k_q q_{ext}}{N + q_{ext}}.$$

3.2.3 As equações da cinética pontual obtidas com a função importância G

Em seguida, novas equações pontuais para o estado dinâmico de um sistema subcrítico são obtidas. Em um estado dinâmico, os nêutrons de fissão são divididos em dois tipos: nêutrons prontos e nêutrons retardados.

Uma vez que o espectro de energia é diferente para nêutrons prontos e nêutrons retardados, χ_p e $\chi_{d,i}$, os números de nêutrons de fissão produzidos por estes dois tipos de nêutrons são diferentes.

Duas taxas de multiplicação, k_p e $k_{d,i}$, que correspondem aos dois tipos de nêutrons também devem ser obtidas.

Consideremos então, mais uma vez, a equação (2.6). Pesando-a com a função importância em questão, isto é, $G(\vec{r})$, tem-se:

$$\left\langle G \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| \Psi \right\rangle = -\langle G | A | \Psi \rangle + \langle G | (1 - \beta) F | \Psi \rangle + \sum_{i=1}^I \lambda_i \langle G | c_i \rangle + \langle G | q_{ext} \rangle. \quad (3.59)$$

Considerando o balanço integral da equação (3.47) pesado com Ψ , tem-se:

$$\langle \Psi | A^\dagger | G \rangle = \langle \Psi | v \Sigma_f \rangle, \quad (3.60)$$

ou, então,

$$\langle A | \Psi | G \rangle = \langle \Psi | v \Sigma_f \rangle, \quad (3.61)$$

o que implica

$$\langle G | A | \Psi \rangle = \langle v \Sigma_f | \Psi \rangle. \quad (3.62)$$

Pelas equações (3.53) e (3.62) conclui-se que

$$\langle G | A | \Psi \rangle = \langle v \Sigma_f | \Psi \rangle = N(t). \quad (3.63)$$

Substituindo a equação (3.63) na equação (3.59), tem-se

$$\left\langle G \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| \Psi \right\rangle = -N(t) + \langle G | (1-\beta)F | \Psi \rangle + \sum_{i=1}^I \lambda_i \langle G | c_i \rangle + \langle G | q_{ext} \rangle. \quad (3.64)$$

Manipulando-se algébrica e convenientemente a equação (3.64), tem-se:

$$\begin{aligned} \left\langle G \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| \Psi \right\rangle \frac{dN(t)/dt}{dN(t)/dt} &= -N + \langle G | (1-\beta)F | \Psi \rangle \frac{\langle (1-\beta)F | \Psi \rangle \langle F | \Psi \rangle}{\langle (1-\beta)F | \Psi \rangle \langle F | \Psi \rangle} \\ &\quad \sum_{i=1}^I \lambda_i \langle G | c_i \rangle \frac{\langle c_i \rangle}{\langle c_i \rangle} + \langle G | q_{ext} \rangle \frac{\langle q_{ext} \rangle}{\langle q_{ext} \rangle} \end{aligned} \quad (3.65)$$

o que implica

$$\begin{aligned} \frac{\left\langle G \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| \Psi \right\rangle}{dN(t)/dt} \frac{dN(t)}{dt} &= -N + \frac{\langle (1-\beta)F | \Psi \rangle \langle G | (1-\beta)F | \Psi \rangle}{\langle F | \Psi \rangle \langle (1-\beta)F | \Psi \rangle} \langle F | \Psi \rangle + \\ &\quad \sum_{i=1}^I \lambda_i \frac{\langle G | c_i \rangle}{\langle c_i \rangle} \langle c_i \rangle + \frac{\langle G | q_{ext} \rangle}{\langle q_{ext} \rangle} \langle q_{ext} \rangle \end{aligned} \quad (3.66)$$

Agora, definindo (NISHIHARA et al., 2003):

$$\frac{\left\langle G \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| \Psi \right\rangle}{dN(t)/dt} \equiv \Lambda, \quad (3.67)$$

$$\frac{\langle (1-\beta)F | \Psi \rangle}{\langle F | \Psi \rangle} \equiv (1-\bar{\beta}), \quad (3.68)$$

$$\frac{\langle G | (1-\beta)F | \Psi \rangle}{\langle (1-\beta)F | \Psi \rangle} \equiv k_p, \quad (3.69)$$

$$\frac{\langle G | c_i \rangle}{\langle c_i \rangle} \equiv k_{d,i}, \quad (3.70)$$

$$\langle c_i \rangle \equiv C_i(t), \quad (3.71)$$

$$\frac{\langle G | q_{ext} \rangle}{\langle q_{ext} \rangle} \equiv Q(t), \quad (3.72)$$

a equação (3.66) pode ser escrita como

$$\Lambda \frac{dN(t)}{dt} = -N(t) + k_p(1-\bar{\beta})N(t) + \sum_{i=1}^I \lambda_i k_{d,i} C_i(t) + k_q Q(t), \quad (3.73)$$

o que implica

$$\Lambda \frac{dN(t)}{dt} = [-1 + k_p(1-\bar{\beta})]N(t) + \sum_{i=1}^I \lambda_i k_{d,i} C_i(t) + k_q Q(t). \quad (3.74)$$

Integrando a equação (2.7) em \vec{r} e multiplicando o segundo termo do lado direito por $N(t)/N(t)$, tem-se:

$$\frac{d}{dt} \langle c_i \rangle = \langle \beta_i F | \Psi \rangle \frac{N(t)}{N(t)} - \lambda_i \langle c_i \rangle, \quad (3.75)$$

o que implica

$$\frac{d}{dt} C_i(t) = \frac{\langle \beta_i F | \Psi \rangle}{\langle F | \Psi \rangle} N(t) - \lambda_i C_i(t). \quad (3.76)$$

Agora, definindo (NISHIHARA et al., 2003):

$$\frac{\langle \beta_i F | \Psi \rangle}{\langle F | \Psi \rangle} \equiv \bar{\beta}_i \quad (3.77)$$

chega-se à equação para a concentração de precursores:

$$\frac{d}{dt} C_i(t) = \bar{\beta}_i N(t) - \lambda_i C_i(t). \quad (3.78)$$

No sistema de equações acoplado (3.74) e (3.78), as taxas de multiplicação presentes são k_p , referente aos nêutrons prontos, e $k_{d,i}$, referente aos nêutrons retardados (NISHIHARA et al., 2003).

CAPÍTULO IV

PROPOSTA DE UMA NOVA FUNÇÃO IMPORTÂNCIA

4.1 A função importância ε_0^+

4.1.1 Introdução

Como descrito no início desta tese, a função importância proposta baseia-se fundamentalmente em buscar fornecer um novo sistema de equações da cinética pontual que apresente uma boa acurácia numérica dentro de uma faixa de subcriticalidade de interesse, mais especificamente para $k_{eff} = 0.95$, que é o valor disponível na literatura para comparações (NISHIHARA et al., 2003). Como esta faixa encontra-se próxima à criticalidade, buscaremos uma função importância que se aproxime do fluxo adjunto quanto mais próximo da criticalidade se encontre o núcleo do reator nuclear.

Após uma análise detalhada do formalismo e a realização de simulações numéricas para a escolha de uma representação do termo S^\dagger no problema adjunto de fonte, representado pela equação

$$A_0^\dagger \phi_0^+(\vec{r}) - F_0^\dagger \phi_0^+(\vec{r}) - S^\dagger = 0, \quad (4.1)$$

aquela que se mostrou mais adequada numericamente é a da seguinte forma:

$$S^\dagger = \eta \frac{\nu \Sigma_f}{N_0}, \quad (4.2)$$

onde

$$\eta = 1 - k_{eff}, \quad (4.3)$$

sendo N_0 é o número de nêutrons liberados por fissão em um dado estado estacionário.

A equação (4.3) mostra que quanto mais próximo da criticalidade esteja o reator, menor o fator η e, consequentemente, S^\dagger . No entanto, devido a uma normalização durante o processo de obtenção do sistema de equações da cinética pontual a partir da equação (4.1), verifica-se o aparecimento de um termo que independe da representação funcional de η , o que não é de interesse, uma vez que este termo deve tender a zero conforme o reator se aproxime da criticalidade.

Uma maneira empírica de contornar esse problema foi introduzir na equação (4.1) um fator de subcriticalidade k_{sub} , obtendo-se desta forma a seguinte equação para a nova função importância:

$$A_0^\dagger \mathcal{E}_0^+(\vec{r}) - \frac{1}{k_{sub}} F_0^\dagger \mathcal{E}_0^+(\vec{r}) = \eta \frac{\nu \Sigma_f}{N_0} \quad (4.4)$$

Na equação (4.4) o parâmetro k_{sub} , associado à subcriticalidade do sistema, é calculado iterativamente para o valor de k_{eff} considerado.

4.1.2 Desenvolvimento das equações da cinética pontual a partir da função importância \mathcal{E}_0^+

Nesta seção obtém-se as equações da cinética pontual a serem resolvidas para a investigação do comportamento dinâmico de um núcleo subcrítico com base na função importância $\mathcal{E}_0^+(\vec{r})$. O desenvolvimento será semelhante ao da seção 3.1, com a função importância $n_0^+(\vec{r})$ sendo substituída pela função importância $\mathcal{E}_0^+(\vec{r})$.

Consideremos mais uma vez a equação (2.9). Multiplicando-a por $\mathcal{E}_0^+(\vec{r})$ e integrando em \vec{r} tem-se:

$$\left\langle \boldsymbol{\varepsilon}_0^+ \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| \Psi \right\rangle = -\left\langle \boldsymbol{\varepsilon}_0^+ | A | \Psi \right\rangle + \left\langle \boldsymbol{\varepsilon}_0^+ | (1-\beta)F | \Psi \right\rangle + \sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle \boldsymbol{\varepsilon}_0^+ | c_i \right\rangle + \left\langle \boldsymbol{\varepsilon}_0^+ | q_{ext} \right\rangle \quad (4.5)$$

Suponha que o sistema seja perturbado da seguinte maneira:

$$-A \rightarrow -A_0 + \delta A, \quad (4.6)$$

$$F \rightarrow \frac{1}{k_{sub}} F_0 + \delta F, \quad (4.7)$$

Substituindo e manipulando estas perturbações na equação (4.5) tem-se

$$\begin{aligned} \left\langle \boldsymbol{\varepsilon}_0^+ \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| \Psi \right\rangle &= \left\langle \boldsymbol{\varepsilon}_0^+ | (-A_0 + \delta A) | \Psi \right\rangle + \left\langle \boldsymbol{\varepsilon}_0^+ \left| (1-\beta) \left(\frac{1}{k_{sub}} F_0 + \delta F \right) \right| \Psi \right\rangle + \\ &\sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle \boldsymbol{\varepsilon}_0^+ | c_i \right\rangle + \left\langle \boldsymbol{\varepsilon}_0^+ | q_{ext} \right\rangle, \end{aligned} \quad (4.8)$$

o que implica

$$\begin{aligned} \left\langle \boldsymbol{\varepsilon}_0^+ \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| \Psi \right\rangle &= \left\langle \boldsymbol{\varepsilon}_0^+ | -A_0 | \Psi \right\rangle + \left\langle \boldsymbol{\varepsilon}_0^+ | \delta A | \Psi \right\rangle + \left\langle \boldsymbol{\varepsilon}_0^+ \left| (1-\beta) \frac{1}{k_{sub}} F_0 \right| \Psi \right\rangle + \\ &\left\langle \boldsymbol{\varepsilon}_0^+ | (1-\beta) \delta F | \Psi \right\rangle + \sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle \boldsymbol{\varepsilon}_0^+ | c_i \right\rangle + \left\langle \boldsymbol{\varepsilon}_0^+ | q_{ext} \right\rangle. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Somando e subtraindo

$$\left\langle \boldsymbol{\varepsilon}_0^+ | \beta F | \Psi \right\rangle$$

no lado direito da equação (4.9), tem-se:

$$\begin{aligned}
\left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| \Psi \right\rangle &= \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| -A_0 \right| \Psi \right\rangle + \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| \delta A \right| \Psi \right\rangle + \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| (1-\beta) \frac{1}{k_{sub}} F_0 \right| \Psi \right\rangle + \\
&\quad \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| (1-\beta) \delta F \right| \Psi \right\rangle + \sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| c_i \right. \right\rangle + \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| q_{ext} \right. \right\rangle + \\
&\quad \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| \beta F \right| \Psi \right\rangle - \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| \beta F \right| \Psi \right\rangle,
\end{aligned} \tag{4.10}$$

o que implica

$$\begin{aligned}
\left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| \Psi \right\rangle &= \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| -A_0 \right| \Psi \right\rangle + \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| \delta A \right| \Psi \right\rangle + \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| (1-\beta) \frac{1}{k_{sub}} F_0 \right| \Psi \right\rangle + \\
&\quad \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| (1-\beta) \delta F \right| \Psi \right\rangle + \sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| c_i \right. \right\rangle + \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| q_{ext} \right. \right\rangle + \\
&\quad \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| \beta(F_0 + \delta F) \right| \Psi \right\rangle - \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| \beta F \right| \Psi \right\rangle.
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Manipulando-se algebraicamente a equação (4.11), encontra-se

$$\begin{aligned}
\left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| \Psi \right\rangle &= \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| \delta A \right| \Psi \right\rangle + \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| \delta F \right| \Psi \right\rangle + \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| q_{ext} \right. \right\rangle + \sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| c_i \right. \right\rangle - \\
&\quad \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| \beta F \right| \Psi \right\rangle + \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| -A_0 \right| \Psi \right\rangle + \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| \frac{1}{k_{sub}} F_0 \right| \Psi \right\rangle.
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Pesando-se a equação (4.3) com Ψ tem-se:

$$\left\langle \Psi \left| A_0^\dagger \right| \mathcal{E}_0^+ \right\rangle - \left\langle \Psi \left| \frac{1}{k_{sub}} F_0^\dagger \right| \mathcal{E}_0^+ \right\rangle - \eta \frac{\nu}{N_0} \langle \Psi | \Sigma_f \rangle = 0, \tag{4.13}$$

ou equivalentemente

$$\langle A_0 \Psi | \mathcal{E}_0^+ \rangle - \left\langle \frac{1}{k_{sub}} F_0 \Psi \left| \mathcal{E}_0^+ \right. \right\rangle - \eta \frac{\nu}{N_0} \langle \Psi | \Sigma_f \rangle = 0, \tag{4.14}$$

o que implica

$$\left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| -A_0 \right| \Psi \right\rangle + \left\langle \mathcal{E}_0^+ \left| \frac{1}{k_{sub}} F_0 \right| \Psi \right\rangle = -\eta \frac{\nu}{N_0} \langle \Sigma_f | \Psi \rangle. \tag{4.15}$$

Substituindo a equação (4.15) na equação (4.12) e fazendo-se os devidos arranjos, tem-se:

$$\begin{aligned} \left\langle \varepsilon_0^+ \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| \Psi \right\rangle &= \left\langle \varepsilon_0^+ | \delta A + \delta F | \Psi \right\rangle - \left\langle \varepsilon_0^+ | \beta F | \Psi \right\rangle + \\ &\sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle \varepsilon_0^+ | c_i \right\rangle - \eta \frac{v}{N_0} \left\langle \Sigma_f | \Psi \right\rangle + \left\langle \varepsilon_0^+ | q_{ext} \right\rangle. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Vimos no Capítulo II, equação (2.13), que uma fatoração pode ser aplicada a Ψ , de modo a obtermos parâmetros integrais bem definidos e consequentemente uma forma de melhor lidar com as equações da cinética pontual.

Assim sendo, fatoramos Ψ da seguinte maneira:

$$\Psi(\vec{r}, t) \approx N(t) \cdot \phi_0(\vec{r}), \quad (4.17)$$

onde $\phi_0(\vec{r})$ é solução da equação (3.4) e $N(t)$ é o número total de nêutrons liberados por fissão.

Substituindo a aproximação (4.17) na equação (4.16), tem-se:

$$\begin{aligned} \left\langle \varepsilon_0^+ \left| \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right| N(t) \cdot \phi_0 \right\rangle &= \left\langle \varepsilon_0^+ | \delta A + \delta F | N(t) \cdot \phi_0 \right\rangle - \left\langle \varepsilon_0^+ | \beta F | N(t) \cdot \phi_0 \right\rangle + \\ &\sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle \varepsilon_0^+ | c_i \right\rangle - \eta \frac{v}{N_0} \left\langle \Sigma_f | N(t) \cdot \phi_0 \right\rangle + \left\langle \varepsilon_0^+ | q_{ext} \right\rangle, \end{aligned} \quad (4.18)$$

o que implica

$$\begin{aligned} \left\langle \varepsilon_0^+ | v^{-1} | \phi_0 \right\rangle \frac{dN(t)}{dt} &= \left\langle \varepsilon_0^+ | \delta A + \delta F | \phi_0 \right\rangle N(t) - \left\langle \varepsilon_0^+ | \beta F | \phi_0 \right\rangle N(t) + \\ &\sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle \varepsilon_0^+ | c_i \right\rangle - \eta \frac{v}{N_0} \left\langle \Sigma_f | \phi_0 \right\rangle N(t) + \left\langle \varepsilon_0^+ | q_{ext} \right\rangle. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Identificando $\left\langle \Sigma_f | \phi_0 \right\rangle$ como sendo a taxa de fissão $T_f(t)$ no instante $t = 0$, ou seja

$$T_f(t = 0) = \left\langle \Sigma_f | \phi_0 \right\rangle, \quad (4.20)$$

tem-se que

$$N_0 = \nu \langle \Sigma_f | \phi_0 \rangle. \quad (4.21)$$

Substituindo a equação (4.21) na equação (4.19), tem-se

$$\begin{aligned} \left\langle \mathcal{E}_0^+ | v^{-1} | \phi_0 \right\rangle \frac{dN(t)}{dt} &= \left\langle \mathcal{E}_0^+ | \delta A + \delta F | \phi_0 \right\rangle N(t) - \left\langle \mathcal{E}_0^+ | \beta F | \phi_0 \right\rangle N(t) + \\ &\sum_{i=1}^I \lambda_i \left\langle \mathcal{E}_0^+ | c_i \right\rangle - \eta N(t) + \left\langle \mathcal{E}_0^+ | q_{ext} \right\rangle. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Dividindo todos os membros da equação (4.22) por um fator de normalização

$$I = \left\langle \mathcal{E}_0^+ | F | \phi_0 \right\rangle, \quad (4.23)$$

tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\left\langle \mathcal{E}_0^+ | v^{-1} | \phi_0 \right\rangle}{I} \frac{dN(t)}{dt} &= \frac{\left\langle \mathcal{E}_0^+ | \delta A + \delta F | \phi_0 \right\rangle}{I} N(t) - \frac{\left\langle \mathcal{E}_0^+ | \beta F | \phi_0 \right\rangle}{I} N(t) + \\ &\sum_{i=1}^I \lambda_i \frac{\left\langle \mathcal{E}_0^+ | c_i \right\rangle}{I} - \frac{\eta}{I} N(t) + \frac{\left\langle \mathcal{E}_0^+ | q_{ext} \right\rangle}{I}. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Agora, definindo:

$$\Lambda_{eff}^\varepsilon \equiv \frac{\left\langle \mathcal{E}_0^+ | v^{-1} | \phi_0 \right\rangle}{I}, \quad (4.25)$$

$$\rho^\varepsilon \equiv \frac{\left\langle \mathcal{E}_0^+ | \delta A + \delta F | \phi_0 \right\rangle}{I}, \quad (4.26)$$

$$\beta_{eff}^\varepsilon \equiv \frac{\left\langle \mathcal{E}_0^+ | \beta F | \phi_0 \right\rangle}{I}, \quad (4.27)$$

$$C_i^\varepsilon(t) \equiv \frac{\left\langle \mathcal{E}_0^+ | c_i \right\rangle}{I}, \quad (4.28)$$

$$Q^\varepsilon \equiv \frac{\left\langle \mathcal{E}_0^+ | q_{ext} \right\rangle}{I}, \quad (4.29)$$

$$\Gamma \equiv \frac{\eta}{I}, \quad (4.30)$$

sendo ρ^ε uma reatividade generalizada, Q^ε um termo relacionado à fonte externa,

$\Gamma N(t)$ o termo de subcriticalidade introduzido pela função ε_0^+ e $C_i^\varepsilon(t)$ a concentração de precursores associada a função ε_0^+ , a equação (4.24) torna-se:

$$\Lambda_{eff}^\varepsilon \frac{dN(t)}{dt} = (\rho^\varepsilon - \beta_{eff}^\varepsilon)N(t) + \sum_{i=1}^I \lambda_i C_i^\varepsilon(t) - \Gamma N(t) + Q^\varepsilon. \quad (4.31)$$

Considere agora a equação (2.7) para a concentração de precursores. Pesando-a com ε_0^+ , considerando a fatoração (4.17) e dividindo pelo fator de normalização I , definido na equação (3.32), tem-se:

$$\frac{\left\langle \varepsilon_0^+ \left| \frac{\partial}{\partial t} \right| c_i \right\rangle}{I} = \frac{\left\langle \varepsilon_0^+ \left| \beta_i F \right| N(t) \cdot \phi_0 \right\rangle}{I} - \frac{\left\langle \varepsilon_0^+ \left| \lambda_i \right| c_i \right\rangle}{I}, \quad (4.32)$$

onde resulta que

$$\frac{d}{dt} C_i^\varepsilon(t) = \beta_{i,eff}^\varepsilon N(t) - \lambda_i C_i^\varepsilon(t), \quad (4.33)$$

com

$$\beta_{i,eff}^\varepsilon \equiv \frac{\left\langle \varepsilon_0^+ \left| \beta_i F \right| \phi_0 \right\rangle}{I}, \quad (4.34)$$

Devido à normalização feita durante o processo de derivação do sistema de equações da cinética pontual proposto, foi verificado o aparecimento do fator Γ . Este termo não depende diretamente da representação funcional de η , uma vez que o fator de normalização I também depende de η .

Após grande quantidade de testes numéricos, verificou-se a necessidade do fator $1/k_{sub}$ na equação da função importância proposta, de maneira a se ter melhores resultados, pois este fator desempenha importante papel no que diz respeito à acurácia.

3.1.3 Cálculo da reatividade generalizada.

Uma vez que a equação (???), para a função importância, se assemelha e se aproxima da equação do fluxo adjunto para sistemas nucleares próximos à criticalidade, o seguinte cálculo para a obtenção da reatividade generaliza é possível:

$$\rho^\varepsilon = \frac{k_{sub} - 1}{k_{sub}}, \quad (4.35)$$

Como pode ser verificado, quanto mais próximo da criticalidade esteja o sistema nuclear, mais próximo da equação do fluxo adjunto estará a equação (4.4). Desta forma, como é esperado, a equação (4.35) se aproximará da equação para o cálculo da reatividade de sistemas críticos, pois k_{sub} se aproximará de k_{eff} , e as novas equações da cinética pontual para sistemas subcríticos estarão de acordo com as equações da cinética pontual convencionais na criticalidade.

CAPÍTULO V

APLICAÇÃO DA NOVA FUNÇÃO IMPORTÂNCIA EM CÁLCULOS DE REATIVIDADE

5.1 Introdução

A solução analítica das equações da cinética pontual com um grupo de nêutrons retardados é útil para predizer a variação da densidade de nêutrons durante a partida dos reatores nucleares existentes. Com o advento dos reatores ADS, torna-se necessário a predição rápida e acurada da reatividade quando de uma possível variação da intensidade das fontes externas (Gabrielli et al., 2008). Resultados encontrados na literatura mostram que, quanto mais próximo da criticalidade encontra-se um reator, menos dependente da fonte ele se torna, e que, embora descrevam de uma maneira razoável o comportamento temporal de um reator subcrítico, as equações da cinética pontual convencionais (Shimazu et al., 2005, 2003 e 2002) não possuem uma boa acurácia em tal análise.

Neste capítulo é apresentada uma formulação da cinética inversa para sistemas subcríticos em função das derivadas da população de nêutrons no reator, a qual está baseada no novo conjunto de equações da cinética pontual proposto nesta tese.

5.2 Obtenção da equação da cinética inversa para sistemas subcríticos

Nesta seção, apresenta-se a obtenção da equação da cinética inversa para reatores subcríticos a partir do conjunto de equações (4.31) e (4.33).

A equação (4.33) pode ser formalmente integrada no tempo, sujeita à condição de que a i-ésima concentração generalizada de precursores $C_i^\epsilon(t)$ seja nula em um instante infinitamente anterior ao instante t :

$$C_i^{\varepsilon}(t) = \beta_{eff,i}^{\varepsilon} \int_{-\infty}^t N(t') e^{-\lambda_i(t-t')} dt', \quad (5.1)$$

Supondo que $N_0(t < 0) = N_0$, então pode-se separar a equação (5.1) em duas partes:

$$C_i^{\varepsilon}(t) = \frac{\beta_{eff,i}^{\varepsilon} N_0}{\lambda_i} e^{-\lambda_i t} + \beta_{eff,i}^{\varepsilon} \int_0^t N(t') e^{-\lambda_i(t-t')} dt', \quad (5.2)$$

Substituindo a equação (5.2) na equação (4.31) e resolvendo para a reatividade $\rho^{\varepsilon}(t)$ obtém-se a seguinte expressão:

$$\rho^{\varepsilon}(t) = \beta_{eff}^{\varepsilon} + \Lambda_{eff}^{\varepsilon} \frac{d}{dt} [\ln N(t)] + \Gamma - \frac{Q^{\varepsilon}(t)}{N(t)} - \frac{1}{N(t)} \sum_{i=1}^I \lambda_i \beta_{eff,i}^{\varepsilon} H(t), \quad (5.3)$$

onde $H(t)$ é o histórico de potência expresso em termos da população de nêutrons por:

$$H(t) = \frac{N_0}{\lambda_i} e^{-\lambda_i t} + \int_0^t e^{-\lambda_i(t-t')} N(t') dt', \quad (5.4)$$

Sendo assim, a expressão para a reatividade em função do número total de nêutrons gerados por fissão pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \rho^{\varepsilon}(t) = & \beta_{eff}^{\varepsilon} + \Lambda_{eff}^{\varepsilon} \frac{d}{dt} [\ln N(t)] + \Gamma - \frac{Q^{\varepsilon}(t)}{N(t)} - \\ & \frac{1}{N(t)} \sum_{i=1}^I \lambda_i \beta_{i,eff}^{\varepsilon} \left[\frac{N_0}{\lambda_i} e^{-\lambda_i t} + \int_0^t e^{-\lambda_i(t-t')} N(t') dt' \right] \end{aligned} \quad (5.5)$$

A equação (5.5) representa a reatividade obtida pelo método inverso para reatores subcríticos considerando o conjunto de equações da cinética pontual

proposto nesta tese. A expressão para a reatividade proposta, equação (5.5), é exata, considera fontes externas variáveis no tempo e será utilizada como referência na validação da nova formulação.

5.3 Nova formulação para determinação da reatividade em sistemas subcríticos

No artigo (Diaz et. al., 2007) foi proposta uma nova formulação para tratar o histórico de potência em sistemas críticos utilizando as equações convencionais da cinética pontual. Proporemos uma extensão para a cinética inversa de sistemas subcríticos, no entanto, em termos do número total de nêutrons gerados por fissão.

A integral existente na equação (5.5) pode ser reescrita integrando-a por partes n vezes:

$$\int_0^t e^{-\lambda_i(t-t')} N(t') dt' = - \sum_{n=0}^k \left(-\frac{1}{\lambda_i} \right)^{n+1} N^{(n)}(t) + \sum_{n=0}^k \left(-\frac{1}{\lambda_i} \right)^{n+1} N^{(n)}(0) e^{-\lambda_i t} + \\ + \left(-\frac{1}{\lambda_i} \right)^{k+1} \int_0^t e^{-\lambda_i(t-t')} N^{(k+1)}(t') dt', \quad (5.6)$$

onde, $N^{(n)}(t)$ representa a derivada de ordem n da população de nêutrons no reator e $N^{(0)}(t) = N(t)$.

A equação (5.6) pode ser escrita de uma maneira mais conveniente, assumindo que a população de nêutrons no reator satisfaça às seguintes condições:

$$N^{(2n-1)}(t) = r^{n-1} N^{(1)}(t), \quad n \in \mathbb{N}; \quad n \text{ ímpar} \quad (5.7)$$

$$N^{(2n)}(t) = r^n N^{(0)}(t), \quad n \in \mathbb{N}; \quad n \text{ par} \quad (5.8)$$

onde N é um número inteiro e r a variável assim definida:

$$r \equiv \frac{N^{(2)}(t)}{N^{(0)}(t)} \quad (5.9)$$

Independente do índice n ser par ou ímpar é possível demonstrar (Diaz et. al., 2007) que a equação (5.6) pode ser escrita pela seguinte expressão:

$$\int_0^t e^{-\lambda_i(t-t')} N(t') dt' = - \left[\frac{\lambda_i N(0) - N^{(1)}(0)}{\lambda_i^2 N(0) - N^{(2)}(0)} \right] N(0) e^{-\lambda_i t} + \left[\frac{\lambda_i N(t) - N^{(1)}(t)}{\lambda_i^2 N(t) - N^{(2)}(t)} \right] N(t) \quad (5.10)$$

Sendo $N(0) = N_0$ a população de nêutrons normalizada inicial do período considerado de operação do reator, a seguinte expressão para a reatividade é obtida:

$$\begin{aligned} \rho^\varepsilon(t) = & \beta_{eff}^\varepsilon + \Lambda_{eff}^\varepsilon \frac{d}{dt} [\ln N(t)] + \Gamma - \frac{Q^\varepsilon(t)}{N(t)} - \frac{1}{N(t)} \sum_{i=1}^I \lambda_i \beta_{i,eff}^\varepsilon \left\{ \frac{N_0}{\lambda_i} e^{-\lambda_i t} \right. \\ & \left. - \left[\frac{\lambda_i N(0) - N^{(1)}(0)}{\lambda_i^2 N(0) - N^{(2)}(0)} \right] N(0) e^{-\lambda_i t} + \left[\frac{\lambda_i N(t) - N^{(1)}(t)}{\lambda_i^2 N(t) - N^{(2)}(t)} \right] N(t) \right\} \end{aligned} \quad (5.11)$$

A equação (5.11) é uma expressão simples que permite o cálculo acurado da reatividade em sistemas subcríticos, para tanto empregou-se na implementação numérica da equação (5.11) um método de diferenças finitas explícito.

Na próxima seção são apresentadas as aplicações que foram realizadas a partir da formulação proposta, equação (5.11), considerando apenas um grupo de precursores.

5.4 Aplicações

Nesta seção o comportamento da reatividade será estudado utilizando a equação (5.11) para diferentes variações da população de nêutrons no reator.

5.4.1 Número Total Constante de Nêutrons Gerados por Fissão

Consideremos que em um período arbitrário de operação de um reator comercial a população de nêutrons seja mantida constante. É de se esperar que durante este período de operação a fonte externa de nêutrons também seja constante e igual a q_0 . Para estudar a variação de reatividade associada a este regime faz-se

$Q^E(t) = q_0$ e $N(t) = N_0$ na equação (5.11), obtendo a seguinte expressão para a reatividade associada ao reator:

$$\rho^E(t) = \Gamma - \frac{q_0}{N_0} \quad (5.12)$$

A partir da equação (5.12) percebe-se que a reatividade do sistema é fortemente dependente da fonte assim como do número total de nêutrons gerados por fissão.

5.4.2 Variação Linear da População de Nêutrons

Durante o processo de partida de um reator nuclear pode-se representar uma subida linear da população de nêutrons no reator da seguinte forma:

$$N(t) = N_0 + \omega t, \quad (5.13)$$

onde N_0 é a população de nêutrons inicial do reator e ω é a taxa de variação da população com o tempo.

Considerando-se que a fonte externa varia linearmente conforme a expressão:

$$Q^E(t) = q_0 + \varepsilon t, \quad (5.14)$$

onde q_0 é a intensidade inicial da fonte de nêutrons inserida no sistema e ε a taxa de inserção linear devido a fonte.

A principal motivação deste modelo de fonte apresentado é a possível aplicação prática da obtenção de uma subida suave e linear da população de nêutrons durante a partida do reator, que não prejudique a composição estrutural de seus componentes no caso de reatores ADS (SCHIKORR, 2001).

Considerando-se a elevação linear da população de nêutrons no reator, equação (5.13), na expressão de cálculo para reatividade apresentada pela equação (5.11) obtém-se a seguinte expressão para um grupo de precursores:

$$\rho^\varepsilon(t) = \beta_{eff}^\varepsilon + \frac{\Lambda_{eff}^\varepsilon \omega}{N_0 + \omega t} + \Gamma - \frac{\beta_{eff}^\varepsilon \left[(\lambda N_0 - \omega) + \omega e^{-\lambda t} + \lambda \omega t \right]}{\lambda(N_0 + \omega t)} - \frac{q_0 + \varepsilon t}{N_0 + \omega t}. \quad (5.15)$$

Para uma subida lenta da população de nêutrons no reator a reatividade tende a permanecer em um patamar constante dado por:

$$\rho^{ass.}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \rho^\varepsilon(t) = \Gamma - \frac{\varepsilon}{\omega} \quad (5.16)$$

O comportamento assintótico da reatividade expressa através da equação (5.16) depende do nível de subcriticalidade do reator e da velocidade de inserção dos nêutrons provenientes da fonte externa. Para um reator próximo da críticalidade ($\Gamma \approx 0$) e com fonte constante ($\varepsilon = 0$) o resultado obtido através da equação (5.15) reproduz integralmente o esperado, ou seja, reatividade com comportamento assintótico igual a zero $\rho^{ass.}(t) = 0$.

5.4.3 Variação Exponencial do Número Total de Nêutrons Gerados por Fissão

Neste caso consideramos uma elevação forte da população de nêutrons no reator considerando uma fonte externa de nêutrons variando linearmente no tempo como a descrita pela equação (5.14). Um modelo simples para uma situação deste tipo é o da variação exponencial da população de nêutrons no reator, representada pela seguinte expressão:

$$N(t) = N_0 e^{\omega t}. \quad (5.17)$$

Neste caso $N^{(1)}(t) = N_0 \omega e^{\omega t}$ e $N^{(2)}(t) = N_0 \omega^2 e^{\omega t}$. Substituindo as derivadas da equação (5.17) na equação (5.11) obtém-se a seguinte expressão para a reatividade considerando um grupo de precursores generalizados de nêutrons:

$$\rho^\varepsilon(t) = \beta_{eff}^\varepsilon + \Lambda_{eff}^\varepsilon \omega + \Gamma - \frac{(q_0 + \varepsilon t)e^{-\omega t}}{N_0} - \frac{\lambda \beta_{eff}^\varepsilon}{\lambda + \omega} \left[\omega e^{-(\lambda + \omega)t} + 1 \right]. \quad (5.18)$$

O comportamento assintótico $\rho^{ass.}(t)$ para a reatividade expressa pela equação (5.18) é dado pela seguinte expressão:

$$\rho^{ass.}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \rho^\varepsilon(t) = \beta_{eff}^\varepsilon + \Lambda_{eff}^\varepsilon \omega + \Gamma - \frac{\lambda \beta_{eff}^\varepsilon}{\lambda + \omega}. \quad (5.19)$$

A partir da equação (5.19) conclui-se que a fonte externa perde a importância com o passar do tempo e deixa de guiar o reator, como esperado. Os resultados obtidos a partir da equação (5.18) serão apresentados no Capítulo VI.

5.5 Método numérico de referência para o cálculo da reatividade

Nesta subseção são descritos os métodos numéricos que foram utilizados como referência para o cálculo da reatividade segundo a cinética inversa. Como ponto de partida foi utilizada a forma discretizada da equação inversa da cinética pontual para sistemas subcríticos segundo o formalismo de diferenças finitas do Método de Euler Explícito, conforme mostrado a seguir:

$$\rho_g^j = \beta_{eff}^\varepsilon + \frac{\Lambda_{eff}^\varepsilon}{N^j} \frac{N^j - N^{j-1}}{\delta t} + \Gamma - \frac{q_s^j}{N^j} - \frac{N_0}{N^j} \sum_{i=1}^6 \beta_{eff,i}^\varepsilon e^{-\lambda_i t_j} - \frac{1}{N^j} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \beta_{eff,i}^\varepsilon \tilde{H}_{i,j} \quad (5.20)$$

onde:

$$\delta t \equiv t_j - t_{j-1}$$

$$N^j \equiv N(t_j)$$

$$q_s^j \equiv Q^\varepsilon(t_j)$$

$$\rho_g^j \equiv \rho^\varepsilon(t_j)$$

t_j é o tempo decorrido do j-ésimo passo e $\tilde{H}_{i,j} = H(t) \equiv \int_0^{t_j} e^{-\lambda_i(t_j-t')} N(t') dt'$.

Para implementação numérica da função $\tilde{H}_{i,j}$ é necessária uma relação recursiva para esta expressão. Para tanto, deve-se considerar um instante $t_j \equiv t_{j-1} + \delta t$ tal que:

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{i,j+1} &= \int_0^{t_j + \delta t} e^{-\lambda_i(t_j + \delta t - t')} N(t') dt' = \\ &= e^{-\delta t} \left[\int_0^{t_j} e^{-\lambda_i(t_j - t')} N(t') dt' + \int_{t_j}^{t_j + \delta t} e^{-\lambda_i(t_j - t')} N(t') dt' \right] \end{aligned} \quad (5.21)$$

Reconhecendo na equação (5.21) a própria função $\tilde{H}_{i,j}$ é possível estabelecer a seguinte relação de recorrência para o histórico expresso em termos do número total de nêutrons emitidos por fissão no reator nuclear:

$$\tilde{H}_{i,j+1} = e^{-\delta t} [\tilde{H}_j + R(t_j + \delta t)] \quad (5.22)$$

onde a função $R(t_j + \delta t)$ é representada por:

$$R(t_j + \delta t) = \int_{t_j}^{t_j + \delta t} e^{-\lambda_i(t_j - t')} N(t') dt' \quad (5.23)$$

A equação (5.23) pode ser integrada numericamente, a cada instante de tempo, utilizando o método de Simpsom 3/8 (KIUSALAAS, 2005) que consiste em aproximar integrais definidas a partir da seguinte expressão:

$$\int_a^b F(x) dx \approx \frac{(b-a)}{8} \left[F(a) + 3F\left(\frac{2a+b}{3}\right) + 3F\left(\frac{a+2b}{3}\right) + F(b) \right] \quad (5.24)$$

Sendo assim, a reatividade pode ser calculada a partir da equação (5.20) sendo a função $\tilde{H}_{i,j}$ atualizada de acordo com a seguinte relação de recorrência:

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{i,j+1} = & e^{-\delta t} \left\{ \tilde{H}_j + \frac{\delta t}{8} \left[N(t_j) e^{\lambda_i t_j} + 3N\left(t_j + \frac{\delta t}{3}\right) e^{\lambda_i \left(t_j + \frac{\delta t}{3}\right)} + 3N\left(t_j + \frac{2\delta t}{3}\right) e^{\lambda_i \left(t_j + \frac{2\delta t}{3}\right)} \right. \right. \\ & \left. \left. + N\left(t_j + \delta t\right) e^{\lambda_i \left(t_j + \delta t\right)} \right] \right\} \end{aligned} \quad (5.25)$$

A equação (5.20) combinada com a equação (5.25) e com uma escolha adequada do passo de tempo permitirá que a reatividade seja calcula com acurácia em qualquer instante de tempo, através da seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
\rho_g^j &= \beta_{eff}^\varepsilon + \frac{\Lambda_{eff}^\varepsilon}{N^j} \frac{N^j - N^{j-1}}{\delta t} + \Gamma - \frac{q_s^j}{N^j} - \frac{N_0}{N^j} \sum_{i=1}^6 \beta_{i,eff}^\varepsilon e^{-\lambda_i t_j} \\
&\quad - \frac{1}{N^j} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \beta_{eff,i}^\varepsilon e^{-\delta t} \left\{ \tilde{H}_j + \frac{\delta t}{8} \left[N^j e^{\lambda_i t_j} + 3N^{j+\frac{1}{3}} e^{\lambda_i \left(t_j + \frac{\delta t}{3}\right)} + 3N^{j+\frac{2}{3}} e^{\lambda_i \left(t_j + \frac{2\delta t}{3}\right)} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + N^{j+1} e^{\lambda_i \left(t_j + \delta t\right)} \right] \right\}
\end{aligned} \tag{5.26}$$

onde:

$$N^j \equiv N(t_j)$$

$$N^{j+1} \equiv N(t_j + \delta t)$$

$$N^{j+\frac{1}{3}} \equiv N\left(t_j + \frac{\delta t}{3}\right)$$

$$N^{j+\frac{2}{3}} \equiv N\left(t_j + \frac{2\delta t}{3}\right)$$

$$N^0 \equiv N(t=0).$$

O cálculo da reatividade através da equação (5.26) foi tomado como o método de referência para todas as simulações numéricas, utilizando-se um passo no tempo de $\delta t = 10^{-6} s$.

CAPÍTULO VI

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS

6.1 Introdução

Com o objetivo de avaliar a acurácia do novo sistema de equações da cinética pontual e compará-lo ao convencional, considerou-se um reator tipo placa plana homogêneo com parâmetros materiais D , Σ_a , $\nu \Sigma_f$, β , λ , e demais considerações físicas, fornecidos no artigo de Nishihara et al (2003).

6.2 Simulações numéricas para experimentos de retirada abrupta de fonte

6.2.1 Solução da equação de difusão a uma velocidade para um sistema placa plana considerando-se uma retirada abrupta de fonte externa

Como método de referência foi usada a solução da equação da difusão dependente do tempo a uma velocidade, com seis grupos de precursores, propriedades físicas independentes do tempo e uma fonte externa de nêutrons localizada no centro do slab e nula para qualquer instante de tempo diferente de zero:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} - \sum_a \Psi(x,t) + (1-\beta)v \sum_f \Psi(x,t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(x,t) + S(x,t), \quad (6.1)$$

com as seguintes equações para os precursores de nêutrons retardados:

$$\frac{\partial C_i(x,t)}{\partial t} = -\lambda_i C_i(x,t) + \beta_i v \sum_f \Psi(x,t), \quad i = 1, \dots, 6 \quad (6.2)$$

tendo como solução para o fluxo (Dulla et al, 2003):

$$\Psi(x, t) = \sum_{\substack{n \\ odd}}^{\infty} \left\{ \sum_{j=1}^2 \left\{ \left(1 + \frac{\beta_i v \sum_f \lambda_i}{(\omega_{n,j} + \lambda_i)^2} \right)^{-1} \cdot \left[\langle \psi_n | \phi_0 \rangle e^{(\omega_{n,j} \cdot t)} + \left(\sum_{i=1}^6 \frac{v \lambda_i}{\omega_{n,j} + \lambda_i} \langle \psi_n | c_{i,0} \rangle \right) e^{(\omega_{n,j})} + \int_0^t \langle \psi_n | S(x, t') \rangle e^{(\omega_{n,j} \cdot (t-t'))} dt' \right] \right\} \psi_n(x) \right\}, \quad (6.3)$$

A equação (6.3) mostra que o método de referência consiste na expansão do fluxo dependente do tempo em modos ψ_n , que são as seguintes funções cosseno:

$$\psi_n = \left(\frac{2}{a} \right)^{1/2} \cos(B_n \cdot x) \quad (6.4)$$

onde $B_n = (n\pi/a)$. Para fins práticos, utilizou-se a expansão dos modos até a 21ª ordem pois, para este problema, pois o resultado não é sensível para valores de n maiores que 21.

A fonte externa é representada pela equação

$$S(x, t) = Q \delta(x) \delta(t), \quad (6.5)$$

onde Q representa a intensidade da fonte.

A partir da equação (6.3), pode-se obter a população de nêutrons no reator através da seguinte relação (Duderstadt & Hamilton, 1976):

$$N(t) = v \sum_f \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(x, t) dx. \quad (6.6)$$

A cinética do reator tipo placa plana em questão foi analisada mediante o source jerk method (Nishihara et al, 2003), que consiste de uma retirada abrupta da fonte pontual situada no centro do sistema. Tal método pode ser avaliado por meio da equação (6.6) e, alternativamente, pela solução numérica por diferenças finitas (Nakamura, 1977) do sistema de equações da cinética pontual constituído pelas equações (2.24) e (2.28), pelo sistema de equações da cinética pontual constituído pelas equações (3.74) e

(3.78), e pelo sistema de equações da cinética pontual constituído pelas equações (4.31) e (4.33).

O reator tem seu comprimento a variável, sendo ajustado pela equação

$$k_{eff,n} = \frac{\nu \Sigma_f / \Sigma_a}{1 + L^2 (n\pi/a)^2}, \quad (6.7)$$

com $n = 1$, de modo a ter-se $k_{eff,1} = k_{eff}$, sendo L o comprimento de difusão do slab, definido como $\sqrt{D/\Sigma_a}$. Para propósitos de investigação e validação, o nível de subcriticalidade $k_{eff} = 0.950$, será analisado.

6.2.2 Solução analítica para $\varepsilon_{0,s}^+(x)$

Para um reator tipo placa plana, a equação (4.3) apresenta a seguinte solução:

$$\varepsilon_{0,s}^+(x) = \frac{\eta^{\frac{\nu\Sigma_f}{N_0}}}{D} \frac{1}{m^2} \left[\frac{\cos(m \cdot x)}{\cos(m \cdot \frac{a}{2})} - 1 \right] \quad (6.8)$$

Onde:

$$m^2 = \frac{1}{L^2} \left(\frac{k_\infty}{k_{eff}} - 1 \right), \quad (6.9)$$

e

$$k_\infty = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a} \quad (6.10)$$

é o fator de multiplicação infinito do slab.

A equação (6.9) mostra que, para k_{∞} próximo de 1, m^2 torna-se próximo de zero conforme k_{eff} se aproxima de 1. Isso faz com que $\varepsilon_{0,s}^+(x)$ na equação (6.8) tenda a infinito. Desta forma, evidencia-se que o parâmetro integral de subcriticalidade Γ , presente na equação (4.31), tende a zero, o que é uma condição desejada, uma vez que a equação (4.31), desta forma, se aproximará da equação da cinética pontual convencional para sistemas críticos.

A equação (6.8) mostra que o termo de fonte adjunta aparece como uma constante na solução de $\varepsilon_{0,s}^+(x)$, sendo cancelado durante os processos de normalização. É necessário então que um fator extra, introduzido empiricamente pelo parâmetro k_{sub} , e aproximado por k_{eff} conforme o núcleo do reator se aproxime da criticalidade, apareça na equação da função importância, de maneira a contornar essa limitação.

6.2.3 Dados físicos do reator com geometria de placa plana e resultados para testes numéricicos de retirada abrupta de fonte

A tabela 5.1 mostra o valor de k_{eff} analisado, as larguras da placa plana correspondentes, as intensidades das fontes externas e o número total de nêutrons gerados por fissão inicial para cada nível de subcriticalidade.

Tabela 5.1. Características do reator

k_{eff}	$a [cm]$	$Q [nêutrons / seg]$	$N_0 [número total de nêutrons de fissão / seg]$
0.950	113.00	0.9853	23.95

As figuras 5.1 e 5.2 mostram a variação da população de nêutrons no reator durante um intervalo de 15 segundos. A figura 5.1 mostra uma comparação entre o método de referência e o sistema de equações da cinética pontual convencional para um sistema crítico, demonstrando que o sistema de equações da cinética pontual convencional reproduz exatamente os resultados do método de referência para o estado crítico. A comparação entre os resultados do número total de nêutrons emitidos por fissão no reator, obtida através dos três sistemas de equações da cinética pontual e o método de referência, figura 5.2, é feito calculando a área sob a curva de cada modelo considerado, em que o desvio da área obtida por cada sistema de equações pontuais (\bar{N}_t) em relação ao método de referência (\bar{N}_r) é expresso pela fórmula:

$$\Delta\epsilon = \left| \frac{\bar{N}_r - \bar{N}_t}{\bar{N}_r} \right| \times 100\% \quad (6.11)$$

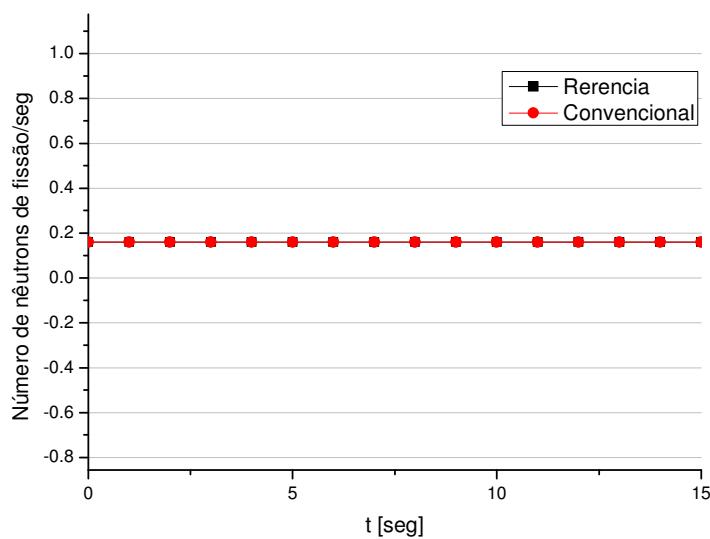


Figura 5.1. Comportamento da população de nêutrons no reator para $k_{eff} = 1$ mediante o método de referência e mediante as equações da cinética pontual convencional.

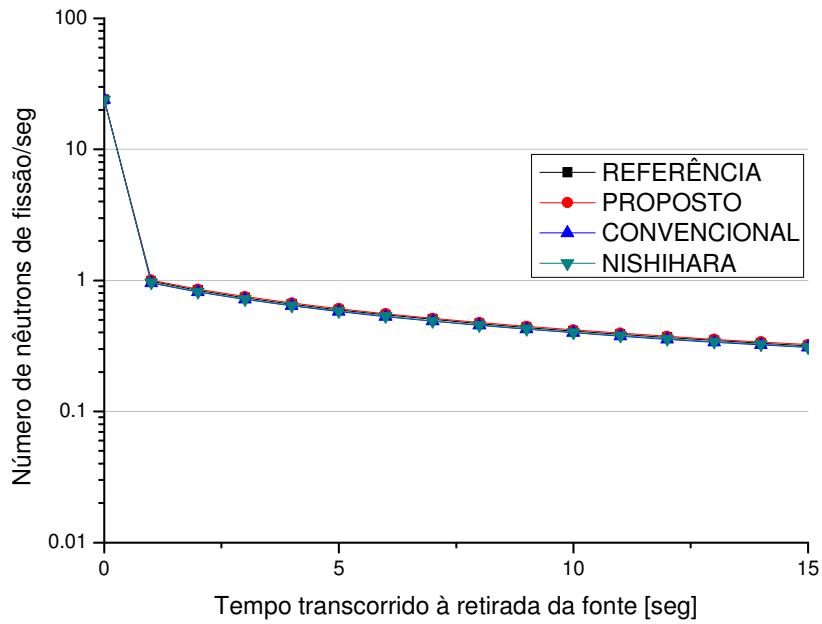


Figura 5.2. Atenuação da população de nêutrons no reator para $k_{eff} = 0.950$.

Tabela 5.2. Integração da população de nêutrons no reator em função do tempo
após 15 segundos

k_{eff}	Método de referência	Desvio $\Delta\epsilon$		
		Método proposto	Método convencional	Método Nishihara
0.950	19.75498	0.80	1.21	0.85

6.2.4 Cálculos de reatividade pela cinética inversa

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos para cálculo da reatividade a partir da equação (5.15) considerando-se uma variação linear da população de nêutrons no reator. Tais resultados são comparados com o método de referência, equação (5.26). Em todas as simulações numéricas realizadas adotaram-se os seguintes parâmetros: $\lambda = 0.95673$ (média dos seis valores de λ),

$\Gamma = -0.77 \cdot 10^{-10}$ (calculado pela equação (4.30)) e $\Lambda_{eff}^\varepsilon = 5.92866 \cdot 10^{-7}$ (calculado pela equação (4.25)).

Na Figura 5.3 apresenta-se a variação da reatividade obtida a partir de uma variação linear do número total de nêutrons emitidos por fissão no reator, representada por $N(t)=1-0.02t$, utilizando a equação (5.15) e o método numérico de referência detalhado, representado pela equação (5.26). A fonte externa considerada é representada por $Q(t)=1+0.002t$.

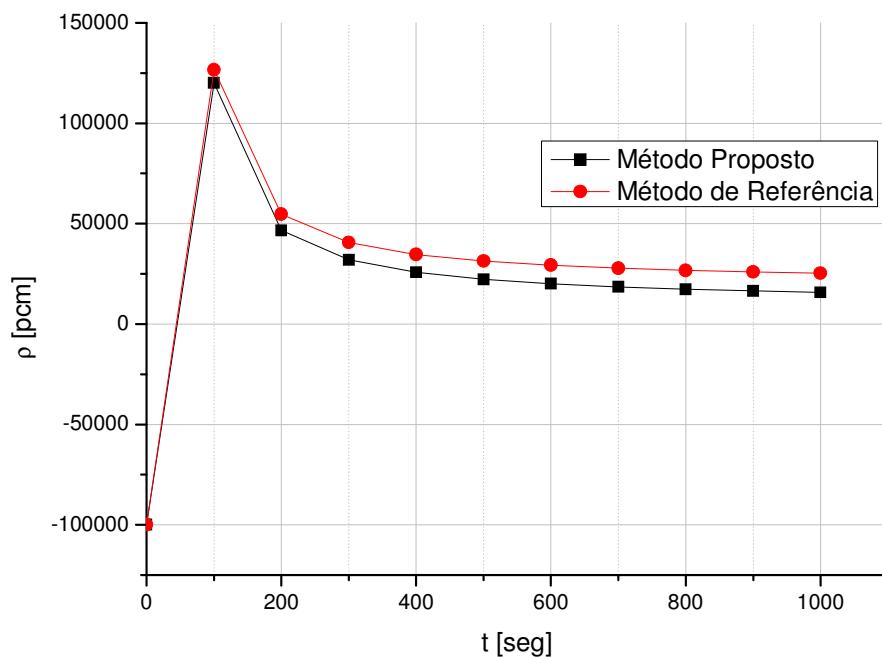


Figura 5.3 – Cálculo da reatividade através da equação (5.15), com $N(t)=1-0.02t$ e $Q(t)=1+0.002t$.

Na Figura 5.4 encontram-se a variação da reatividade obtida a partir de uma variação exponencial da população de nêutrons no reator escrita por $N(t)=\exp(-0.001t)$ utilizando a equação (5.18) também tomando como referência o método numérico, equação (5.26). A fonte externa usada é representada por $Q(t)=1+0.002t$.

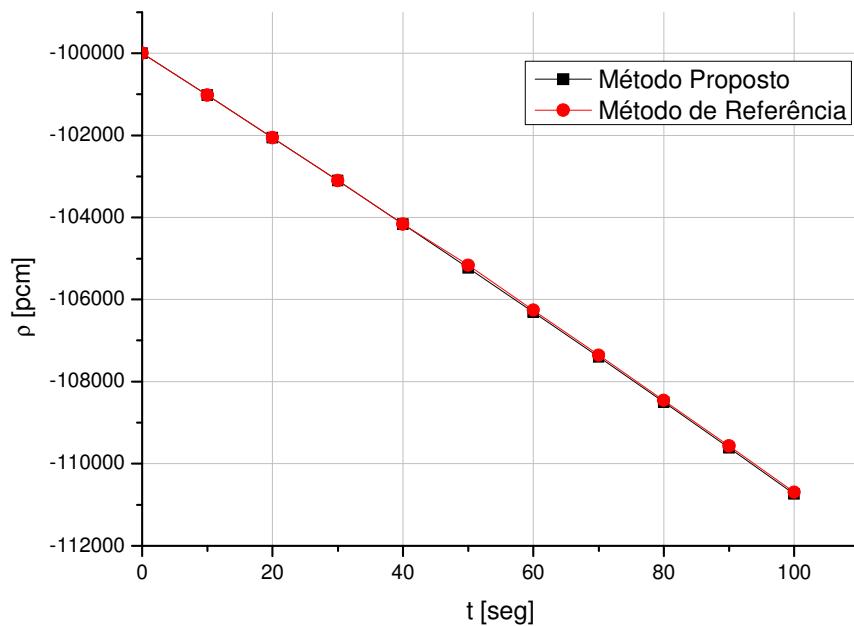


Figura 5.4 – Cálculo da reatividade através da equação (5.18), com $N(t)=\exp(-0.001t)$ e $Q(t)=1+0.002t$.

Através da comparação dos resultados da Figura 5.5 observa-se a concordância entre o método analítico para cálculo da reatividade para sistemas subcríticos pelo método inverso, equação (5.11), e o método numérico de referência. Sendo assim, pode ser realizado um estudo sobre a influência das fontes de nêutrons sobre a reatividade em sistemas subcríticos através da equação (5.11).

A variação de reatividade obtida a partir da equação (5.15) para diferentes valores de variação da fonte de nêutrons encontram-se na Figura 5.6 para uma população de nêutrons no reator representada por $N(t)=1-0.02t$.

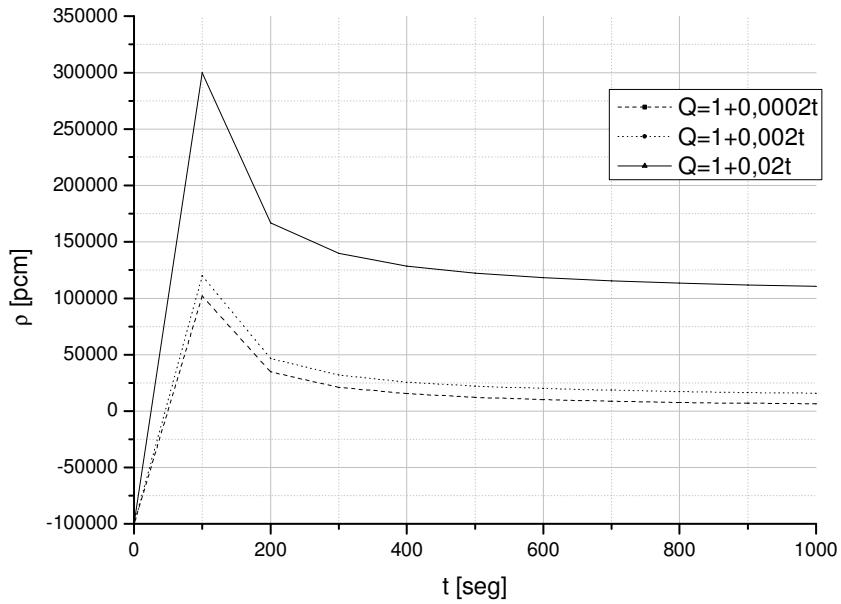


Figura 5.5 – Cálculo da reatividade através da equação (5.15), com $N(t)=1-0.02t$ para diferentes tipos de fontes externas.

Através dos resultados da Figura 5.5 pode-se perceber a influência da fonte externa de nêutrons na variação da reatividade quando a mesma cresce linearmente segundo a equação (5.13). Percebe-se um transiente entre o instante inicial e o instante $t=100$ segundos. Este transiente se deve ao fato de, para o caso de em que a população de nêutrons de fissão no reator decai linearmente e a fonte cresce linearmente, a produção de nêutrons provenientes da fonte superar o decréscimo devido a queda linear da população. Após $t=100$ segundos, a reatividade tende assintoticamente a zero, indicando que o sistema tende a um estado estacionário. Quanto maior o valor da fonte, mas lentamente o sistema atingirá um estado estacionário, como pode ser verificado pela figura 5.5.

A variação de reatividade obtida a partir da equação (5.18) para diferentes perfis de variação linear da população de nêutrons no reator encontra-se na Figura 5.6.

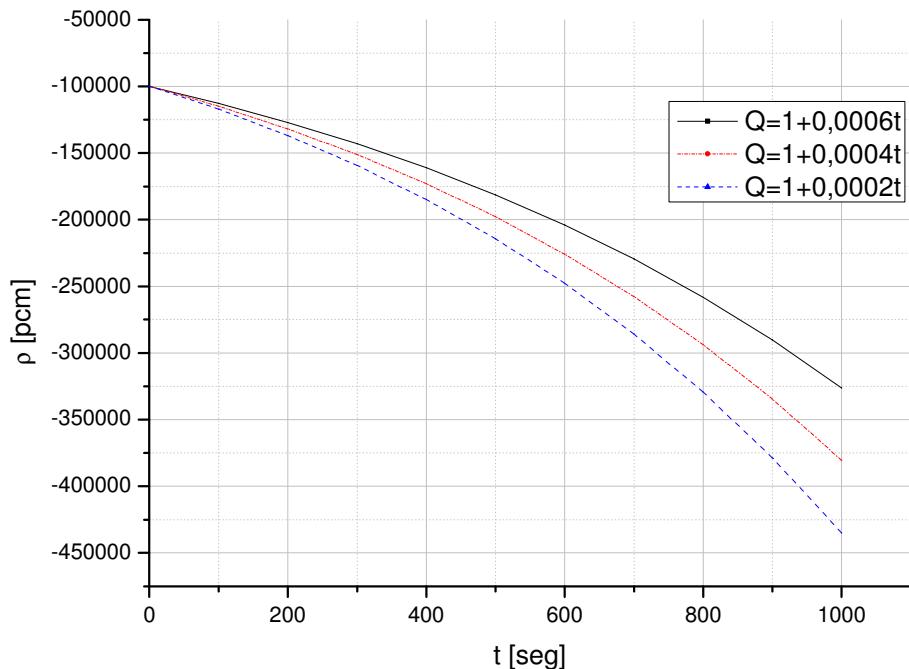


Figura 5.6 – Cálculo da reatividade através da equação (5.18), com $N(t)=\exp(-0.001t)$ para diversos tipos de fontes externas.

Como pode ser verificado pela figura 5.6, para o caso em que a população de nêutrons de fissão do reator decai exponencialmente e a fonte cresce linearmente segundo os parâmetros fornecidos para as situações da figura 5.6, o sistema tende a estados cada vez mais subcríticos, sendo essa tendência à subcriticalidade menor quanto maior for o valor da fonte externa de nêutrons.

CAPÍTULO VII

CONCLUSÕES

Os resultados numéricos apresentados nesta tese, obtidos com o novo sistema de equações da cinética pontual, apresentam boa acurácia nos casos testados. Além disto, pode-se ressaltar algumas características importantes do novo sistema de equações. Tal como o sistema convencional, o novo sistema de equações apresenta um termo relacionado à reatividade, embora desvinculado do parâmetro k_{eff} , mas que, no entanto se relaciona de igual forma com as perturbações nos parâmetros físicos do reator. O termo adjunto de fonte, tal como expresso pela equação (4.2), assegura que a função importância proposta se aproxime do fluxo adjunto na medida em que o reator nuclear se aproxima da criticalidade.

Percebe-se assim que a aproximação do fator forma pelo fluxo estacionário, solução da equação (2.5), acarretou um ajuste dos parâmetros integrais da equação (2.24) para estados bem próximos da criticalidade. Esperar-se-á então que a acurácia com a qual as equações da cinética pontual convencionais descrevam o comportamento dinâmico da população de nêutrons no reator para k_{eff} muito menor que 1 não seja muito boa, tendo-se apenas uma indicação de como a população de nêutrons no reator se comporta no tempo.

O parâmetro k_{sub} , introduzido empiricamente, se aproxima de k_{eff} conforme o núcleo do reator se aproxime da criticalidade, e desempenha um papel fundamental no termo de subcriticalidade presente no novo sistema de equações da cinética pontual. Uma vez que o parâmetro integral de subcriticalidade Γ , definido na equação (4.30), se aproxima de zero à medida que k_{eff} se aproxima da unidade, tem-se assegurado a consistência da presente proposta, pois o termo de subcriticalidade

$\Gamma N(t)$, na equação (4.31), deve existir apenas para compensar a subcriticalidade do reator, tendendo a desaparecer para condições próximas da criticalidade.

A equação da cinética pontual inversa para sistemas subcríticos apresentada nesta tese, equação (5.11), apresenta a possibilidade de considerar fontes arbitrárias, inclusive variáveis no tempo, para a determinação da reatividade em sistemas subcríticos. A formulação apresentada é simples e permite obter o comportamento da reatividade resultante de variações no tempo da população de nêutrons no reator e da fonte externa de nêutrons. Os resultados analíticos obtidos mostraram-se precisos através de comparação com resultados existentes na literatura e numéricos de referência.

Uma das aplicações do método proposto é a possibilidade de desenvolver reatímetros que permitam monitorar sistemas subcríticos de maneira contínua, independente do histórico de potência nuclear, que nesta tese foi expresso em termos do número total de nêutrons gerados por fissão.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Akcasu, Z., Lellouche, G. S., Shotkin, L. M., 1972. *Mathematical Methods in Nuclear Reactor Dynamics*, Academic Press, New York and London.

DIAZ, D.S., MARTINEZ, A.S., SILVA, F.C., 2007, "Formulation for the calculation of reactivity without nuclear power history", Jour. of Nucl. Sci. Tech., 9, 1149-1155.

Duderstadt, J. J., Hamilton, L. J., 1976. *Nuclear Reactor Analysis*, John Wiley and Sons, N.Y.

Dulla, S., Ravetto, P., Rostagno, M. M., Methods in accelerator-driven systems dynamics, In: Proceedings of the IAEA Workshop on “Technology and applications for accelerator driven systems (ADS)”, IAEA Workshop on “Technology and applications for accelerator driven systems (ADS, Trieste Ottobre 2003, pagine da 215 a 250)

GABRIELLI, F., CARTA, M., D'ANGELO, A. MASCHEK, W., RINEISKI, A., 2008, "Inferring the reactivity in accelerator driven systems: corrective spatial factors for Source-Jerk and area methods", Prog. In. Nucl. Energy, 50, 370-376.

Gandini, A., 2001. "HGPT based sensitivity methods for the analysis of subcritical systems", Annals of Nuclear Energy, 28, 1193.

Gandini, A., Salvatores, M., 2002. "The physics of subcritical multiplying systems", *Nuclear Science and Technology*, 39, pp.673-686.

GONÇALVES, A. C., MARTINEZ, A. S, Silva F. C., 2006, "Monitoração da Reatividade Através do Histórico da Potência Nuclear". IX Encontro de Modelagem Computacional, 2006, Belo horizonte - MG.

HENRY, ALLAN F., 1975. *Nuclear Reactor Analysis*, 1ed. Cambridge, Mass, The MIT press.

KIUSALAAS, J., 2005, "Numerical methods in engineering with MATLAB", Cambridge University Press, New York.

Nakamura, S., 1977. *Computational Methods in Engineering and Science*, first ed. John Wiley & Sons, New York.

Nishihara, K., Iwasaki, T., Udagawa, Y., 2003. "A new static and dynamic one-point equation and analytic and numerical calculations for subcritical system", *Journal of Nuclear Science and Technology*, **481**, pp.481-492.

Nuclear Energy Agency (NEA), 2002. "Accelerator-driven Systems (ADS) and Fast Reactors (FR) in Advanced Nuclear Fuel Cycles - A Comparative Study".

PALMA, D. A., MARTINEZ, A. S., GONÇALVES, A. C., 2009, "Analytical solution of point kinetics equations for linear reactivity variation during the start-up of a nuclear reactor", *Annals of Nuclear Energy*, 36, 1469-1471.

RUBBIA, C. et al., "Conceptual Design of a Fast Néutron Operated High Power Energy Amplifier", CERN Report, CERN/AT/95-44 (ET), Genebra, Setembro de 1995.

SCHIKORR, W. M., 2001. Assessments of the kinetic and dynamic transient behavior SHIMAZU, Y., NAING, W., 2005, "Some Technical Issues on continuous subcriticality monitoring by a digital reactivity meter during criticality approach", *Jour. of Nucl. Sci. Tech*, 6, 515-524.

SHIMAZU, Y., NAING, W., 2005, "Some Technical Issues on continuous subcriticality

monitoring by a digital reactivity meter during criticality approach", Jour. of Nucl. Sci. Tech, 6, 515-524.

SHIMAZU, Y., TSUJI, M., SUZUKI, N., 2002, "Feasibility study on subcriticality monitoring with a digital reactivity meter", Jour. of Nucl. Sci. Tech, 11, 1182-1189.

SHIMAZU, Y., UNESAKI, H., SUZUKI, N., 2003, "Subcriticality Monitoring with a Digital Reactivity Meter", Jour. of Nucl. Sci. Tech, 11, 970-974.