

SOBRE A APLICAÇÃO DE PROCESSOS SEMI-MARKOVIANOS À
ANÁLISE DA INDISPONIBILIDADE DE SISTEMAS DE PROTEÇÃO DO
TIPO LÓGICA DE VOTAÇÃO

Paulo Fernando Ferreira Frutuoso e Melo

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FE-
DERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS
PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA
NUCLEAR

Aprovada por:

Prof. Luiz Fernando Seixas de Oliveira, Ph.D.
(Presidente)

Prof. Basílio Bragança Pereira, Ph.D.

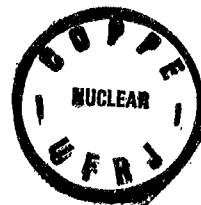
Prof. César Antônio Leal, Ph.D.

Prof. Cláudio Luiz Baraúna Vieira, Ph.D.

Prof. Dahi Gamerman, Ph.D.

Prof. Ruy Luiz Millidiú, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
DEZEMBRO DE 1992



*A meu pai que, por estar errado desde o começo,
provou, no fim, que sempre esteve absolutamente
certo.*

*A Cláudia, Beatriz e Eduardo, síntese de tudo, meus
caminhos e minhas inspirações.*

The Irish Elk, the Holy Roman Empire, and the English Horn form a strange ensemble indeed. But they share the common distinction of their completely inappropriate names. The Holy Roman Empire, Voltaire tells us, was neither holy, nor Roman, nor an empire. The English horn is a continental oboe; the original versions were curved, hence "angular" (corrupted to English) horn. The Irish Elk was neither exclusively Irish, nor an elk. It was the largest deer that ever lived. Its enormous antlers were even more impressive. Dr. Molyneux marveled at "these spacious horns" in the first published description of 1697. In 1842, Rathke described them in a language unexcelled for the expression of enormity as bewunderungswürdig. Although the Guinness book of world records ignores fossils and honors the American moose, the antlers of the Irish Elk have never been exceeded, or even approached, in the history of life. Reliable estimates of their total span range up to 12 feet. This figure seems all the more impressive when we recognize that the antlers were probably shed and regrown annually, as in all other true deer.

S. J. GOULD, *Ever Since Darwin, Reflections in Natural History*, Penguin Books, London, 1980, pág. 79.

FRUTUOSO E MELO, PAULO FERNANDO FERREIRA

Sobre a Aplicação de Processos Semi-Markovianos à Análise da Indisponibilidade de Sistemas de Proteção do Tipo Lógica de Votação [Rio de Janeiro] 1992.

IX, 220 p., 29.7 cm (COPPE/UFRJ, D.Sc., Engenharia Nuclear, 1992)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Aplicação de Processos Semi-markovianos I. COPPE/UFRJ
- II. Título (Série).

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Luiz Fernando Seixas de Oliveira gostaria de agradecer pela sugestão do tema deste trabalho e pelas considerações críticas e sempre bem colocadas que teceu ao longo do seu desenvolvimento e, mais do que isto, pelos anos de convivência profissional que muito me ensinaram.

Ao Prof. César Antônio Leal, do Departamento de Engenharia Nuclear da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, por me haver honrado com sua presença na banca e, principalmente, por me haver municiado com referências bibliográficas valiosas, bem como pelas muitas discussões construtivas.

Ao Prof. Ruy Luiz Milidiú, do Departamento de Informática da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro pela úteis discussões ao longo do desenvolvimento do trabalho, além de valiosas indicações bibliográficas e também pela participação na banca de defesa.

Aos Profs. Cláudio Luiz Baraúna Vieira, do Programa de Engenharia Oceânica, Basílio de Bragança Pereira, do Programa de Engenharia de Produção e Dani Garmann, do Instituto de Matemática desta Universidade, pela participação na banca.

Gostaria de registrar um agradecimento muito especial ao Dr. Luiz Alberto Ilha Arrieta, meu orientador de mestrado, por ter sido meu primeiro professor nesta área de pesquisa e trabalho.

Ao Programa de Engenharia Nuclear da COPPE/UFRJ por me haver possibilitado a dedicação exclusiva indispensável ao desenvolvimento deste trabalho, pela isenção das minhas atividades docentes e administrativas.

Ao antigo PRONUCLEAR (Programa de Geração de Recursos Humanos do Setor Nuclear) da CNEN por financiar parte deste trabalho, através de bolsa de estudo.

Aos colegas Profs. Sonia Kinrys, Paulo Victor Fleming e Milton Roedel Salles, em doutoramento no exterior, a primeira na Universidade da Califórnia, em Berkeley, o segundo na Universidade de Bradford, Inglaterra e o terceiro na Universidade

de Estrasburgo, França, companheiros de longos bate-papos pela rede Bitnet, pelas cópias valiosíssimas de referências bibliográficas que sempre me enviaram de maneira rápida e eficiente e pelo apoio fundamental com relação às últimas novidades editoriais na linha de pesquisa que originou este trabalho.

Ao Prof. Antonio Carlos Marques Alvim pela paciência e boa vontade em discutir e esclarecer muitos pontos na parte numérica deste trabalho.

Ao Dr. Robert Youngblood, do Brookhaven National Laboratory, que tem participado conosco nas atividades de pesquisa nesta linha e trouxe muitas sugestões valiosas e úteis.

Ao Dr. Roy Billinton, da Universidade de Saskatchewan, Canadá, pela gentileza em me enviar cópias de trabalhos de sua autoria.

Ao Dr. Ioannis A. Papazoglou, diretor do Centro de Pesquisa Nuclear Demokritos, Atenas, Grécia, sempre gentil e atencioso, pelas referências bibliográficas e cópias de alguns de seus trabalhos que me enviou.

A Carl H. Albrecht pela colaboração no desenvolvimento de alguns dos programas de computador utilizados para ilustrar a metodologia proposta e alguns dos desenhos.

A Flávio Genelhou por desenvolver todos menos alguns dos desenhos em computador.

A Glace Farias da Costa pelo apoio editorial.

Finalmente, a todos aqueles que, direta ou indiretamente colaboraram de alguma forma para tornar este trabalho possível e que deixei de citar por limitações de memória ou espaço, meus sinceros agradecimentos.

Resumo da dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D. Sc.)

SOBRE A APLICAÇÃO DE PROCESSOS SEMI-MARKOVIANOS À ANÁLISE DA INDISPONIBILIDADE DE SISTEMAS DE PROTEÇÃO DO TIPO LÓGICA DE VOTAÇÃO

Paulo Fernando Ferreira Frutuoso e Melo

Dezembro 1992

Orientador: Luiz Fernando Seixas de Oliveira

Programa: Engenharia Nuclear

Discutimos a aplicação de processos semi-markovianos à análise da indisponibilidade de sistemas de proteção do tipo lógica de votação (k -de- N), com o intuito de atacar dois problemas que apresentam relevância prática: a modelagem dos intervalos de duração dos testes dos canais e a consideração de tempos de reparo não exponenciais dos mesmos.

Inicialmente, é discutido um modelo de análise dos sistemas de proteção com até 5 canais nos intervalos intertestes considerando um modelo markoviano, para levar em conta a possibilidade de ocorrência de altas taxas de demanda, visando estender resultados já apresentados para até dois canais. Este modelo é uma extensão inédita de modelos já discutidos na literatura.

Esse modelo markoviano possibilita desenvolver a análise considerando que a falha de um canal é revelada por uma demanda real do sistema ou, alternativamente, a revelação da falha só ocorre quando pelo menos k canais falham. As implicações práticas deste desdobramento são importantes, pois possibilitam discutir diferentes políticas de atuação do sistema em distintas circunstâncias.

Foi escrito um programa de computador, denominado RAMPSMM, para desenvolver a análise markoviana mencionada.

São apresentados resultados para diferentes configurações do sistema, com resultados gerados pelo programa RAMPSMM, após ser feita uma comparação com resultados já publicados na literatura para os casos de 1 e 2 canais. Mostra-se que a concordância dos resultados é bastante razoável e que o comportamento da frequência de acidentes em função da taxa de demanda é preservada, isto é, para altas taxas de demanda, como se encontram tipicamente em instalações de processo, a frequência de acidentes pode crescer consideravelmente, dependendo do modelo de reparo dos canais adotado, pois é necessário levar em conta a taxa de demanda no cálculo da indisponibilidade do sistema de proteção, antes de calcular a frequência de acidentes.

Em seguida, é discutido um modelo novo para o intervalo intertestes por meio de um processo semi-markoviano. A razão para isto, é que por ser este tempo constante, o processo que o descreve não é markoviano. Ao se desenvolver o modelo, levam-se em conta as influências de diferentes políticas e parâmetros como, por exemplo, a taxa de demanda (supondo a ocorrência de *test override*), teste sequencial ou escalonado dos canais (no caso de 2 canais), etc.

Também é feita uma análise considerando que os tempos de reparo dos canais são não exponenciais, sendo modelados por distribuições binominais negativas, obtidas pela discretização de distribuições gama, assumidas para os tempos de reparo.

Um segundo programa, denominado RAMPSSM, foi desenvolvido para obter a frequência de acidentes considerando o teste do sistema e, segundo opção do usuário, admitindo que os tempos de reparo dos canais possam seguir uma distribuição binomial negativa.

As limitações da metodologia proposta são discutidas, particularmente no que toca a sua implantação computacional, no caso do modelo semi-markoviano, em particular.

Abstract of the Dissertation presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D. Sc.).

ON THE APPLICATION OF SEMI-MARKOVIAN PROCESSES TO THE UNAVAILABILITY ANALYSIS OF MAJORITY VOTING PROTECTIVE SYSTEMS

Paulo Fernando Ferreira Frutuoso e Melo

December 1992

Thesis supervisor: Luiz Fernando Seixas de Oliveira

Department: Nuclear Engineering

In this work the application of semi-Markovian processes to the unavailability analysis of majority voting protective systems is discussed aiming at modeling two problems that possess practical relevance: explicit consideration of test intervals and possibility of including nonexponential repair times.

Initially, protective systems up to 5 channels are modeled considering intervals between tests by means of a Markovian model in order to take into account the possibility of high demand rates. This model is a new extension of previous ones already published in the literature.

The above mentioned Markovian model allows for considering either that the failure of a single channel is revealed by a real system demand or, alternatively, the failure is revealed only when k channels are found failed. Practical implications of this policies are important as they allow for different system actuation policies to be discussed and evaluated.

A computer code named *RAMPSMM* has been written in order to perform the aforementioned analysis.

Results for different system configurations are shown and compared to published results concerning one and two channels. Those results agree adequately and the effect of higher demand rates on the systems is acknowledged.

Next, a new semi-markovian model for the the intervals between tests is discussed. The reason for employing it is that it describes a time interval that is constant, so that its describing process is not Markovian anymore. The model takes into account the influence of different parameters and repair policies as, for example, demand rate (considering the possibility of test overrides), staggered and sequential test policies and so on.

Another consideration is made concerning the possibility of nonexponential repair times. These kind of repair times are modeled by means of negative binomial distributions which correspond to discretized gamma densities assumed for the repair times.

A second computer code named *RAMPSSM* has been written to perform the analysis considering semi-Markovian processes.

The advantages and limitations of the proposed methodology are discussed in detail mainly concerning its computational implementation particularly as related to semi-Markovian processes.

LISTA DE FIGURAS

Figura (I.1) -	Freqüência de Incidentes Maiores na Indústria Química no Mundo de 1910 a 1970.	2
Figura (I.2) -	Uma Visão Geral e Simplificada de uma Avaliação Probabilística de Segurança	5
Figura (I.3) -	Ilustração do Efeito Dominó: (a) Fatores que Causam a Seqüência de Acidente: (b) Ação que a Evita	6
Figura (I.4) -	Diagrama Simplificado de uma Instalação de Processo Típica	6
Figura (I.5) -	Sistema de Proteção de uma Instalação Industrial	7
Figura (I.6) -	Diagrama Simplificado do Sistema de Proteção de Reatores Nucleares	7
Figura (I.7) -	Canal Sensor de um Sistema de Proteção	8
Figura (I.8) -	Sistemática de uma Análise Probabilística de Acidente, Ilustrada com um Exemplo Prático	9
Figura (I.9) -	Sistema Automático de Proteção Típico para um Reator Nuclear Resfriado a Gás	11
Figura (II.1) -	Evolução Temporal do Sistema de 2 Bombas	16
Figura (II.2) -	Ilustração da Idéia de Processo de Renovação	21
Figura (II.3) -	Diagrama de Transição de Estados para um Componente Sujeito a Reparo	25
Figura (II.4) -	Ilustração de um Modelo Markoviano para um Sistema de 2 Componentes Sujeitos a Falhas de Causa Comum	27
Figura (II.5) -	Uma Trajetória Possível para um Processo Semi-markoviano Discreto no Tempo	32
Figura (II.6) -	Processo Semi-markoviano: (a) sem Transições Virtuais e (b) Considerando Duas Transições Virtuais	33
Figura (II.7) -	Caracterização do Processo Semi-markoviano para a Análise do Exemplo da Locadora de Automóveis	38
Figura (II.8) -	Evolução Temporal dos Elementos $\phi_{11}(n)$ e $\phi_{22}(n)$ de $\Phi(n)$	41
Figura (IV.1) -	Diagrama de Transição de Estados para um Canal	57
Figura (IV.2) -	Comportamento Temporal do Sistema de Proteção com um Canal	57
Figura (IV.3) -	Evolução Temporal do Sistema de Proteção de um Canal que Partiu do Estado 1	60

Figura (IV.4) -	Evolução Temporal do Sistema de Proteção de um Canal que Partiu do Estado 2	61
Figura (IV.5) -	Evolução Temporal do Sistema de Proteção de um Canal que Partiu do Estado 3	62
Figura (IV.6) -	Diagrama de Transição de Estados Considerando um Sistema com 3 Componentes e Falhas de Causa Comum	65
Figura (IV.7) -	Região de Análise para o Caso de 3 Canais	67
Figura (IV.8) -	Conjunto de Planos para a Análise do Problema de 4 Canais	68
Figura (IV.9) -	Conjunto de Conjuntos de Planos para a Análise do Problema com 5 Canais	71
Figura (IV.10) -	Diagrama de Transição para o Sistema com 2 Canais Sujeito à Lógica 2 - 2 : F, Considerando a Revelação da Falha de um Canal	73
Figura (IV.11) -	Diagrama de Transição para o Sistema com 2 Canais Sujeito à Lógica 1 - 2 : F, Considerando a Revelação da Falha de um Canal	73
Figura (IV.12) -	Diagrama de Transição para o Sistema com 3 Canais Sujeito à Lógica 3 - 3 : F, Considerando a Revelação da Falha de um Canal	76
Figura (IV.13) -	Diagrama de Transição para o Sistema com 3 Canais Sujeito à Lógica 2 - 3 : F, Considerando a Revelação da Falha de um Canal	77
Figura (IV.14) -	Diagrama de Transição para o Sistema com 3 Canais Sujeito à Lógica 1 : 3 : F, Considerando a Revelação da Falha de um Canal	78
Figura (IV.15) -	Diagrama de Transição para o Sistema com 2 Canais Sujeito à Lógica 2 - 2 : F, Considerando que a Falha de um Canal não é Revelada	79
Figura (IV.16) -	Diagrama de Transição para o Sistema Sujeito à Lógica 3 - 3 : F, Considerando que a Falha de até 2 Canais não é Revelada	79
Figura (IV.17) -	Diagrama de Transição para o Sistema Sujeito à Lógica 2 - 3 : F, Considerando que a Falha de um Canal não é Revelada	80
Figura (V.1) -	Diagrama de Transição de Estados para o Sistema com um Canal Considerando o Modelo Semi-markoviano	90

Figura (V.2) -	Diagrama Temporal para a Análise do Sistema com 2 Canais e Testes Escalonados dos Mesmos	95
Figura (V.3) -	Diagrama Temporal para a Análise Considerando o Teste Seqüencial dos 2 Canais	100
Figura (VI.1) -	Distribuição Gama para Alguns Valores de Seus Parâmetros	111
Figura (VI.2) -	A Distribuição Binomial Negativa para alguns de Seus Parâmetros	112
Figura (VI.3) -	Diagrama de Transição de Estados para o Sistema de Proteção de um Canal Sujeito a Tempos de Reparo Não Exponenciais	115
Figura (VII.1) -	Frequência de Acidentes para 1 Canal Considerando Altas Taxas de Demanda e os dois Modelos de Reparo	122
Figura (VII.2) -	Variação da Frequência de Acidentes com a Taxa de Demanda para 1 Canal Considerando as Diferentes Políticas de Reparo	126
Figura (VII.3) -	Variação da Frequência de Ocorrência de Acidentes em Função da Probabilidade de Falha no Reparo dos Canais para um Canal	127
Figura (VII.4) -	Variação da Frequência de Acidentes em Função da Probabilidade de Falha do Canal Considerando o Modelo de Reparo QA e um Canal	128
Figura (VII.5) -	Variação de η em Função de v Considerando Correção do Intervalo de Análise para um Canal	129
Figura (VII.6) -	Variação de η em Função de v Considerando o Modelo de Reparo FA e a Correção do Intervalo de Análise para um Canal	130
Figura (VII.7) -	Frequência de Acidente para os Modelos de Reparo QAU e FAU Considerando 2 Canais	131
Figura (VII.8) -	Frequência de Acidente Considerando os Modelos QAU e QAR de Reparo para 2 Canais	132
Figura (VII.9) -	Frequência de Acidente Considerando os Modelos de Reparo Off-line para 2 Canais	133
Figura (VII.10) -	Efeito de Falhas de Causa Comum sobre a Frequência de Acidentes Considerando o Modelo de Reparo QAR e 2 Canais	133
Figura (VII.11) -	Efeito de Falhas de Causa Comum sobre a Frequência de Acidentes Considerando o Modelo de Reparo FAR para 2 Canais	134

Figura (VII.12) - Influência da Eficiência de Reparo sobre a Frequência de Acidentes considerando o Modelo de Reparo QAR para 2 Canais	135
Figura (VII.13) - Influência da Eficiência do Reparo sobre a Frequência de Acidentes Considerando o Modelo de Reparo QAU para 2 Canais	135
Figura (VII.14) - Influência da Eficiência de Reparo sobre a Frequência de Acidente Considerando o Modelo de Reparo FAR para 2 Canais	136
Figura (VII.15) - Influência da Eficiência de Reparo sobre a Frequência de Acidentes Considerando o Modelo de Reparo FAU para 2 Canais	136
Figura (VII.16) - Influência da Correção Temporal sobre a Frequência de Acidentes Considerando o Modelo de Reparo QAR para 2 Canais	137
Figura (VII.17) - Influência da Correção Temporal sobre a Frequência de Acidentes Considerando o Modelo de Reparo FAR para 2 Canais	138
Figura (VII.18) - Influência das Políticas de Reparo sobre a Frequência de Acidente para 2 Canais (MuPol = 2: Reparo Concomitante, MuPol = 1: Reparo Individual)	139
Figura (VII.19) - Comparação entre os Resultados dos Modelos QAR e FAR para a Frequência de Acidentes considerando 3 Canais	140
Figura (VII.20) - Influência da Taxa de Reparo sobre a Frequência de Acidentes considerando o Modelo QAR para 3 Canais	141
Figura (VII.21) - Comparação entre os Modelos de Reparo QAU e FAU para o Sistema com 3 Canais	142
Figura (VII.22) - Comparação entre os Modelos QAR e QAU para 3 Canais	143
Figura (VII.23) - Comparação entre os Modelos FAR e FAU para 3 Canais	144
Figura (VII.24) - Influência de Falhas de Causa Comum sobre a Frequência de Acidentes Considerando o Modelo QAR para 3 Canais	144
Figura (VII.25) - Influência de Falhas de Causa Comum sobre a Frequência de Acidentes Considerando o Modelo FAR para 3 Canais	145
Figura (VII.26) - Influência da Eficiência de Reparo dos Canais considerando	

	o Modelo de Reparo QAR para 3 Canais	146
Figura (VII.27) -	Influência da Eficiência de Reparo dos Canais Considerando o Modelo de Reparo FAR para 3 Canais	146
Figura (VII.28) -	Influência da Eficiência do Reparo Considerando o Modelo QAU para 3 Canais	147
Figura (VII.29) -	Influência da Eficiência do Reparo Considerando o Modelo FAU para 3 Canais	147
Figura (VII.30) -	Influência da Correção Temporal Considerando o Modelo QAR para 3 Canais	148
Figura (VII.31) -	Influência da Correção Temporal Considerando o Modelo FAR para 3 Canais	148
Figura (VII.32) -	Influência de Falhas de Causa Comum Parciais Considerando 3 Canais	149
Figura (VII.33) -	Influência das Políticas de Reparo sobre a Frequência de Acidente Considerando 3 Canais	150
Figura (VII.34) -	Comparação entre os Modelos QAR e FAR para 4 Canais	151
Figura (VII.35) -	Influência da Taxa de Reparo sobre a Frequência de Acidentes Considerando o Modelo QAR para 4 Canais	152
Figura (VII.36) -	Comparação entre os Modelos QAU e FAU para 4 Canais	153
Figura (VII.37) -	Comparação entre os Modelos QAR e QAU para 4 Canais	153
Figura (VII.38) -	Comparação entre os Modelos FAR e FAU para 4 Canais	154
Figura (VII.39) -	Influência de Falhas de Causa Comum considerando o Modelo QAR para 4 Canais	155
Figura (VII.40) -	Influência de Falhas de Causa Comum considerando o Modelo FAR para 4 Canais	155
Figura (VII.41) -	Influência da Eficiência do Reparo dos Canais para 4 Canais	157
Figura (VII.42) -	Influência da Eficiência do Reparo para o Modelo FAR considerando 4 Canais	157
Figura (VII.43) -	Influência da Eficiência do Reparo dos Canais considerando o Modelo QAU para 4 Canais	158
Figura (VII.44) -	Influência da Eficiência do Reparo dos Canais considerando o Modelo FAU para 4 Canais	158
Figura (VII.45) -	Influência da Correção Temporal considerando o Modelo QAR para 4 Canais	160

Figura (VII.46) - Influência da Correção Temporal considerando o Modelo FAR para 4 Canais	160
Figura (VII.47) - Influência da Consideração de Falhas de Causa Comum parciais para 4 Canais	161
Figura (VII.48) - Influência das Políticas de Reparo considerando 4 Canais	161
Figura (VII.49) - Comportamento de η considerando $\gamma = p_0 = p_1 = p_2 = 0,6$ (curva 1), 0,8 (curva 2) e 1,0 (curva 3), Modelo de Reparo QA e 1 Canal	170
Figura (VII.50) - Comportamento de η para o Modelo FA-M, considerando os mesmos parâmetros da Figura (VII.49)	170
Figura (VII.51) - Comportamento de η em Função de t_D para o Modelo QA - M e 1 Canal (Curva 1: $t_D = 2$ d, 2: $t_D = 1$ d, 3: $t_D = 0$)	172
Figura (VII.52) - Comportamento de η em Função de t_D para o Modelo FA - M e 1 Canal (Curvas 1 e 2: $t_D = 1$ d e 2d; $t_D = 0$)	172
Figura (VII.53) - Comportamento de η para 2 Canais considerando o Modelo QAR - M e $\alpha = (1,0)$	189
Figura (VII.54) - Comportamento de η para o Modelo FAR - M considerando 2 Canais	190
Figura (VII.55) - Comportamento de η para o Modelo QAU - M considerando 2 Canais	191
Figura (VII.56) - Comportamento de η para o Modelo FAU - M considerando 2 Canais	192
Figura (VIII.1) - Resultados do Modelo SM - SM para 1 Canal considerando o Modelo de Reparo QA	200
Figura (VIII.2) - Comportamento de η considerando o Modelo SM - SM para o Modelo de Reparo FA	201

LISTA DE TABELAS

Tabela (IV.1) -	Análise de Sensibilidade para a Configuração com Três Componentes Considerando o Modelo α para Falhas de Causa Comum	68
Tabela (IV.2) -	Número de Pontos a Analisar em Função do Passo para o Caso de Três Componentes	69
Tabela (IV.3) -	Análise de Sensibilidade para a Configuração com Quatro Componentes Considerando o Modelo α para Falhas de Causa Comum	70
Tabela (IV.4) -	Análise de Sensibilidade para a Configuração com Cinco Componentes Considerando o Modelo α para Falhas de Causa Comum	70
Tabela (IV.5) -	Códigos Utilizados na Caracterização dos Modelos de Análise em Função das Políticas de Reparo e da Condição de Revelação da Falha de um Canal	72
Tabela (IV.6) -	Descrição dos Estados para a Análise do Sistema de Proteção de 2 Canais	74
Tabela (IV.7) -	Estados Considerados no Cálculo da Frequência de Ocorrência de Acidentes para as Configurações com 2 Canais	75
Tabela (V.1) -	Alguns Resultados Ilustrativos de Chances de Ocorrência de Demandas no Intervalo de Teste para Valores Típicos da Taxa de Demanda e do Tempo de Duração do Teste	86
Tabela (V.2) -	Caracterização dos Tempos de Espera das Transições (M = Markoviana; SM = Semi-markoviana)	91
Tabela (V.3) -	Definição dos Estados por Componente para o Caso do Intervalo de Teste Considerando 2 Canais	96
Tabela (V.4) -	Discussão das Transições Possíveis para o Sistema com 2 Canais	97
Tabela (VII.1) -	Comparação de Valores Assintóticos para a Frequência de Ocorrência de Acidentes Considerando a Solução Analítica e a Numérica	122
Tabela (VII.2) -	Resultados para um Canal Considerando o Modelo QA e τ_p igual a 1 ano	123
Tabela (VII.3) -	Resultados para um Canal Considerando o Modelo QA e τ_p igual a 1 mês	123

Tabela (VII.4) - Resultados para um Canal Considerando o Modelo FA e τ_p igual a 1 ano	124
Tabela (VII.5) - Resultados para um Canal Considerando o Modelo FA e τ_p igual a 1mês	124
Tabela (VII.6) - Resultados para um Canal Considerando o Modelo FN e τ_p igual a 1 ano	125
Tabela (VII.7) - Resultados para um Canal Considerando o Modelo FN e τ_p igual a 1 mês	125
Tabela (VII.8) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QA-M	164
Tabela (VII.9) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QA - M	165
Tabela (VII.10) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QA - M	167
Tabela (VII.11) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QA - M	167
Tabela (VII.12) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FA -M	168
Tabela (VII.13) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FA - M	168
Tabela (VII.14) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FA - M	169
Tabela (VII.15) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FA - M	169
Tabela (VII.16) - Casos a analisar no Contexto do Modelo M - SM para 2 Canais	174
Tabela (VII.17)- Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QAR - M considerando 2 Canais	179
Tabela (VII.18) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QAR - M considerando 2 Canais	179
Tabela (VII.19) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QAR - M considerando 2 Canais	180

Tabela (VII.20) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QAR - M considerando 2 Canais	180
Tabela (VII.21) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QAU - M considerando 2 Canais	182
Tabela (VII.22) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QAU - M considerando 2 Canais	182
Tabela (VII.23) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QAU - M considerando 2 Canais	183
Tabela (VII.24) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QAU - M considerando 2 Canais	183
Tabela (VII.25) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FAR - M considerando 2 Canais	185
Tabela (VII.26) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FAR - M considerando 2 Canais	185
Tabela (VII.27) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FAR - M considerando 2 Canais	186
Tabela (VII.28) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FAR - M considerando 2 Canais	186
Tabela (VII.29) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FAU - M considerando 2 Canais	187
Tabela (VII.30) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FAR - M considerando 2 Canais	187
Tabela (VII.31) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FAR - M considerando 2	

Canais	188
Tabela (VII.32) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FAR - M considerando 2 Canais	188
Tabela (VIII.1) - Variação da Frequência de Acidentes em Função da Duração do Teste para 1 Canal Considerando o Modelo QA - SM	195
Tabela (VIII.2) - Variação da Frequência de Acidentes em Função da Duração do Teste para 1 Canal Considerando o Modelo QA - SM	195
Tabela (VIII.3) - Variação da Frequência de Acidentes em Função da Duração do Teste para 1 Canal Considerando o Modelo QA - SM	196
Tabela (VIII.4) - Variação da Frequência de Acidentes em Função da Duração do Teste para 1 Canal considerando o Modelo QA - SM	196
Tabela (VIII.5) - Variação da Frequência de Acidentes em Função da Duração do Teste para 1 Canal Considerando o Modelo FA - SM	197
Tabela (VIII.6) - Variação da Frequência de Acidentes em Função da Duração do Teste para 1 Canal considerando o Modelo FA - SM	198
Tabela (VIII.7) - Variação da Frequência de Acidentes em Função da Duração do Teste para 1 Canal considerando o Modelo FA - SM	198
Tabela (VIII.8) - Variação da Frequência de Acidentes em Função da Duração do Teste para 1 Canal considerando o Modelo FA - SM	199

ÍNDICE

CAPÍTULO I	Introdução	1
CAPÍTULO II	Processos Semi-Markovianos Aplicados à Engenharia de Confiabilidade	14
	II.1 - Introdução	14
	II.2 - Processos Estocásticos	15
	II.3 - Processo de Contagem	18
	II.4 - Processo de Poisson	18
	II.5 - Processo de Renovação	20
	II.6 - Processo Markoviano	23
	II.7 - Processo Semi-Markoviano	30
CAPÍTULO III	Resenha de Estudos de Confiabilidade de Sistemas de Proteção	43
CAPÍTULO IV	Modelos Markovianos para os Intervalos Intertestes (Modelos M)	54
	IV.1 - Introdução	54
	IV.2 - Características Gerais dos Dois Modelos Markovianos	55
	IV.3 - Tratamento das Falhas de Causa Comum	62
	IV.4 - Primeiro Modelo Markoviano: a Falha de um Canal é Revelada pela Demanda do Sistema de Proteção	70
	IV.5 - Segundo Modelo Markoviano: a Falha de um Canal Não é Revelada pela Demanda do Sistema de Proteção	74
CAPÍTULO V	Modelo Semi-Markoviano para os Intervalos de Teste	80
	V.1 - Introdução	80
	V.2 - Modelo Semi-markoviano para os Períodos de Teste do Sistema de Proteção com um Canal	80
	V.3 - Modelo Semi-markoviano para a Análise dos Períodos de Teste Considerando o Sistema de Proteção com mais de um Canal	92
CAPÍTULO VI	Modelo Semi-Markoviano para os Intervalos Intertestes	104
	VI.1 - Introdução	104
	VI.2 - A Distribuição Gama	105
	VI.3 - A Distribuição Binomial Negativa	106
	VI.4 - Modelo Semi-markoviano para os Intervalos Intertestes Considerando o Sistema de Proteção com um Canal	110

	VI.5 - Modelo Semi-markoviano para os Intervalos Intertestes Considerando o Sistema de Proteção com Dois Canais	113
CAPÍTULO VII	Resultados para o Modelo Composto M - SM	119
	VII.1 - Introdução	119
	VII.2 - Casos Analisados e Resultados Obtidos com o Modelo M	120
	VII.2.1) Resultados do modelo M para 1 Canal	120
	VII.2.2) Resultados do modelo M para 2 Canais	131
	VII.2.3) Resultados do modelo M para 3 Canais	140
	VII.2.4) Resultados do modelo M para 4 Canais	151
	VII.3 - Casos Analisados e Resultados Obtidos com o Modelo M - SM	162
	VII.3.1) Resultados do modelo M - SM para 1 Canal	162
	VII.3.2) Resultados do modelo M - SM para 2 Canais	174
CAPÍTULO VIII	Resultados para o Modelo Composto SM - SM	193
CAPÍTULO IX	Conclusões e Recomendações	202
	Referências Bibliográficas	210

APRESENTAÇÃO

Vorrei concludere con due osservazioni: *fare una tesi significa divertirsi e la tesi è come il maiale, non se ne buta via niente.*

UMBERTO ECO, *Come si Fa una Tesi di Laurea*, Gruppo Editoriale Fabbri-Bompiani, Sonzogno, Etas Spa, Milano, XVI - Edizione "Tascabili Bompiani", 1977, pág. 247.

Out of this nettle, danger, we pluck this flower, safety.

SHAKESPEARE, *First Part of Henry IV*, Act II, Scene III.

A tecnologia moderna aponta para a utilização de instalações industriais com capacidade de produção sempre crescente, o que implica em maior complexidade de projeto e operação e, portanto, em investimentos incessantes. As condições físicas de operação tendem a tornar-se mais exigentes e, em vista disto, as conseqüências de um comportamento inconfiável das mesmas são bem mais severas, advindo daí a importância que tem tido a análise de segurança de instalações industriais, Wells (1980), Glasstone & Sesonske (1981), Wells & Rose (1986), Thomson (1987), Withers (1988), Lieberman (1988), Kharabanda & Stallworthy (1988).

O gráfico apresentado na Figura (I.1) é bem ilustrativo do comportamento mencionado no parágrafo anterior. Dados compilados na indústria química em todo o mundo mostram uma tendência estritamente crescente, a partir dos anos 50, do número de incidentes (com o potencial de ocasionar perdas humanas e materiais), Carson & Mumford (1979).

No contexto da indústria química, que tem sofrido uma notável expansão desde a Primeira Guerra Mundial e uma evolução ainda mais vertiginosa desde a Segunda, a natureza perigosa de muitos dos materiais empregados e a necessidade de se obterem avaliações independentes dos perigos de uma instalação de processo para o cálculo de

prêmios de seguro, fez com que uma abordagem atuarial para a análise de segurança fosse adotada, o que levou, inclusive, ao emprego da expressão *prevenção de perdas*, significando as perdas financeiras decorrentes dos danos causados às instalações industriais, reclamações de terceiros e produção perdida, Thomson (1987). Fala-se, mesmo, em *Prevenção de Perdas na Indústria de Processo*, Lees (1980). Cabe lembrar aqui que a expressão indústria de processo engloba, dentre outras, Shreve & Brink (1980):

- nuclear;
- petroquímica;
- cloroquímica;
- farmacêutica; etc.

Nos anos que se seguiram à Segunda Guerra Mundial, o crescimento da aplicação de equipamentos eletrônicos na área militar (ainda largamente baseados em válvulas termiônicas), começou a gerar novos problemas como mostram, por exemplo, os resultados de um estudo efetuado, no final da década de 40, segundo os quais somente um terço dos equipamentos eletrônicos militares nos Estados Unidos estava disponível a qualquer instante e o restante, em reparo, Shooman (1990). A dificuldade mencionada, deu origem à área de engenharia conhecida como Engenharia de Confiabilidade, Thomson (1987). A importância desta área, daí em diante, não conheceu limites. Na década de 50, a confiabilidade de equipamentos eletrônicos aumentou consideravelmente em virtude do surgimento dos transistores e, hoje, a Engenharia de Confiabilidade encontra aplicação em todos os ramos industriais.

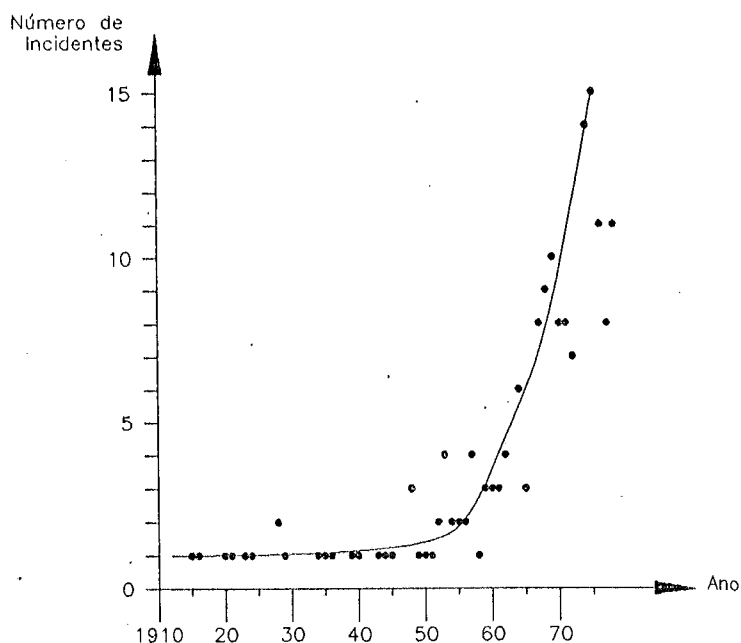


Figura (I.1) - *Frequência de Incidentes Maiores na Indústria Química no Mundo no Período de 1910 a 1970.*

A indústria nuclear adotou, inicialmente, uma abordagem para a análise de

segurança baseada no conceito de acidente máximo imaginável, Glasstone & Sesonske (1981), na qual o pior acidente possível é proposto e a instalação projetada para acomodar ou minimizar os efeitos do mesmo. Tradicionalmente, este acidente é o LOCA (Acidente de Perda de Refrigerante) juntamente com um terremoto de intensidade 7.0 na escala Richter. A dificuldade desta abordagem está no fato de que ela pressupõe que qualquer acidente mais severo que este é *inimaginável*, Thomson (1987).

Farmer (1967) sugeriu uma abordagem mais rigorosa para a avaliação da segurança de centrais nucleares, por meio do uso de uma abordagem probabilística. Para ele, dada uma instalação industrial genérica, a frequência aceitável de acidentes que possam vir a redundar em danos a terceiros varia inversamente com a magnitude das suas conseqüências. Aqui, observamos a idéia de um critério de segurança expresso em termos de *probabilidade e conseqüências*.

Em uma instalação industrial de processo, o *input* pode consistir de materiais, energia ou outros itens afins, tais como informação (p. ex., no caso de sistemas de controle) e, dentro da mesma, algum processo de conversão tem lugar, o que ocasiona um *output*, tal como de materiais ou energia.

Um reator nuclear, por exemplo, converte em calor a energia do combustível à base de urânio. Esse calor pode então ser empregado na geração de vapor e, finalmente, de energia elétrica. Similarmente, processos de conversão têm lugar em instalações químicas, as quais, freqüentemente, operam a altas temperaturas e pressões. Sob condições anormais de operação, perdas financeiras de alta monta podem ocorrer devido a danos causados à instalação, ou perda de produção, as quais podem ser seguidas de ferimentos ou mesmo mortes tanto de seus funcionários como do público. Desenvolvimentos tecnológicos incessantes têm conduzido a instalações mais complexas, de custo muito maior e, freqüentemente, fazendo uso de materiais mais reativos do que antes, McCormick (1981), Green (1983), Lees (1980).

Para essas situações, é pertinente considerar acidentes potenciais, os quais podem ser definidos como eventos não planejados ou controlados que alteram a operação das instalações, conduzindo-as a condições perigosas e, desta forma, aumentando a chance de ocorrência de perdas humanas e financeiras, Heinrich (1959).

Nas instalações industriais, a ocorrência de uma condição de acidente será dada pela combinação da ocorrência de algum evento anormal (e. g., pressão alta em um vaso de pressão) e a falha do sistema particular projetado para evitar ou mitigar suas conseqüências, Haddon *et alii* (1964).

O desenvolvimento de uma análise probabilística de segurança de uma instalação de processo requer conhecimentos de várias áreas e, de forma a clarificar a sua utilização, a Figura (I.2) apresenta um diagrama simplificado do procedimento básico a ser seguido, Thomson (1987). O ponto importante a discutir aqui, se refere ao papel desempenhado pela engenharia de confiabilidade neste contexto.

Têm sido objeto de grande confusão os termos *perigo* e *risco*. Cabe-nos aqui clarificá-los, para permitir uma adequada compreensão das discussões posteriores.

Um caminhão carregado com isocianato de metila representa um perigo, uma vez que o mesmo pode, por exemplo, capotar e, com isso, lançar o produto químico venenoso no meio ambiente, situação em que se fala de risco. Ficará claro, em face de discussões posteriores, que um papel fundamental é desempenhado pelos sistemas de proteção neste contexto, uma vez que eles podem *dinamitar* a ponte de acesso do perigo ao risco.

Do ponto de vista observacional ou empírico, começamos dizendo que o risco de uma instalação industrial, **R**, é função de três fatores, ou seja:

$$R = f(P, F, C), \quad (I.1)$$

onde, uma vez identificados os perigos, representados pela variável **P**, e calculadas as freqüências de ocorrência dos cenários relacionados com cada um deles (variável **F**) e, em seguida as suas respectivas conseqüências (variável **C**), podemos chegar à definição operacional de risco, segundo a qual, Okrent (1979), podemos escrever:

$$R = \sum_{\text{cenários}} F(P, Pr) \times C(Pr), \quad (I.2)$$

onde o somatório deve ser considerado em relação aos cenários de acidentes, ou seja, para cada cenário de acidente, sua freqüência de ocorrência e respectivas conseqüências devem ser calculadas. Observe-se, na Eq. (I.2), que a freqüência depende dos perigos identificados e da indisponibilidade dos sistemas de proteção (**Pr**), enquanto as conseqüências dependem

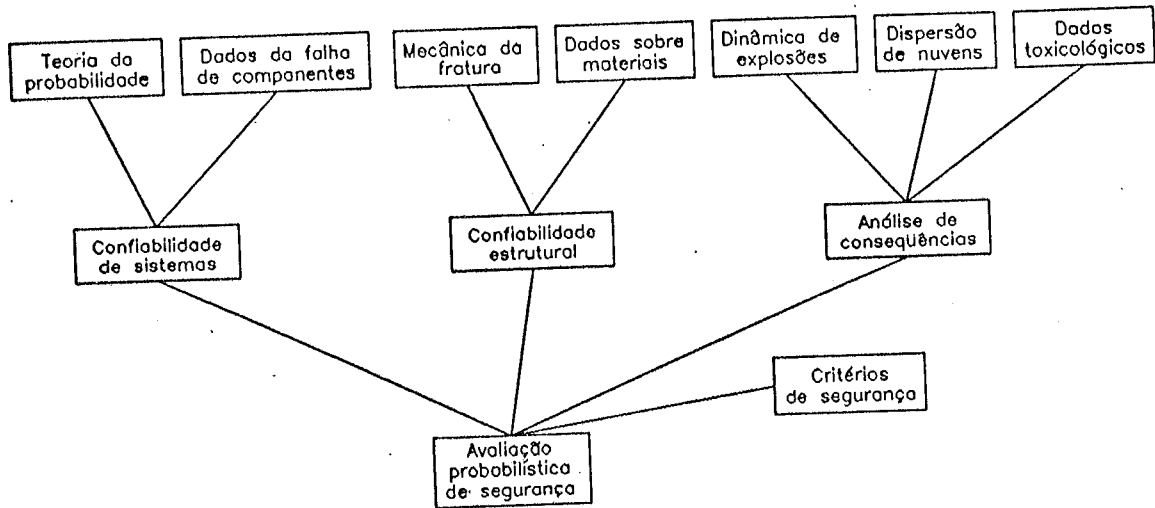


Figura (I.2) - Visão Geral e Simplificada de uma Avaliação Probabilística de Segurança em uma Instalação de Processo

dos perigos identificados.

Assim, o primeiro retângulo da segunda linha na Figura (I.2) expressa a área da Engenharia de Confiabilidade conhecida como Confiabilidade de Sistemas, a qual, lançando mão de técnicas como a análise por árvores de falhas, Roberts *et alii* (1981), permite calcular atributos de confiabilidade de sistemas de instalações industriais. Para tanto, conforme mostrado na figura, são necessários conhecimentos de probabilidade e de dados de confiabilidade (isto é, informações como tempos de falha e de reparo de componentes). Os sistemas que nos interessam diretamente neste trabalho, se encontram neste retângulo. Por outro lado, a segunda caixa da mesma linha na Fig. (I.2), apresenta a segunda área da Engenharia de Confiabilidade, i. e., a Confiabilidade Estrutural, a qual permite obter a probabilidade de ruptura de vasos de pressão, por exemplo. Note-se que, na consideração da ruptura de um vaso de pressão, pode ser necessário, dentre outros, o cálculo da probabilidade de funcionamento de um sistema destinado a aliviar a sua pressão, o que caracteriza uma aplicação conjunta das duas áreas da Engenharia de Confiabilidade.

Historicamente, ao se revisarem os fatores atinentes aos atributos de confiabilidade de interesse de uma instalação industrial, pode-se deduzir de imediato que a quebra do efeito dominó de uma seqüência de eventos potencialmente perigosos [Figura

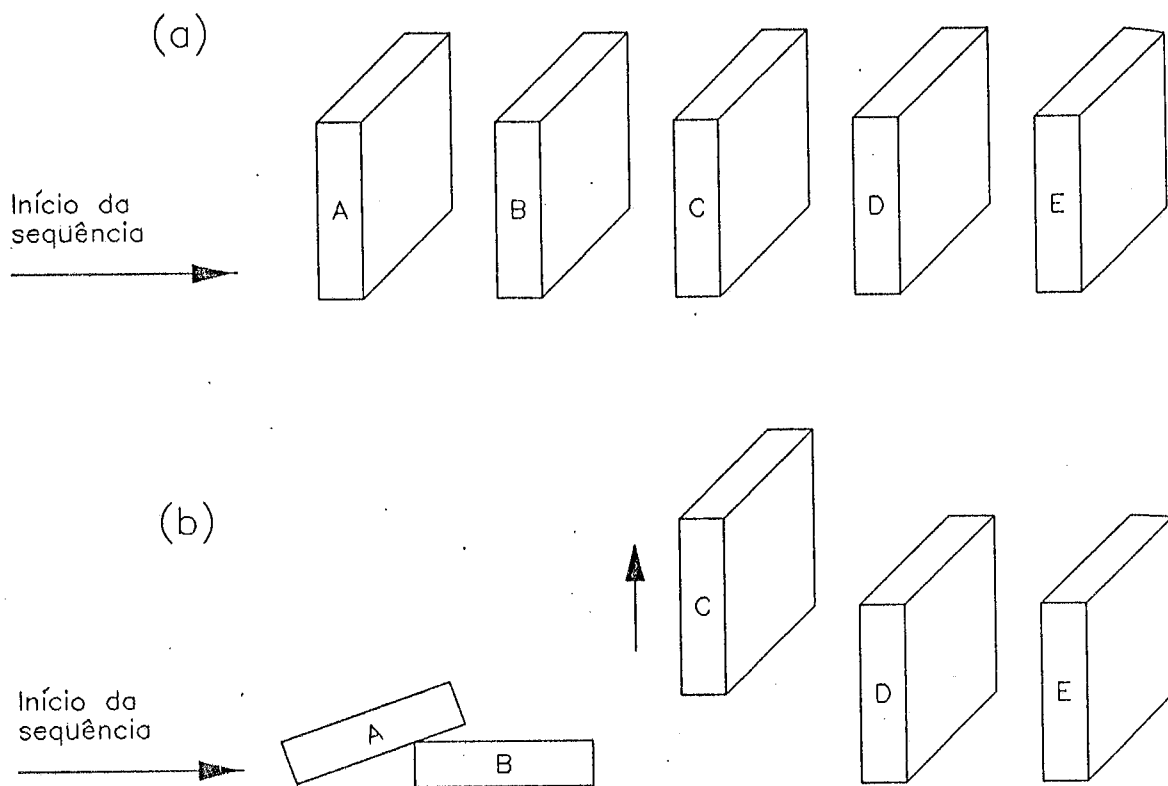


Figura (I.3) - Ilustração do Efeito Dominó: (a) Fatores Causadores da Seqüência de Acidente; (b) Ação que a Evita.

(I.3)] deu origem à necessidade de introdução de sistemas automáticos de proteção altamente confiáveis, com projetos e concepções variados, dependentes da instalação industrial a que sejam aplicados, Green (1983).

A Figura (I.4) apresenta o esquema simplificado de uma instalação industrial de processo típica. Note-se que os aspectos de segurança estão claramente ligados ao controle de variáveis de estado, as quais determinam o desligamento ou não de toda a instalação. Observe-se, também, o papel desempenhado pelos sistemas de proteção, colocados sob os títulos de *Dispositivos de Desligamento e Circuitos de Segurança*.

As instalações industriais, em geral, são equipadas com sistemas cuja função é proteger o público, seus funcionários e equipamentos contra os efeitos destrutivos causados por acidentes nos quais substâncias tóxicas ou inflamáveis possam ser liberadas para o meio ambiente.

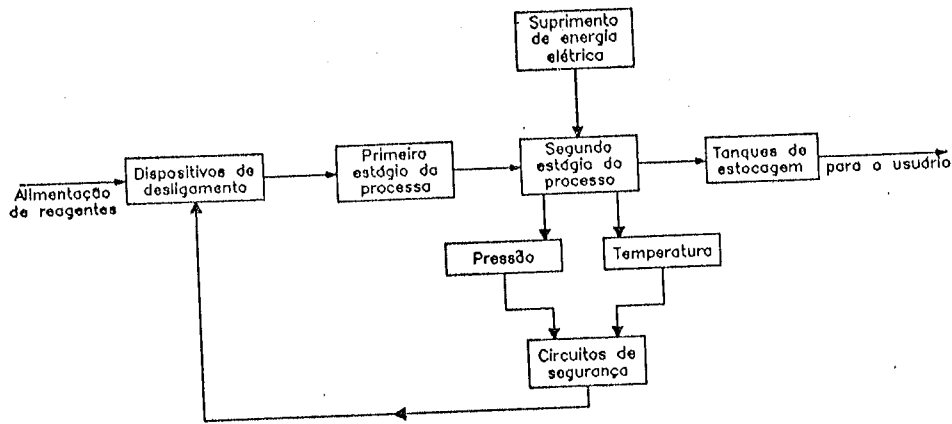


Figura (I.4) - Diagrama Simplificado de uma Instalação de Processo Típica

O ICI Pressure Vessel Inspection Code define um sistema de proteção como sendo qualquer dispositivo automático que protege um equipamento contra sobrepressão, sobretemperatura, sobreenchimento, corrosão, explosão ou outras condições perigosas, Lees (1980). A Figura (I.5) apresenta o diagrama genérico de um sistema de proteção de uma planta industrial, Green (1983), realçando os seus elementos funcionais. Variáveis de estado são monitoradas por elementos sensores e, dependendo dos valores observados, são tomadas ações de desligamento ou não.

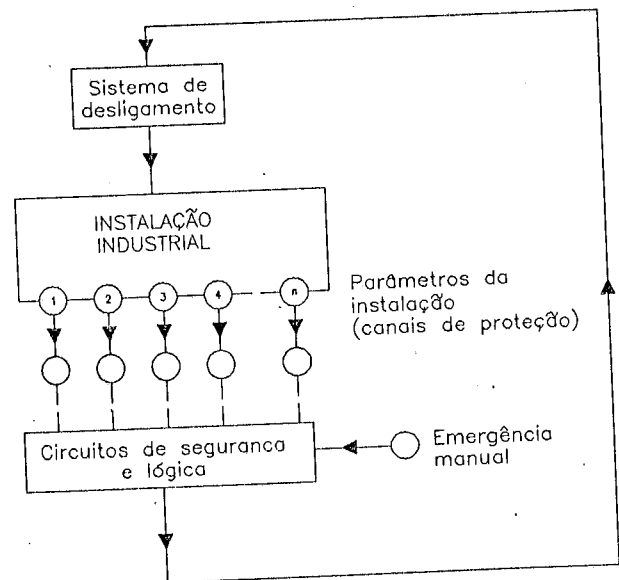


Figura (I.5) - Sistema de Proteção de uma Instalação Industrial

No contexto de centrais nucleares, o sistema de proteção do reator é definido como aquele que o desliga e mantém em uma condição segura na ocorrência de um transiente ou disfunção que possa causar danos ao núcleo do reator, precipuamente por sobreaquecimento, Glasstone & Sesonske (1981).

A Figura (I.6) apresenta o diagrama genérico de um sistema de proteção de um reator nuclear. Aqui, especificamente, a instalação industrial é o reator, porém, a

um reator nuclear. Aqui, especificamente, a instalação industrial é o reator, porém, a filosofia de atuação permanece inalterada.

A Figura (I.7) apresenta um canal sensor de um sistema de proteção que emprega uma lógica de atuação do tipo 2-de-3, ou seja, se dois dos conjuntos sensor/amplificador detectarem um desvio no parâmetro medido, os circuitos de desligamento serão ativados.

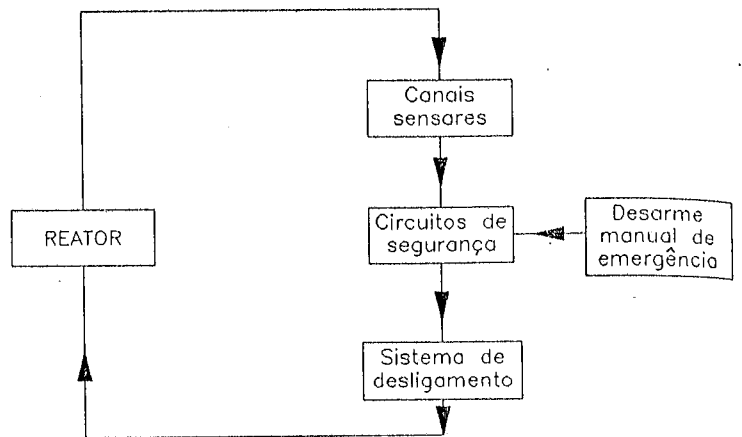


Figura (I.6) - Diagrama Simplificado do Sistema de Proteção de Reatores Nucleares

Como exemplos de sistemas de proteção, podemos citar: válvulas de alívio de pressão, discos de ruptura, filtros e suspiros de tanques, válvulas de retenção, governadores e desarmes mecânicos, sistemas de desarme por instrumentação, sistemas de alarme, sistemas *sprinkler*, sistemas de água de combate a incêndios, etc., Lees (1980). Um exemplo de sistema de desarme por instrumentação que apresenta interesse direto é o do reator nuclear. A Figura (I.9), que será apresentada e discutida mais adiante, dá uma boa idéia deste, para um reator resfriado a gás.

Tipicamente, os sistemas de proteção mencionados anteriormente, são de reserva ou espera (*standby*) e periodicamente testados. Como um exemplo, temos o sistema de proteção de reatores nucleares,

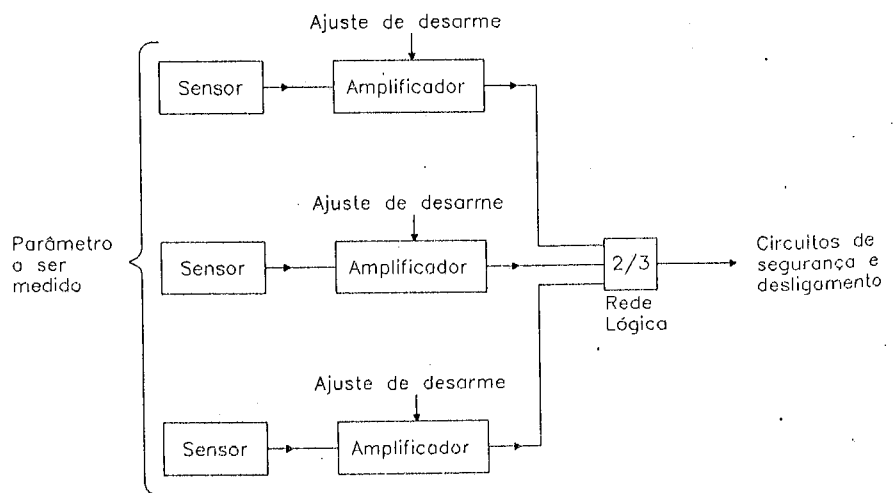


Figura (I.7) - Canal Sensor de um Sistema de Proteção

Glasstone e Sesonske (1981), que monitora uma série de variáveis de estado e, dependendo dos valores que estas venham a assumir, desliga o reator de forma segura, evitando, portan-

to, a ocorrência de acidentes.

O atributo de confiabilidade que interessa calcular, no contexto dos sistemas de proteção, é a sua indisponibilidade média, U , a qual depende das taxas de falha, λ , e reparo, μ , dos componentes que o constituem, bem como das políticas de teste e manutenção adotadas e da configuração lógica dos mesmos.

Contudo, do ponto de vista da análise probabilística de segurança da instalação, o parâmetro que efetivamente releva considerar é a frequência de ocorrência de acidentes, η , dada pelo produto da frequência do evento iniciador de acidentes (também denominada taxa de demanda, ν) pela indisponibilidade média do respectivo sistema de proteção, Figura (I.8), onde se considera tacitamente que esta última independe da primeira:

$$\eta = \nu \cdot U(\lambda, \nu) . \quad (I.3)$$

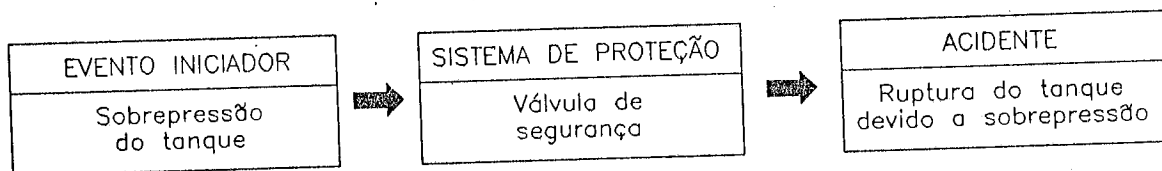


Figura (I.8) - Sistemática de uma Análise Probabilística de um Acidente, Ilustrada com um Exemplo Prático

A análise em questão é feita, normalmente, com o auxílio de árvores de eventos, pois é comum que sejam demandados vários sistemas de proteção, NUREG/CR-2300 (1983). Sabe-se, contudo, que o procedimento em questão é válido somente se a taxa de demanda for adequadamente baixa, como ocorre em relação à grande maioria dos eventos iniciadores de acidentes em centrais nucleares, WASH-1400 (1975), não atingindo 1 por ano.

Entretanto, um efeito significativo da taxa de demanda sobre a indisponibilidade média do sistema de proteção pode ser encontrado sempre que aquela assumir valores mais altos, como é comum acontecer em instalações de processo. Esta influência já foi analisada na prática para alguns casos (e. g., sistemas de proteção não reparáveis

e sistemas com até dois canais redundantes), como teremos oportunidade de discutir. Assim, nestes casos, devemos escrever:

$$\eta = v \cdot U(\lambda, \mu, v) . \quad (I.4)$$

Nosso propósito, neste trabalho, é desenvolver aplicações de um processo estocástico específico, qual seja, o semi-markoviano, que permitam analisar o comportamento do sistema de proteção de maneira dinâmica, com o intuito de levar em conta uma série de aspectos que influenciam o seu desempenho de maneira marcante e, assim, obter a sua indisponibilidade média e, por extensão, a respectiva frequência de ocorrência de acidentes.

Admitiremos que os sistemas de proteção são constituídos por N canais idênticos e sujeitos a lógicas de atuação do tipo k -de- N : F , ou seja, para que ocorra a falha do sistema, devem falhar pelo menos k dos N canais.

A razão disso é que, na sua grande maioria, os sistemas de proteção empregam este tipo de lógica, a qual apresenta vantagens sobejamente conhecidas para lidar com duas situações antagônicas: ocorrência de desarme (ou desligamento) da instalação quando esta se encontra em uma situação de emergência e, de desarmes espúrios, quando em operação normal. Além disso, consideramos que N pode chegar a 5, situação em que estaremos cobrindo cerca de 90% dos casos reais.

A importância da lógica k -de- N para sistemas de proteção pode ser aquilatada através de um exame perfunctório da Figura (I.9), na qual diversas lógicas deste tipo são empregadas para executar variadas funções no contexto de um sistema de desarme de um reator nuclear resfriado a gás.

As possíveis falhas dos canais serão divididas em reveladas e não reveladas, sendo a diferença levada em conta pela maneira como será considerada a taxa de demanda do sistema. A razão deste desmembramento é que o estado do sistema só é conhecido ou pela ocorrência de uma demanda, ou pela realização do teste dos seus canais. Vemos, portanto, que cada canal está sujeito a três estados. Uma flexibilidade proporcionada pelos modelos estocásticos é a possibilidade de incluir neles falhas parciais do sistema, ou alternativamente, ampliar a dualidade *falha/sucesso*. A vantagem da inclusão da taxa de demanda é que assim podemos analisar a sua influência quando os valores que assume são

altos, o que ocorre comumente nas instalações de processo. Um outro aspecto relevante considerado é a análise do sistema considerando a possibilidade de uma demanda revelar ou não a falha de um único canal.

Um aspecto extremamente importante dos modelos em questão é a possibilidade do intervalo de tempo da análise (comumente considerado como período entre paradas sucessivas para manutenção da instalação industrial) não necessariamente conter um número inteiro de intervalos entre testes. Este aspecto tem relevância prática, por ser encontrável em numerosas instalações industriais, nas quais são empregadas rotinas de inspeção e/ou manutenção de equipamentos que possuem intervalos entre testes que não necessariamente são divisores inteiros dos períodos entre paradas para manutenção da instalação.

Os testes e reparos efetuados no sistema de proteção não são considerados perfeitos, i. e., existe a chance de ocorrência de erros humanos que restauram o sistema a uma condição degradada. Um outro aspecto relacionado com os testes, diz respeito à possibilidade dos mesmos não revelarem a existência de falhas, ou então revelarem falhas espúrias. Também é levado em conta o tempo de duração dos mesmos. Os modelos contemplam ainda a possibilidade dos testes serem seqüenciais ou escalonados.

Uma última questão relacionada com os testes dos canais que também é considerada, refere-se à possibilidade de ocorrência de um *test override* (TO), ou seja, dependendo da lógica de atuação do sistema, considerar a ocorrência de uma interrupção do teste para que seja atendida uma demanda real como, por exemplo, para o sistema com 1 canal. A consideração do TO pode redundar em contribuições quantitativas relevantes.

Falhas de causa comum dos canais são consideradas tanto na análise entre testes como durante estes últimos.

A organização deste trabalho é apresentada a seguir.

No Capítulo II são discutidos os modelos estocásticos aplicados, partindo dos processos de contagem e especificando o de Poisson; em seguida, é discutido brevemente o conceito de processo de renovação, por sua relevância nas aplicações a serem feitas posteriormente. Abordadas estas idéias fundamentais, partimos, então, para a discussão dos

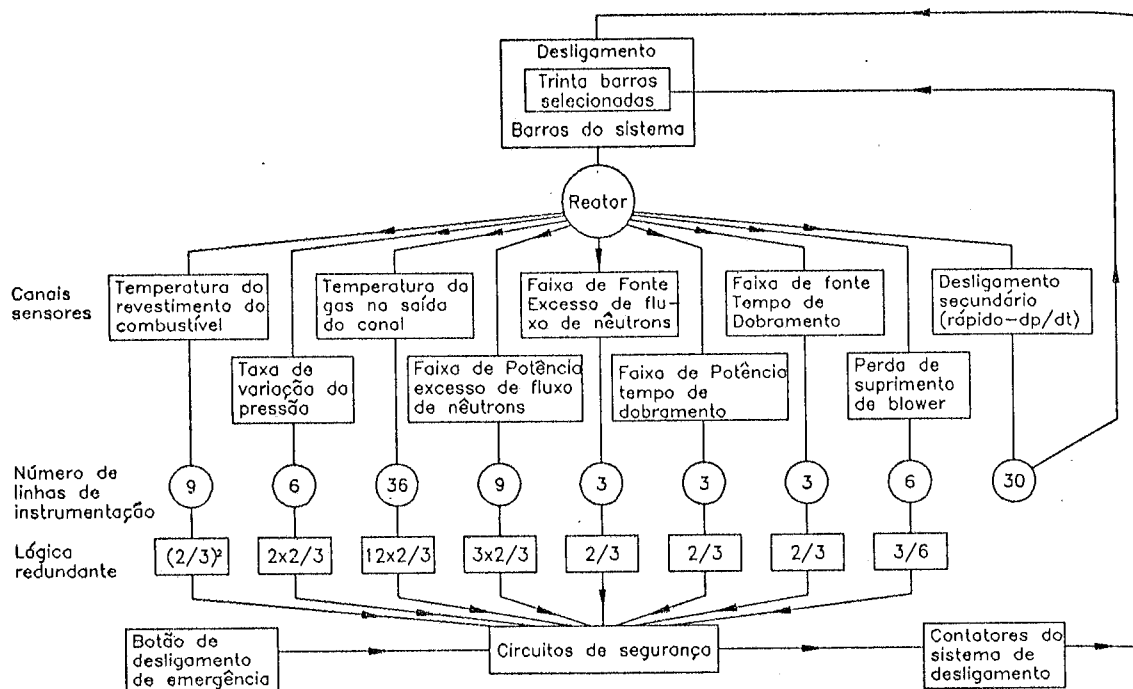


Figura (I.9) - Sistema de Desligamento de um Reator Resfriado a Gás

processos markovianos e semi-markovianos, mostrando que, na realidade, os primeiros são um caso particular dos últimos.

No Capítulo III, fazemos uma resenha de estudos de confiabilidade de sistemas de proteção, realçando aqueles cuja natureza nos interessa, quais sejam, os que fazem uso de processos estocásticos.

Os Capítulos IV, V e VI apresentam e discutem os modelos estocásticos desenvolvidos no âmbito deste trabalho.

O Capítulo IV, é reservado para o modelo markoviano dos períodos entre testes. Suas características são apresentadas e discutidas em detalhe. Todos os aspectos mencionados anteriormente são levados em conta.

No Capítulo V, é apresentado o modelo semi-markoviano para os intervalos de duração dos testes dos canais. Inicialmente, é apresentado o modelo para um canal e, em seguida, para mais de um. As razões para esta separação, prendem-se a que é mais simples e fisicamente mais eficiente abordar primeiramente um único canal, sendo o modelo também melhor compreendido e aplicado. A abordagem de mais de um canal,

introduz a necessidade de consideração de falhas de causa comum, bem como a necessidade de se especificar a política de realização dos testes (ou seja, se os mesmos são sucessivos ou escalonados). Nos sistemas com mais de um canal, a própria lógica de avaliação influencia a modelagem.

Uma outra característica atraente do modelo semi-markoviano é que os testes nos canais não exigem a definição de estados adicionais: os mesmos estados considerados no modelo markoviano empregado para a análise entre testes continuam a ser empregados na análise destes últimos. Os testes são encarados como intervenções humanas sobre o sistema e não como estados especiais do mesmo.

Finalmente, o Capítulo VI contempla a última situação modelada neste trabalho, a qual se prende à consideração da possibilidade dos tempos de reparo dos canais não seguirem a distribuição exponencial, conforme documentado na literatura há bastante tempo. Veremos como tratar esta situação e obter resultados significativos, através de modelos markovianos de renovação.

No Capítulo VII, apresentamos os resultados obtidos com o primeiro modelo completo formulado, o qual, por simplicidade de referência, é denominado $M - SM$. Como a própria sigla sugere, os tempos entre testes subsequentes de canais são modelados por meio do processo markoviano (descrito e discutido no Capítulo IV); os intervalos de duração de teste dos canais, por outro lado, são modelados por intermédio do processo apresentado no Capítulo V. Após a apresentação do modelo, os resultados obtidos com o mesmo são também exibidos.

No Capítulo VIII, apresentamos os resultados obtidos com o segundo modelo completo formulado, o qual é denominado $SM - SM$. Neste caso, tanto os períodos intertestes como os de teste dos canais, são modelados por meio de processos semi-markovianos. Especificamente, o processo semi-markoviano adotado para os períodos intertestes é o descrito no Capítulo VI. Os períodos de realização dos testes são modelados através do processo semi-markoviano descrito no Capítulo V, também empregado no modelo apresentado no Capítulo VII.

Finalmente, as conclusões atingidas, bem como recomendações e sugestões para trabalhos de pesquisa futuros nesta área são discutidos no Capítulo IX.

PROCESSOS SEMI-MARKOVIANOS APLICADOS À ENGENHARIA DE CONFIABILIDADE

The word "stochastic" is of Greek origin... In seventeenth century English, the word "stochastic" had the meaning "to conjecture, to aim at a mark." It is not quite clear how it acquired the meaning it has today of "pertaining to chance."

E. PARZEN, *Stochastic Processes*, Holden-Day, San Francisco, 1962, pág. 7.

2. *Le temps* qui est une application linéaire $t: \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}$ de l'espace vectoriel \mathbf{R}^4 des translations de l'Univers sur l'axe réel du temps".

V. ARNOLD, *Les Méthodes Mathématiques de la Mécanique Classique*, Editions Mir, Moscou, 1976, pág. 14.

II.1 - Introdução

A análise da indisponibilidade e, conseqüentemente, da freqüência de ocorrência de acidentes para os sistemas de proteção do tipo k -de-5 : F , segundo as hipóteses já apresentadas no capítulo anterior, pressupõe o emprego de um tipo específico de processo estocástico, qual seja, o semi-markoviano.

A discussão apresentada neste capítulo, envolverá os conceitos relevantes empregados na elaboração dos modelos a serem apresentados nos subseqüentes.

Particularmente, serão discutidos os conceitos de processo de contagem, processo de Poisson e de renovação. Em seguida, os processos markovianos, centrais para os modelos desenvolvidos. Ver-se-á que estes podem ser separados em processos de Poisson e de renovação.

II.2 - Processos Estocásticos

Suponhamos um sistema constituído por duas bombas ligadas em paralelo. Seja $Z(t)$ a variável aleatória que define o estado deste sistema no instante de tempo t . Existe uma variável aleatória associada a cada valor de t . A família de variáveis aleatórias $\{ Z(t), t \geq 0 \}$ é denominada processo estocástico. Os valores assumidos pelo processo, isto é, os valores que a função $Z(t)$ pode assumir, são denominados estados do sistema e o conjunto de todos os possíveis estados é denominado espaço de estados. O conjunto dos valores possíveis do parâmetro indexador é denominado espaço paramétrico. No exemplo citado, o parâmetro indexador é o tempo mas outros tipos de parâmetros indexadores podem ser empregados. O número de fibras em um ponto particular de um fio de lã, pode ser considerado como um processo estocástico, sendo o comprimento do fio o parâmetro, Cox & Miller (1965).

O processo estocástico é, portanto, considerado como um modelo de um sistema que evolui no tempo de acordo com leis probabilísticas.

Consideremos o sistema de duas bombas anteriormente citado. O seu espaço de estados é definido da forma abaixo:

$Z(t) = 0$, as duas bombas funcionam;

$Z(t) = 1$, uma bomba funciona;

$Z(t) = 2$, nenhuma bomba funciona.

Suponhamos que, em $t = 0$, as duas bombas estejam funcionando e ambas sejam observadas por um período de 12 horas. O estado do sistema em função do tempo, tipicamente, pode ser semelhante ao apresentado na Figura (II.1). Estas observações são denominadas realizações do processo estocástico. Note-se que o funcionamento de exatamente uma bomba assegura o sucesso parcial do sistema (isto é, a 50% da sua capacidade plena).

Os processos estocásticos podem ser classificados em relação à natureza do espaço de estados e do espaço de parâmetros. As combinações possíveis são as seguintes, Singh & Billinton (1977):

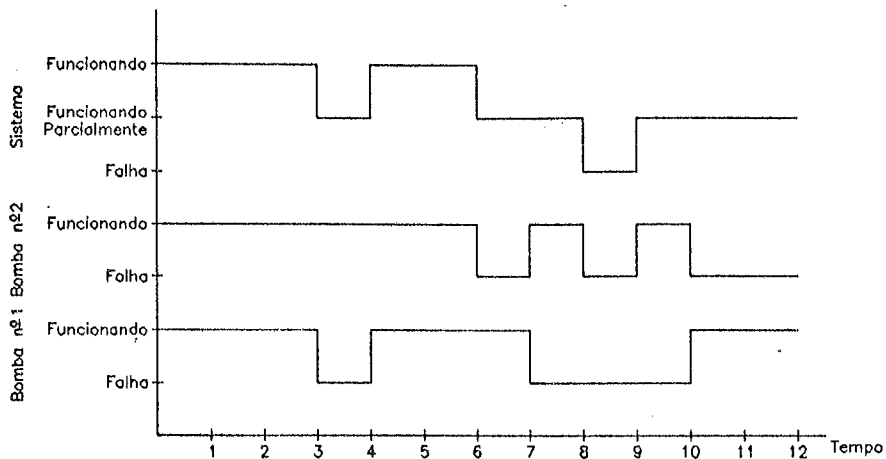


Figura (II.1) - Evolução Temporal do Sistema de 2 Bombas

1ª) *Espaços de estados e de parâmetros discretos*: um exemplo deste tipo de processo é o número de vôos bem sucedidos em um programa de lançamento de mísseis. O parâmetro indexador é o número de mísseis lançados;

2ª) *Espaço de estados discreto e espaço de parâmetros contínuo*: este é o tipo de processo que nos concerne neste trabalho. Os estados de um sistema constituído por um ou mais componentes, como o de bombas mencionado, empregando o tempo como parâmetro indexador, é um exemplo apropriado;

3ª) *Espaço de estados contínuo e espaço de parâmetros discreto*: um exemplo deste tipo de processo seria a carga em um sistema elétrico observado horariamente. É muito comum encontrar, na prática, problemas que, a princípio são modelados por meio deste tipo de processo, os quais podem ser atacados por processos do primeiro tipo apresentado;

4ª) *Espaços de estados e de parâmetros contínuos*: um exemplo deste tipo de processo é o nível de água armazenada em uma represa, observado em função do tempo. Problemas desta natureza podem ser modelados pelo emprego de processos das duas primeiras categorias apresentadas.

Um processo estocástico é definido para um conjunto de pontos que tanto podem ser coordenadas inteiras ou um intervalo de tempo. Em um ponto particular, o processo estocástico é uma variável aleatória.

Considerando k pontos temporais arbitrários, t_l, t_m, t_n, \dots , $t_l < t_m < t_n < \dots$, existem k variáveis aleatórias $Z(t_l), Z(t_m), Z(t_n), \dots$ as quais, podem ser denotadas, no caso do tempo ser discretizado, por Z_l, Z_m, Z_n, \dots , por razões de simplicidade. O processo estocástico é completamente determinado, em princípio, se a distribuição conjunta das variáveis aleatórias mencionadas for conhecida, para todo k e para qualquer escolha dos índices l, m, n, \dots . Na prática, contudo, raramente é possível trabalhar com estas distribuições conjuntas e a informação relevante pode ser obtida a partir das funções de distribuição das transições. Uma propriedade de interesse básico na análise de confiabilidade de sistemas é a distribuição de probabilidade de Z_n para o caso do tempo discreto e $Z(t)$ para o caso do tempo contínuo.

Abordagens simples e didáticas da análise probabilística de sistemas, com exemplos que vão além daqueles concernentes à engenharia de confiabilidade, podem ser encontradas em Haugen (1968), Briepohl (1970) e Siddall (1983). A importância reside na aplicação prática à engenharia de modelos probabilísticos. Aplicações de modelos probabilísticos dinâmicos a outras áreas, enfatizando conceitos centrais para o presente trabalho, podem ser encontradas em Howard (1971). Uma referência mais recente, ilustrada com inúmeras aplicações simples e úteis para a compreensão dos conceitos, é Ross (1989).

Abordagens genéricas sobre processos estocásticos podem ser encontradas em Parzen (1962), Cox & Miller (1965), Karlin (1966), Feller (1968), Çinlar (1975) e Ross (1989). Aplicações de processos estocásticos à engenharia de confiabilidade podem ser encontrados em Singh & Billinton (1977), Henley & Kumamoto (1981), Norayan Bhat (1972), Papazoglou & Gyftopoulos (1978) e Ascher & Feingold (1984). Particularmente, uma discussão de possíveis aplicações de processos estocásticos à análise de segurança, inspirada pelo estudo pioneiro de segurança de reatores, WASH-1400 (1975), à análise de segurança de centrais nucleares, pode ser encontrado em Thompson (1988). É interessante observar que Ascher & Feingold (1984) e a última referência citada advogam o emprego de processos estocásticos pontuais, os quais são discutidos, entre outras fontes, em Cox & Miller (1965). Não nos deteremos na discussão desta classe de processos, pois não os empregaremos neste trabalho.

II.3 - Processo de Contagem

Um processo estocástico $\{ N(t), t \geq 0 \}$ é dito de contagem se $N(t)$ representa o número total de eventos que ocorreram até o tempo t . Como exemplos, temos: número de clientes que entram em uma loja, número de chamadas telefônicas que chegam a uma central, ou então o número de partículas radioativas que atingem um contador Geiger-Müller, Çinlar (1975).

Diz-se que um processo de contagem possui incrementos independentes se o número de eventos que ocorrem em intervalos de tempo disjuntos são independentes. Isto significa, por exemplo, que o número de eventos ocorridos entre os instantes 3,5 e 7, i. e., $N(7) - N(3,5)$, é independente do número ocorrido entre os instantes 9 e 11, $N(11) - N(9)$.

Diz-se que um processo de contagem possui incrementos estacionários se a distribuição do número de eventos que ocorrem em qualquer intervalo de tempo depende somente do comprimento deste. Em outras palavras, se o número de eventos no intervalo (t_0, t_1) , ou seja, $N(t_1) - N(t_0)$ possui a mesma distribuição que o número de eventos no intervalo $(t_0 + \Delta t, t_1 + \Delta t)$, ou seja, $N(t_1 + \Delta t) - N(t_0 + \Delta t)$, para todo $t_1 > t_0$ e $\Delta t > 0$.

Informações suplementares sobre o processo de contagem, podem ser encontradas em Ross (1989).

II.4 - Processo de Poisson

Um dos processos de contagem mais importantes e de mais larga aplicação na prática é o processo de Poisson, definido da forma especificada a seguir: um processo de contagem $\{ N(t), t \geq 0 \}$ é um processo de Poisson, possuindo taxa λ , $\lambda > 0$, se, Ross (1989):

- 1º) $N(0) = 0$;
- 2º) possuir incrementos independentes;
- 3º) o número de eventos em qualquer intervalo de comprimento t , possuir uma distribuição de Poisson com média λt .

Para se determinar se um processo de contagem arbitrário é de Poisson, deve-

se mostrar que as três condições apresentadas acima são satisfeitas. A primeira, que especifica simplesmente que a contagem de eventos se inicia em $t = 0$ e a segunda, podem normalmente ser verificadas diretamente a partir do conhecimento que se tem do processo. A verificação da terceira, entretanto, não necessariamente é possível, Ross (1989). Por esta razão, uma definição equivalente do processo é conveniente.

Essa definição equivalente, Ross (1989), pode ser enunciada da seguinte forma: o processo de contagem $\{ N(t), t \geq 0 \}$ é dito de Poisson, possuindo taxa λ , $\lambda > 0$, se:

- 1º) $N(0) = 0$;
- 2º) apresentar incrementos estacionários e independentes;
- 3º) $P\{ N(h) = 1 \} = \lambda h + o(h)$;
- 4º) $P\{ N(h) \geq 2 \} = o(h)$.

O símbolo $o(h)$ empregado acima, significa *de ordem h*. Diz-se que uma função $f(\cdot)$ é de ordem h quando

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} = 0. \quad (\text{II.1})$$

Consideremos um processo de contagem de Poisson e seja o tempo de ocorrência do primeiro evento igual a T_1 . Além disso, para $n > 1$, seja T_n o tempo decorrido entre o $(n - 1)$ -ésimo e o n -ésimo eventos. A seqüência $\{ T_n, n = 1, 2, \dots \}$ é denominada seqüência de tempos entre chegadas. Por exemplo, se $T_1 = 6$ e $T_2 = 11$, então o primeiro evento do processo de contagem de Poisson ocorreu no instante 6 e o segundo, no 17.

Um resultado fundamental, que nos interessa de perto neste trabalho, é que os tempos T_n entre chegadas de um processo de contagem de Poisson são variáveis aleatórias independentes que possuem distribuições exponenciais idênticas com média $1/\lambda$. Este resultado não é surpreendente, pois a hipótese de incrementos estacionários e independentes é basicamente equivalente à afirmação de que, em qualquer instante temporal, o processo se reinicia probabilisticamente, ou seja, a partir de qualquer ponto em diante, é independente do que ocorreu anteriormente (incrementos independentes) e também possui a mesma distribuição que o processo original (incrementos estacionários). Em outras palavras, o processo não possui memória e, portanto, devem ser esperados tempos entre

chegadas exponencialmente distribuídos.

II.5 - Processo de Renovação

Uma generalização possível do processo de contagem de Poisson, é considerar que os tempos entre eventos sucessivos são independentes e identicamente distribuídos, com uma distribuição arbitrária. Um tal processo de contagem é denominado processo de renovação.

Mais precisamente, teremos: seja $\{ N(t), t \geq 0 \}$ um processo de contagem e sejam T_n os tempos entre o $(n - 1)$ -ésimo e o n -ésimo eventos do mesmo, com $n \geq 1$. Se a seqüência de variáveis aleatórias não negativas $\{ T_1, T_2, \dots \}$ é independente e identicamente distribuída, então o processo de contagem $\{ N(t), t \geq 0 \}$ é dito um processo de renovação.

Portanto, um processo de renovação é um processo de contagem tal que o tempo até a ocorrência do primeiro evento possui alguma distribuição F , o tempo entre a ocorrência do primeiro e do segundo eventos possui, independentemente do tempo do primeiro evento, a mesma distribuição F e assim sucessivamente. Quando ocorre um evento, diz-se que teve lugar uma renovação.

Obviamente, caso a distribuição F aludida no parágrafo anterior seja a exponencial, veremos que o processo de contagem de Poisson é um caso particular do processo de renovação.

A Figura (II.2) ilustra a idéia do processo de renovação. Observe-se a seqüência de variáveis aleatórias arbitrariamente distribuídas, T_1, T_2, \dots , Apostolakis (1974).

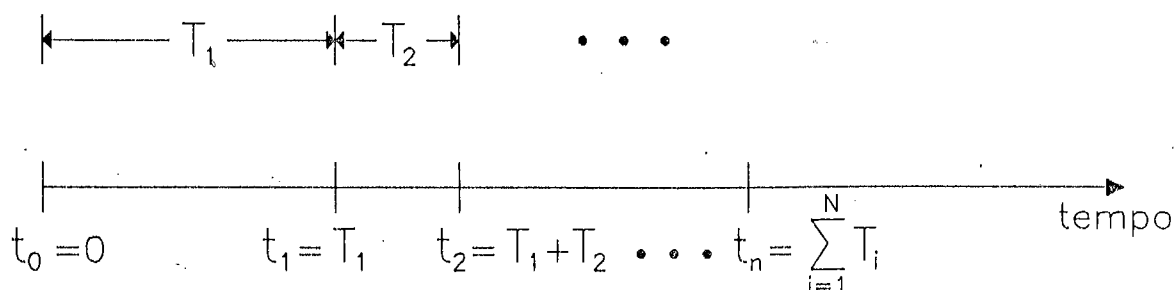


Figura (II.2) - Ilustração da Idéia de Processo de Renovação

Uma abordagem genérica da aplicação da teoria da renovação à engenharia de confiabilidade pode ser encontrada em Apostolakis (1974), no caso específico de sistemas constituídos por um componente, sujeitos a tempos de falha e de reparo distribuídos arbitrariamente, onde as renovações são exatamente as falhas e reparos do componente em questão.

Basicamente, a equação de renovação, em termos da densidade de renovação ou do número de renovações no intervalo $(0, t)$ é resolvida, considerando as distribuições arbitrárias para ambos os tempos. Seja $\phi(t)$ a densidade de falha do componente aludido (que é também a distribuição dos tempos entre chegadas, T_i). O componente, posto em funcionamento em $t = 0$, falha em $t_1 = T_1$, sendo instantaneamente substituído por um idêntico, o qual falha decorridas T_2 unidades de tempo, ou seja, no instante $t_2 = T_1 + T_2$ e assim por diante. A Figura (II.2) é ilustrativa a este respeito.

Por definição, temos:

$$P[T_1 \leq t] = \Phi(t) \quad (\text{II.2})$$

e

$$P[t \leq T_1 \leq t+dt] = \phi(t)dt \quad (\text{II.3})$$

Quando os tempos entre chegadas possuem a mesma distribuição $\phi(t)$, o processo é denominado de renovação ordinário. Contudo, em alguns casos, o primeiro intervalo de tempo T_1 possui uma distribuição $\phi_1(t)$ que difere da dos tempos subsequentes, $\phi(t)$. Neste caso, fala-se de um processo de renovação modificado.

Uma vez conhecida a distribuição $\phi(t)$, o objetivo a ser atingido, é chegar a conclusões a respeito das quantidades abaixo especificadas:

- a) $P[T_1 + T_2 + \dots + T_N < t]$, ou seja, a probabilidade de que o tempo da n -ésima substituição (renovação) não exceda o intervalo $(0, t)$;
- b) $N(t)$, o número de renovações no intervalo $(0, t)$;

c) $W(t) = E[N(t)]$, o número esperado de renovações no intervalo $(0, t)$, denominado função de renovação; e

d) $w(t) = dW(t)/dt$, isto é, a densidade de renovação, cuja interpretação é a seguinte: $w(t)\Delta t$ é igual à probabilidade de que a renovação ocorra no intervalo $(t, t + \Delta t)$.

A equação de renovação pode ser escrita como:

$$W(t) = \Phi(t) + \int_0^t W(t-x)\phi(x)dx \quad (\text{II.4})$$

ou, por diferenciação,

$$w(t) = \frac{dW(t)}{dt} = \phi(t) + \int_0^t w(t-x)\phi(x)dx \quad (\text{II.5})$$

A Eq. (II.4) [ou a (II.5)] é conhecida como equação de renovação. A interpretação dos termos, é a seguinte: $w(t)\Delta t$ é a probabilidade de que uma falha (e, conseqüentemente, uma renovação) ocorra no intervalo $(t, t + \Delta t)$. Este evento pode ocorrer de duas maneiras mutuamente exclusivas: *a*) o componente sob consideração falha no intervalo mencionado, ou *b*) ocorre uma renovação em $(t - x)$, $0 < x < t$ e o componente em funcionamento falha no intervalo anteriormente mencionado. Estes dois eventos mutuamente exclusivos possuem probabilidades de ocorrência iguais, respectivamente, ao primeiro e segundo termos da equação de renovação.

No caso de um componente sujeito a reparo, a equação de renovação [Eq. (II.5)] pode ser escrita como:

$$p(t) = 1 - F(t) + \int_0^t w_r(t)[1 - F(t-x)]dx \quad (\text{II.6})$$

A interpretação da Eq. (II.6) é a seguinte: o primeiro termo no membro direito, $1 - F(t)$, é a probabilidade de não ocorrer falha no intervalo $(0, t)$ e o segundo, a probabilidade de ocorrer um reparo em x e nenhuma falha de x até t .

Uma limitação desta teoria, é que a sua aplicação a situações mais gerais,

como por exemplo, a consideração de falhas parciais de um componente ou sistemas constituídos por mais de um componente é extremamente difícil, se não impossível, pois a dificuldade reside na determinação dos tempos de regeneração, i. e., os tempos T_n , Apostolakis (1974).

Para os sistemas mais complexos descritos no parágrafo anterior, para os quais a determinação dos pontos de regeneração é impraticável, a alternativa reside na aplicação de uma outra classe de processos, quais sejam, os markovianos ou então, mais genericamente, os semi-markovianos.

Uma exposição da teoria da renovação pode ser encontrada em Cox (1962), Cox & Miller (1965), Feller (1968), Gnedenko (1972) e Ross (1989). Os fundamentos da teoria com suas aplicações à engenharia de confiabilidade são também apresentadas em Barlow & Proschan (1965), Parzen (1962), Shooman (1990) e Weiss (1963).

II.6 - Processos Markovianos

Conforme foi mencionado no item anterior, a dificuldade da aplicação direta da teoria de renovação à análise de confiabilidade de sistemas com um componente sujeito a mais de dois estados ou, então, com vários componentes, reside na dificuldade de identificação dos tempos de regeneração. Conseqüentemente, são necessárias ferramentas mais simples. A abordagem markoviana da confiabilidade é a mais conveniente.

Um processo estocástico é dito independente se

$$P(Z_n = x | Z_m = y, Z_1 = z, \dots) = P(Z_n = x) \quad (\text{II.7})$$

Isto significa que a distribuição de probabilidade de Z_n é independente do presente e da história pregressa do processo. Um ligeiro relaxamento desta condição conduz à bem conhecida classe de processos estocásticos conhecidos como markovianos. Neste caso,

$$P(Z_n = x | Z_m = y, Z_1 = z, \dots) = P(Z_n = x | Z_m = y). \quad (\text{II.8})$$

ou seja, a distribuição de probabilidade de Z_n depende do último ponto temporal e de nenhum anterior ao mesmo. Por esta razão, o processo markoviano é, algumas vezes, denominado sem memória. A propriedade markoviana, essencialmente, afirma que uma vez que o estado ocupado em um ponto temporal seja conhecido, a história prévia do

processo não é envolvida na determinação das distribuições de probabilidade subsequentes.

A probabilidade condicional explicitada na Eq. (II.8) é dada pela equação de Chapman-Kolmogorov:

$$P(Z_n = x | Z_l = z) = \int_{-\infty}^{\infty} P(Z_m = y | Z_l = z) P(Z_n = x | Z_m = y) dy \quad (\text{II.9})$$

A Eq. (II.9) é aplicável ao caso do espaço de estados contínuo e espaço paramétrico (temporal) discreto. A equação correspondente para os espaços de estado e paramétrico contínuos pode ser escrita da forma abaixo:

$$P[Z(t_n) \leq x | Z(t_l) = z] = \int_{-\infty}^{\infty} P[Z(t_n) \leq x | Z(t_m) = y] dP[Z(t_m) \leq y | Z(t_l) = z] \quad (\text{II.10})$$

As Eqs. (II.9) e (II.10), em suas formas gerais, raramente são empregadas na prática. Contudo, ambas apresentam a idéia fundamental da construção recursiva da função de densidade de probabilidade condicional no intervalo mais longo (l, n) a partir das referentes aos intervalos mais curtos (l, m) e (m, n) . Se a função de densidade de probabilidade condicional depender somente da distância $t_m - t_l$ e não dos pontos temporais t_m e t_l , o processo estocástico é dito homogêneo no tempo.

Inicialmente, são identificados todos os estados mutuamente exclusivos do sistema sob análise, de forma a que o espaço de estados, discreto, seja definido. No caso mais simples, para um sistema constituído por N componentes, que podem, individualmente, estar em um de dois estados, funcionando ou falho, o espaço de estados será constituído por 2^N estados. Nas aplicações que serão feitas neste trabalho, veremos que os canais dos sistemas de proteção podem estar em qualquer de três estados, a saber: funcionando, falho não revelado e falho revelado o que nos informa existirem 3^N estados possíveis, onde N é o número de canais.

A probabilidade de que o sistema estará no estado i no instante t será denotada por $p_i(t)$. Para que se possa escrever um sistema de equações que relacione estas probabilidades, definimos as probabilidades de transição da seguinte forma: a probabilidade de que o sistema estará no estado j em $t + \Delta t$, dado que ele está no estado i em t é igual a $a_{ij}\Delta t$. As taxas a_{ij} são definidas como:

$$a_{ii} = -\sum_{j \neq i} a_{ij} \quad (\text{II.11})$$

e $1 + a_{ii}\Delta t$ é a probabilidade condicional de que se o sistema estiver no estado i no tempo t , permanecerá neste estado no próximo intervalo, Δt . Todas as taxas de transição são constantes, por hipótese.

Neste ponto, estamos em condições de obter equações para as variações temporais das probabilidades $p_i(t)$. De modo a ilustrar a obtenção destas equações, vamos considerar o problema para o caso de um componente sujeito a uma taxa de falha λ e a uma taxa de reparo μ , ambas constantes. O diagrama de transição

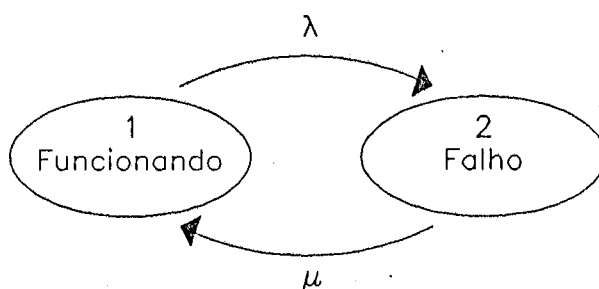


Figura (II.3) - Diagrama de Transição de Estados para um Componente Sujeito a Reparo

de estados, para este caso, é o apresentado na Fig. (II.3). O sistema pode encontrar-se em um de dois estados: funcionando (estado 1 no diagrama), ou falho (estado 2, no diagrama). Conseqüentemente, devemos escrever equações de balanço de probabilidade para $p_i(t)$, $i = 1, 2$. Teremos, inicialmente:

$$p_1(t+\Delta t) = p_1(t)(1 - \lambda \Delta t) + p_2(t) \mu \Delta t, \quad (\text{II.12})$$

ou seja, existem duas maneiras do componente continuar funcionando em $t + \Delta t$: 1ª) ele estava funcionando em t e não falhou no intervalo de duração Δt seguinte (primeiro termo do membro direito da equação); 2ª) o componente estava falho em t e foi reparado no intervalo de duração Δt seguinte (segundo termo do membro direito da equação). O balanço probabilístico que acabamos de efetuar, tomou como referência o estado 1 do componente. Tomando, agora, como referência o estado 2, encontraremos que:

$$p_2(t+\Delta t) = p_1(t) \lambda \Delta t + p_2(t)(1 - \mu \Delta t), \quad (\text{II.13})$$

cuja interpretação é a seguinte: a probabilidade do componente estar falho em $t + \Delta t$ é igual à: 1ª) probabilidade dele estar funcionando em t e falhar no Δt seguinte (primeiro termo do membro direito da equação); ou 2ª) probabilidade dele estar falho em t vezes a probabilidade de ser reparado no Δt seguinte (segundo termo do membro direito da equação). Em ambos os casos, só foram considerados os termos lineares em Δt , porque esta é uma hipótese básica do processo markoviano,* Apostolakis (1974).

A partir dos dois balanços probabilísticos efetuados, é possível estabelecer um sistema de equações diferenciais acopladas:

$$\frac{d}{dt} \begin{vmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\lambda & \mu \\ \lambda & -\mu \end{vmatrix} \begin{vmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \end{vmatrix} \quad (\text{II.14})$$

O sistema de equações acima, pode ser escrito de forma compacta com o auxílio do vetor linha

$$p(t) = | p_1(t), p_2(t) | \quad (\text{II.15})$$

e da matriz

$$M = \begin{vmatrix} -\lambda & \mu \\ \lambda & -\mu \end{vmatrix}, \quad (\text{II.16})$$

a qual denominaremos de matriz das taxas de transição, pois seus elementos são estabelecidos a partir do conhecimento das taxas de falha e de reparo do componente. Assim, de forma compacta, o sistema pode ser escrito como:

$$\frac{dp(t)}{dt} = p(t)M^T \quad (\text{II.17})$$

A solução do sistema pode ser obtida a partir do conhecimento de uma condição inicial $p(0)$, sendo dada por:

$$p(t) = e^{M^T t} p(0) \quad (\text{II.18})$$

A matriz $\exp(M^T t)$ é denominada matriz das probabilidades de transição, sendo uma matriz estocástica por linha, Belman (1960), Gantmacher (1964).

Como ilustração, apresenta-se, na Figura (II.4), o diagrama de transição de estados para um sistema constituído por 2 componentes sujeitos a falhas de causa comum.

Partindo do estado 1, onde os 2 componentes funcionam, o sistema evolui no tempo através da falha e reparo dos componentes, com taxas de falha λ e re-

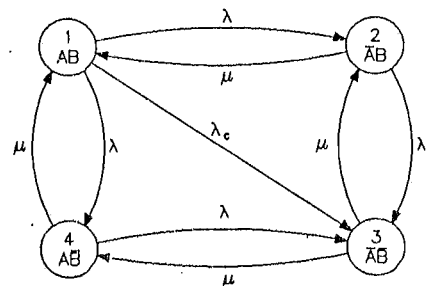


Figura (II.4) - Ilustração de um Modelo Markoviano de 2 Componentes Sujeitos a Falhas de Causa Comum

para μ e, além disso, pode transitar diretamente do estado 1 para o 3, em virtude de uma falha de causa comum, a qual não viola a hipótese markoviana, uma vez que uma causa externa ao sistema ocasiona a falha de ambos.

A utilização de processos markovianos para a solução de problemas de engenharia de confiabilidade não é nova.

De fato, Sandler (1963) devota todo o seu livro à discussão de modelos markovianos para a análise da confiabilidade de sistemas mais simples.

Shooman (1990), dentre outras abordagens, adota a markoviana para a análise de sistemas que apresentam dependências, ou então, quando for necessário levar em conta o reparo de componentes, ou ainda, para modelar sistemas que apresentem componentes de reserva (como é o caso, tipicamente, de sistemas de segurança de instalações industriais).

Howard (1971) devota o primeiro volume de seu livro a estes processos, sem, contudo enfatizar as suas aplicações à engenharia de confiabilidade.

Green & Bourne (1972) introduzem a idéia de mudança de estado de um sistema e utilizam processos markovianos para deduzir expressões genéricas de confiabilidade e disponibilidade nos capítulos 10 e 11.

Um número inteiro da *Rivista Tecnica Selenia*, publicada por esta indústria eletrônica italiana, foi devotada à análise markoviana de confiabilidade, objetivando apresentar a experiência dos profissionais da empresa com a técnica.

Carrada *et alii* (1977a), após revisarem as principais idéias e definições dos processos markovianos, caracterizam os problemas de confiabilidade (i. e., de sistemas operando continuamente no tempo) e disponibilidade (i. e., de sistemas de reserva, que só operam quando demandados). Em virtude do problema objeto do presente trabalho, a caracterização dos problemas de análise de disponibilidade é importante, no sentido de permitir uma sistematização computacional que torne a sua solução mais eficiente, em termos da construção da matriz das taxas de transição.

Carrada *et alii* (1977b) discutem em profundidade a equação básica da análise markoviana de confiabilidade, Eq. (II.17).

Somma & Amoia (1977a), discutem as propriedades e a solução analítica da Eq. (II.17), bem como apresentam a obtenção da matriz por meio de uma expansão em série de Taylor, bastante conveniente para uma eventual implantação computacional.

Somma & Amoia (1977b), apresentam uma discussão das propriedades estruturais e espectrais da matriz das taxas de transição.

Finalmente, Somma (1977) discute a obtenção de atributos de confiabilidade a partir de modelos markovianos.

Singh & Billinton (1977) apresentam modelos markovianos e não markovianos para a análise da confiabilidade de sistemas. A idéia de introduzir explicitamente os modelos não markovianos se prende ao fato de tratar componentes que apresentem não só taxas de falha variando no tempo, ou seja, para a região de mortalidade infantil (taxa de falha decrescente com o tempo) e de envelhecimento (taxa de falha crescente com o tempo), como também uma extensão muito mais corriqueira: a de considerar que os tempos de reparo dos componentes, na prática, não são exponenciais, como teremos oportunidade de discutir no Capítulo VI.

Papazoglou & Gyftopoulos (1978) apresentam uma metodologia para a análise markoviana de confiabilidade, inclusive com o desenvolvimento de programas de computador, levando em conta o problema do tratamento de incertezas nos dados de entrada (taxas de falha e de reparo). É considerado o problema da construção eficiente da matriz das taxas de transição, com uma definição adequada dos estados do sistema, bem como da exploração de suas simetrias (componentes idênticos) para tornar mais simples a matriz em questão. Desta forma, sistemas mais complexos podem vir a ser analisados. Uma questão importantíssima também abordada, prende-se ao estabelecimento de critérios para a definição de incrementos temporais adequados (em termos de valores máximos) que tornem o cálculo mais rápido.

Henley & Kumamoto (1981) apresentam a abordagem markoviana com ênfase na aplicação a sistemas de instalações químicas. Particularmente, a técnica é reputada

como a única capaz de dar respostas ao tratamento de sistemas que apresentam dependências (capítulo 8), ou então para aqueles que possuem componentes reparáveis (capítulo 9). Numerosos exemplos são apresentados e discutidos.

Kitchin (1988) apresenta uma abordagem didática da análise markoviana de confiabilidade, procurando enfatizar suas aplicações práticas. Aproximações para o caso de tempos de reparo não exponenciais são discutidas.

Papazoglou (1988) apresenta uma resenha da abordagem markoviana bastante simples e eficiente, enfatizando o fato de que a mesma é apropriada quando o comportamento estocástico dos componentes de um sistema depende do estado de outros componentes ou do estado do sistema. Tais casos, originam-se quando o sistema exhibe componentes reparáveis, ou quando estão em reserva morna (*warm standby*) ou fria (*cold standby*), ou ainda se compartilham cargas comuns (exemplo típico de falhas de causa comum), quando o ambiente de operação varia com o tempo, etc. Esta referência apresenta ainda uma extensa bibliografia comentada.

Papazoglou (1991) apresenta basicamente as mesmas idéias que a referência anterior, só que de forma mais sucinta.

II.7 - Processos Semi-Markovianos

Independente de sua caracterização como markoviano ou semi-markoviano, quando for o caso, o processo estocástico continuará apresentando as quatro alternativas em termos da combinação de espaços de estado e de tipo de parâmetro já discutidas anteriormente neste capítulo. Iniciaremos a presente discussão considerando processos com espaços de estado discretos e finitos e parâmetro (especificamente, tempo) também discreto, não só pela sua maior simplicidade como também por serem os aplicados neste trabalho.

Os processos markovianos já discutidos apresentam, como vimos, a propriedade de que pode ocorrer uma transição em qualquer instante temporal, a qual pode até mesmo retornar o processo para o estado previamente ocupado mas, de qualquer forma, ocorre uma transição. Agora, focalizaremos uma classe mais geral de processos, para os quais o tempo decorrido entre transições sucessivas *pode* ser igual a várias unidades

temporais e, em que este tempo de transição pode depender da transição que será feita. Este processo, não é mais estritamente markoviano mas, como veremos, retém propriedades suficientes do processo markoviano para ser denominado *semi-markoviano*.

Podemos imaginar o processo semi-markoviano como um processo para o qual as ocupações sucessivas de estados são governadas pelas probabilidades de transição de um processo markoviano mas cuja permanência em qualquer estado é descrita por uma variável aleatória inteira que depende do estado ocupado no instante presente e do estado para o qual a transição será feita. Em outras palavras, nos instantes em que ocorrem transições, o processo semi-markoviano se comporta estritamente como um processo markoviano. Este é denominado processo markoviano embutido. Entretanto, os instantes temporais em que as transições ocorrem, são governados por um mecanismo probabilístico diferente.

Seja p_{ij} a probabilidade de que um processo semi-markoviano que entrou no estado i em sua última transição, entrará no estado j na próxima.

Sempre que um processo entra em um estado i , imaginamos que ele determina o estado seguinte, j , para o qual se deslocará, de acordo com as probabilidades de transição de i , $p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iN}$, onde denotamos por N o número de estados possíveis do sistema. Contudo, após a seleção de j mas antes de efetuar a transição o processo *permanece* por um tempo τ_{ij} no estado i . Estes tempos de permanência são variáveis aleatórias inteiras e positivas, cada uma governada por uma função densidade de probabilidade $h_{ij}(\cdot)$, denominada função de densidade de tempos de permanência para a transição do estado i para o j . Desta forma,

$$P(\tau_{ij} = m) = h_{ij}(m), \quad (\text{II.19})$$

para $i = 1, 2, \dots, N$ e $j = 1, 2, \dots, N$. Normalmente adotam-se as hipóteses de que as médias dos tempos de permanência são finitas e que estes têm comprimento de pelo menos uma unidade temporal, ou seja, $h_{ij}(0) = 0$. Observa-se que devem ser especificadas N^2 funções de densidade de tempos de espera, além da matriz das probabilidades de transição, para descrever completamente um processo semi-markoviano discreto no tempo.

Após permanecer no estado i pelo tempo τ_{ij} , o processo realiza a transição para o j e, então, seleciona um novo estado destinatário k , empregando as probabilidades

de transição $p_{j1}, p_{j2}, \dots, p_{jN}$. Escolhe, em seguida, um tempo de permanência, τ_{jk} , no estado j , de acordo com a função de densidade $h_{jk}(\cdot)$ e faz sua transição seguinte no tempo τ_{jk} após ter entrado no estado j . O processo continua indefinidamente desenvolvendo a sua trajetória desta forma.

A Figura (II.5) apresenta parte de uma possível trajetória para um processo semi-markoviano discreto no tempo. Os pontos pretos indicam o estado ocupado pelo processo imediatamente após uma transição. A figura mostra, portanto, que o processo entrou no estado 2 no instante $t = 0$, permaneceu nesse estado por três unidades temporais, fez então uma transição

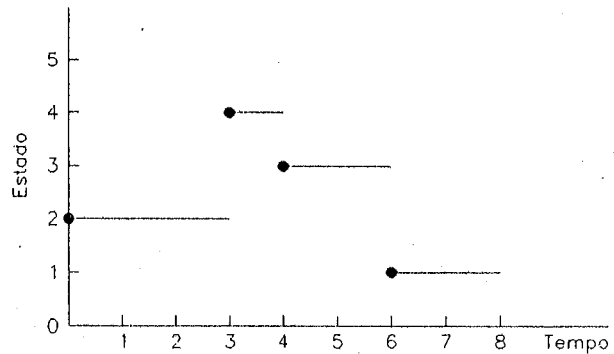


Figura (II.5) - Uma Trajetória Possível para um Processo Semi-markoviano Discreto no Tempo

para o estado 4, no qual ficou por um unidade temporal e, então, moveu-se para o estado 3 no instante 4, no qual permaneceu por duas unidades de tempo, antes de realizar uma transição para o estado 1. Quando observado pela última vez, o processo havia permanecido pelo menos 2 unidades temporais no estado 1.

Observa-se da Figura (II.5) e da discussão do parágrafo anterior que a conexão básica entre a escala temporal e o tempo de transição foi removida. Desta maneira, podemos falar, por exemplo, acerca da probabilidade de ocorrência de 3 transições em 7 intervalos temporais. Uma observação muito importante, neste contexto, é que os processos markovianos discretos no tempo que já apresentamos e discutimos, podem ser considerados como casos particulares dos anteriores, pois, para os mesmos:

$$h_{ij}(m) = \delta(m-1), \quad (\text{II.20})$$

para $m = 0, 1, 2, \dots, i = 1, 2, \dots, N$ e $j = 1, 2, \dots, N$. Queremos dizer com essa expressão que os tempos de permanência para os processos markovianos são iguais a exatamente uma unidade temporal, conforme ilustrado na Figura (II.5), para o tempo de permanência no estado 4 antes da transição para o 3.

No contexto de processos semi-markovianos, é importante que se faça uma distinção entre transições reais e virtuais, Howard (1971).

Uma transição real requer uma mudança de estado real, ao passo que numa transição virtual, o estado destinatário é o mesmo que o de partida. A Figura (II.6) ilustra este ponto. Na parte (a) da figura, observa-se um processo em que não são permitidas transições virtuais; já na parte (b), observa-se que são possíveis transições virtuais dos estados 2 e 3.

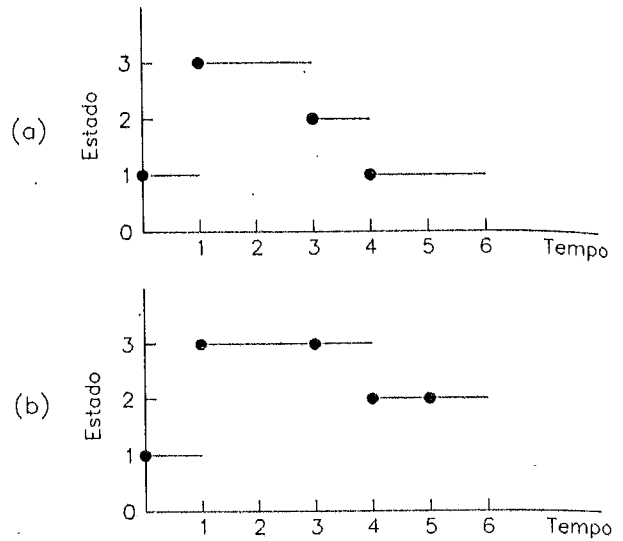


Figura (II.6) - Processo Semi-markoviano: (a) Sem Transições Virtuais e (b) Com Duas Transições Virtuais

Como exemplo, podemos citar a última pasta de dente de uma certa marca X comprada em um supermercado por um cliente; uma transição virtual, significa uma compra repetida da mesma marca de pasta de dente. A transição virtual pode ser interpretada como a permanência de um sistema em análise em um dado estado.

Quantitativamente, uma transição virtual significa que a probabilidade de transição a ela associada na matriz de probabilidades de transição pode ser não nula, ou seja o sistema pode não abandonar o estado em que se encontra.

A função acumulada dos tempos τ_{ij} de permanência, que denotaremos por ${}^{\leq}h_{ij}(n)$ é dada por:

$${}^{\leq}h_{ij}(n) = \sum_{m=0}^n h_{ij}(m) = P(\tau_{ij} \leq n) \tag{II.21}$$

e a função acumulada complementar dos mesmos tempos de permanência, que denotamos por ${}^{>}h_{ij}(\cdot)$, é dada por:

$${}^{>}h_{ij}(n) = \sum_{m=n+1}^{\infty} h_{ij}(m) = 1 - {}^{\leq}h_{ij}(n) = P(\tau_{ij} > n). \tag{II.22}$$

Suponhamos, agora, que o processo entra no estado i e escolhe um estado sucessor j mas nós, como observadores, desconhecemos este último. A função densidade de probabilidade que atribuiríamos ao tempo τ_i , gasto em i , a qual denotaremos por $w_i(\cdot)$, será dada por:

ou seja, a probabilidade de que o sistema gastará m unidades de tempo no estado i se não

$$w_i(m) = \sum_{j=1}^N p_{ij} h_{ij}(m) = P(\tau_i = m), \quad (\text{II.23})$$

sabemos qual é o estado sucessor é a probabilidade de que ele gastará m unidades temporais no estado i , se o seu sucessor é o estado j , multiplicada pela probabilidade do seu sucessor ser o estado j e somada sobre todos os possíveis estados sucessores. Denominam-se, geralmente, os tempos τ_i de tempos de espera no estado i e $w_i(\cdot)$ é denominada função de densidade de probabilidade dos tempos de espera. Observa-se, portanto, que um tempo de espera é meramente um tempo de permanência que é não condicionado em relação ao estado destinatário.

A função de distribuição acumulada dos tempos de espera, que denotaremos por ${}^{\leq}w_i(\cdot)$, é dada por:

$${}^{\leq}w_i(n) = \sum_{m=0}^n w_i(m) = \sum_{m=0}^n \sum_{j=1}^N p_{ij} h_{ij}(m) = \sum_{j=1}^N p_{ij} {}^{\leq}h_{ij}(n) = P(\tau_i \leq n) \quad (\text{II.24})$$

e a função de densidade acumulada complementar é dada por:

$${}^{>}w_i(n) = \sum_{m=n+1}^{\infty} w_i(m) = \sum_{m=n+1}^{\infty} \sum_{j=1}^N p_{ij} h_{ij}(m) = \sum_{j=1}^N p_{ij} {}^{>}h_{ij}(n) = P(\tau_i > n) \quad (\text{II.25})$$

Manteremos, no contexto dos processos em discussão, a definição de $\phi_{ij}(n)$ como sendo a probabilidade de que um processo semi-markoviano discreto no tempo estará no estado j no tempo n , dado que entrou no estado i no instante inicial ($t = 0$). A referida probabilidade é denominada probabilidade de transição de intervalo do estado i para o estado j , no intervalo $(0, n)$. Um aspecto fundamental desta definição, é que o sistema *entrou* no estado i em $t = 0$, em oposição a ele *estar* no estado i em $t = 0$. É necessário precisar este aspecto porque o intervalo de tempo que um processo ocupa um estado freqüentemente afeta as probabilidades atribuídas aos estados destinatários da sua próxima transição.

A etapa seguinte, é a de desenvolver uma expressão para as probabilidades de transição em um intervalo. Como pode um processo que se iniciou entrando no estado i em $t = 0$, estar no j em $t = n$? Uma primeira possibilidade, é que os estados i e j sejam o mesmo, ou seja, o processo não abandona o estado i no período $(0, n)$, o que requer que faça a sua primeira transição em um $t > n$. Qualquer outra alternativa de ida de i para j no intervalo $(0, n)$ requer que o processo faça pelo menos uma transição real durante o

intervalo. Por exemplo, o processo poderia ter feito sua primeira transição do estado i para algum estado k em $t = m$, $0 < m \leq n$ e, então, por alguma sucessão apropriada de transições, atingir o estado j em $t = n$, ou seja:

$$\phi_{ij}(n) = \delta_{ij} \cdot {}^>w_i(n) + \sum_{k=1}^N p_{ik} \sum_{m=0}^n h_{ik}(m) \phi_{kj}(n-m), \quad (\text{II.26})$$

onde δ_{ij} é a delta de Kronecker e $i = 1, 2, \dots, N$, $j = 1, 2, \dots, N$ e $n = 0, 1, 2, \dots$. A delta de Kronecker assegura que o termo na qual aparece só ocorra quando $i = j$. A função de distribuição acumulada complementar ${}^>w_i(n)$ é a probabilidade de que o processo abandonará seu estado inicial i para $t > n$. O segundo termo na Eq. (II.27) representa a probabilidade da seqüência de eventos em que o processo faz sua primeira transição do estado inicial i para algum estado k (que pode ser o próprio i) para $t = m$ e, então, evolui, por meio de alguma trajetória do estado k para o estado j , no período de tempo $n - m$ remanescente. Esta probabilidade é somada para todos os estados k para os quais a transição pode ser feita e para todos os tempos possíveis m da primeira transição, entre 1 e n .

Por conveniência, reescreveremos a Eq. (II.26) em forma matricial, que será a que empregaremos posteriormente nas aplicações. Teremos necessidade, inicialmente, das matrizes:

$$W(m) = [\delta_{ij} \cdot {}^>w_i(m)], \quad (\text{II.27})$$

$${}^<W(n) = [\delta_{ij} \cdot {}^<w_i(n)] \quad (\text{II.28})$$

e

$${}^>W(n) = [\delta_{ij} \cdot {}^>w_i(n)]. \quad (\text{II.29})$$

Permutando a ordem das somas e empregando a idéia de multiplicação congruente de matrizes, Howard (1971), segundo a qual, dadas as matrizes $A = \{a_{ij}\}$, $B = \{b_{ij}\}$ e $C = \{c_{ij}\}$:

$$C = A \square B \quad (\text{II.30})$$

onde os elementos de C são dados por:

$$c_{ij} = a_{ij} \cdot b_{ij}. \quad (\text{II.31})$$

mos,

$$\Phi(n) = W(n) + \sum_{m=0}^n [P \square H(m)] \Phi(n-m), \tag{II.32}$$

a qual $n = 0, 1, 2, \dots$. $\Phi(n)$ é denominada matriz das probabilidades de transição de intervalo de um processo semi-markoviano para o intervalo $(0, n)$. Em particular, para o intervalo nulo, $\Phi(0) = I$.

Observa-se que, o cálculo das probabilidades de transição para um dado intervalo necessita somente da matriz $P \square H(m)$, a qual, por sua importância no contexto processos semi-markovianos, é denominada matriz central (*core matrix*), sendo costumadamente denotada por $C(m)$. O ij -ésimo elemento de $C(m)$, $c_{ij}(m)$, é a probabilidade de um sistema que entrou no estado i em $t = 0$ faça a sua próxima transição para o estado j e no instante $t = m$. Se somarmos os elementos de $C(m)$ através da i -ésima linha, obteremos a função de densidade dos tempos de espera para o i -ésimo estado:

$$\sum_{j=1}^N c_{ij}(m) = \sum_{j=1}^N p_{ij} h_{ij}(m) = w_i(m), \tag{II.33}$$

Se somarmos os elementos da matriz central em relação a m , obteremos a probabilidade de transição p_{ij} :

$$\sum_{m=1}^{\infty} c_{ij}(m) = \sum_{m=1}^{\infty} p_{ij} h_{ij}(m) = p_{ij} \sum_{m=1}^{\infty} h_{ij}(m) = p_{ij} \tag{II.34}$$

No caso de um processo markoviano, teremos que:

$$H(m) = U \delta(m-1), \tag{II.35}$$

onde U é a matriz unitária, i. e., $u_{ij} = 1, i, j = 1, 2, \dots, N$. Conseqüentemente, não é difícil observar que $\Phi(n) = P$, neste caso, Howard (1971).

Como exemplo ilustrativo de um processo semi-markoviano, vamos considerar a agência locadora de automóveis, Howard (1971).

Uma agência locadora de automóveis possui dois escritórios, nas cidades 1 e 2. Consideremos um carro e seja o seu estado o número da cidade em que foi alugado pela

teremos,

$$\Phi(n) = W(n) + \sum_{m=0}^n [P \square H(m)] \Phi(n-m), \quad (\text{II.32})$$

para a qual $n = 0, 1, 2, \dots$. $\Phi(n)$ é denominada matriz das probabilidades de transição de intervalo de um processo semi-markoviano para o intervalo $(0, n)$. Em particular, para o intervalo nulo, $\Phi(0) = I$.

Observa-se que, o cálculo das probabilidades de transição para um dado intervalo necessita somente da matriz $P \square H(m)$, a qual, por sua importância no contexto dos processos semi-markovianos, é denominada matriz central (*core matrix*), sendo costumemente denotada por $C(m)$. O ij -ésimo elemento de $C(m)$, $c_{ij}(m)$, é a probabilidade do evento conjunto de que um sistema que entrou no estado i em $t = 0$ faça a sua próxima transição para o estado j e no instante $t = m$. Se somarmos os elementos de $C(m)$ através da i -ésima linha, obteremos a função de densidade dos tempos de espera para o i -ésimo estado:

$$\sum_{j=1}^N c_{ij}(m) = \sum_{j=1}^N p_{ij} h_{ij}(m) = w_i(m), \quad (\text{II.33})$$

Se somarmos os elementos da matriz central em relação a m , obteremos a probabilidade de transição p_{ij} :

$$\sum_{m=1}^{\infty} c_{ij}(m) = \sum_{m=1}^{\infty} p_{ij} h_{ij}(m) = p_{ij} \sum_{m=1}^{\infty} h_{ij}(m) = p_{ij} \quad (\text{II.34})$$

No caso de um processo markoviano, teremos que:

$$H(m) = U \delta(m-1), \quad (\text{II.35})$$

onde U é a matriz unitária, i. e., $u_{ij} = 1, i, j = 1, 2, \dots, N$. Conseqüentemente, não é difícil observar que $\Phi(n) = P$, neste caso, Howard (1971).

Como exemplo ilustrativo de um processo semi-markoviano, vamos considerar uma agência locadora de automóveis, Howard (1971).

Uma agência locadora de automóveis possui dois escritórios, nas cidades 1 e 2. Consideremos um carro e seja o seu estado o número da cidade em que foi alugado pela

última vez. Desta forma, temos um sistema que pode estar em dois estados.

A matriz das probabilidades de transição do processo markoviano embutido, baseada na experiência operacional da locadora, é:

$$\mathbf{P} = \begin{vmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,3 & 0,7 \end{vmatrix}, \quad (\text{II.36})$$

ou seja, quando um carro é alugado na cidade 1, há uma probabilidade igual a 0,8 de que ele seja devolvido na mesma cidade e uma probabilidade igual a 0,2 de que seja devolvido na cidade 2; raciocínio similar permite que se entenda a segunda linha da matriz \mathbf{P} .

Devido à natureza das viagens envolvidas, o tempo que um carro será alugado depende tanto de onde ele foi alugado como também de onde é devolvido.

τ_{ij} é, portanto, o intervalo de tempo pelo qual um carro será alugado, dado que foi alugado na cidade i e devolvido na j .

A matriz dos tempos de permanência, estabelecida também a partir dos registros da locadora, é dada por:

$$\mathbf{H}(m) = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^{m-1} & \frac{1}{6} \left(\frac{5}{6}\right)^{m-1} \\ \frac{1}{4} \left(\frac{3}{4}\right)^{m-1} & \frac{1}{12} \left(\frac{11}{12}\right)^{m-1} \end{vmatrix}, \quad (\text{II.37})$$

onde $m = 1, 2, 3, \dots$

Observa-se que, em particular, as distribuições dos tempos de permanência são geométricas com parâmetros distintos. Sabe-se que para a distribuição geométrica $(1-a)^{n-1}$, $n = 1, 2, 3, \dots$, a média é dada por $1/(1-a)$ e a variância, por $a/(1-a)^2$.

Vemos, portanto, que uma descrição completa do processo semi-markoviano é possível, pois já conhecemos a matriz \mathbf{P} das probabilidades de transição do processo markoviano nele embutido, além da matriz das probabilidades dos tempos de residência, $\mathbf{H}(m)$. A Figura (II.7) mostra como representar esta descrição em termos de um diagrama de transição. Cada ramo no diagrama deve ser identificado não somente com a probabilidade

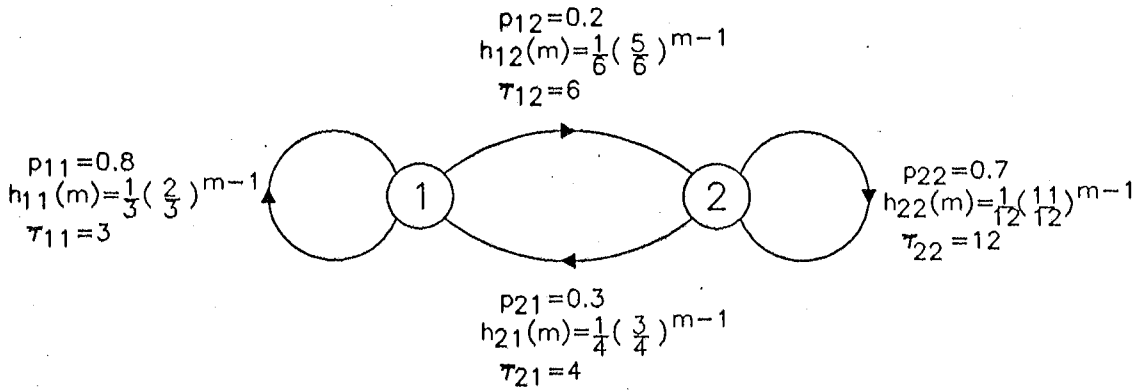


Figura (II.7) - Caracterização do Processo Semi-markoviano para a Análise do Exemplo da Locadora de Automóveis

de transição correspondente, como também com a distribuição de probabilidade do tempo de permanência para o ramo em questão.

Como os elementos de $H(m)$, $h_{ij}(m)$ são distribuições geométricas, então a distribuição acumulada ${}^{\leq}h_{ij}(n)$ e a distribuição acumulada complementar ${}^{>}h_{ij}(n)$ são dadas por:

$${}^{\leq}h_{ij}(n) = \sum_{m=0}^{\infty} h_{ij}(m) = \sum_{m=1}^{\infty} (1-a)a^{m-1} = 1-a^n, \quad (II.38)$$

e

$${}^{>}h_{ij}(n) = \sum_{m=n+1}^{\infty} h_{ij}(m) = \sum_{m=n+1}^{\infty} (1-a)a^{m-1} = a^n, \quad (II.39)$$

onde $n = 0, 1, 2, \dots$

Portanto, a matriz das distribuições acumuladas dos tempos de permanência será dada por:

$${}^{\leq}H(n) = \begin{vmatrix} 1-\left(\frac{2}{3}\right)^n & 1-\left(\frac{5}{6}\right)^n \\ 1-\left(\frac{3}{4}\right)^n & 1-\left(\frac{11}{12}\right)^n \end{vmatrix} \quad (II.40)$$

é a matriz das distribuições acumuladas complementares dos mesmos tempos de permanência será igual a:

$${}^>H(n) = \begin{vmatrix} \left(\frac{2}{3}\right)^n & \left(\frac{5}{6}\right)^n \\ \left(\frac{3}{4}\right)^n & \left(\frac{11}{12}\right)^n \end{vmatrix}, \quad (\text{II.41})$$

para as quais $n = 0, 1, 2, \dots$ Estes resultados mostram, por exemplo, que a chance de que um carro alugado na cidade 1 e devolvido à cidade 2 ser alugado por no máximo n períodos de tempo é igual a $1 - (5/6)^n$. Um carro alugado na cidade 2 e devolvido na cidade 1 tem uma chance de $(3/4)^n$ de ser alugado por mais do que n períodos temporais.

A matriz central para este exemplo é dada por:

$$C(m) = P \square H(m) = \begin{vmatrix} \left(\frac{4}{15}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^{m-1} & \left(\frac{1}{30}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^{m-1} \\ \left(\frac{3}{40}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^{m-1} & \left(\frac{7}{120}\right)\left(\frac{11}{12}\right)^{m-1} \end{vmatrix}, \quad (\text{II.42})$$

onde $m = 1, 2, 3, \dots$

Para obtermos a matriz $\Phi(n)$ das probabilidades de transição de intervalo para o exemplo em questão, através da Eq. (II.30), precisamos, inicialmente, calcular a matriz $W(m)$ das probabilidades dos tempos de espera [Eq.(II.27)], ou seja,

$$W(m) = \begin{vmatrix} \left(\frac{4}{15}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^{m-1} + \left(\frac{1}{30}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^{m-1} & 0 \\ 0 & \left(\frac{3}{40}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^{m-1} + \left(\frac{7}{120}\right)\left(\frac{11}{12}\right)^{m-1} \end{vmatrix}, \quad (\text{II.43})$$

onde $m = 1, 2, 3, \dots$. Aqui, empregamos a Eq. (II.23) para determinar os $w_i(m)$. Finalmente, usando a Eq. (II.29), obtemos a matriz das distribuições acumuladas complementares, ${}^>W(m)$:

$${}^>W(n) = \begin{vmatrix} 0,8\left(\frac{2}{3}\right)^n + 0,2\left(\frac{5}{6}\right)^n & 0 \\ 0 & 0,3\left(\frac{3}{4}\right)^n + 0,7\left(\frac{11}{12}\right)^n \end{vmatrix}, \quad (\text{II.44})$$

onde obtemos os $\hat{w}_i(m)$ pelo uso da Eq. (II.25).

O emprego reiterado da Eq. (II.32) nos permite chegar a:

$$\Phi(0) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix},$$

$$\Phi(1) = \begin{vmatrix} 0,967 & 0,033 \\ 0,075 & 0,925 \end{vmatrix}$$

$$\Phi(14) = \begin{vmatrix} 0,606 & 0,394 \\ 0,333 & 0,667 \end{vmatrix}$$

A Figura (II.8) apresenta o gráfico das probabilidades $\phi_{11}(n)$ e $\phi_{22}(n)$ de transição de intervalo. Necessitamos somente destas duas para caracterizar completamente a matriz $\Phi(n)$.

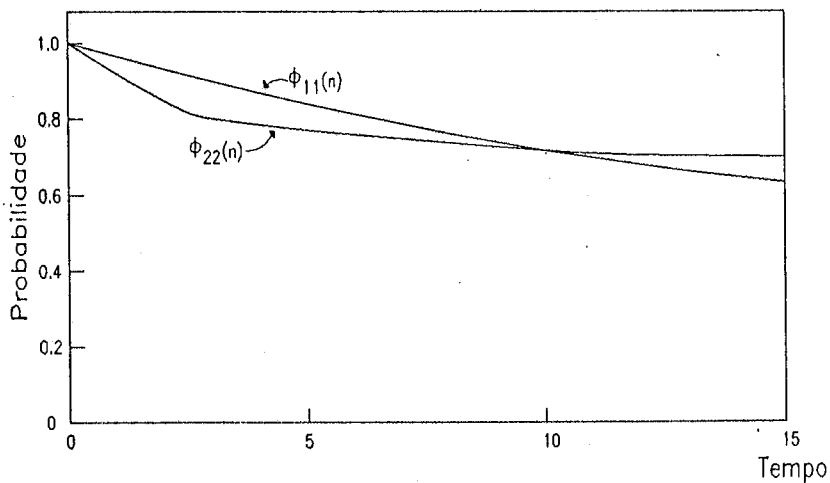


Figura (II.8) - Evolução Temporal dos Elementos $\phi_{11}(n)$ e $\phi_{22}(n)$ de $\Phi(n)$

$\Phi_{11}(n)$ é a probabilidade de que um carro alugado na cidade 1 em $t = 0$ será alugado na mesma cidade em $t = n$; interpretação semelhante é válida para $\Phi_{22}(n)$ em relação à cidade 2.

Os processos semi-markovianos foram introduzidos independentemente por Lévy (1954) e Smith (1954, 1955), durante um congresso internacional de matemática realizado em Amsterdam. A expressão *Processo de renovação markoviano* foi introduzida por Pyke (1961a), que apresentou a definição e alguns resultados preliminares desta classe de processos, bem como dos semi-markovianos já mencionados. Segundo o mesmo autor, pode-se mostrar que a família de processos estocásticos conhecidos como de renovação markovianos é equivalente à família de semi-markovianos.

Pyke (1961b) apresenta um estudo detalhado dos processos de renovação markovianos, considerando que os mesmos possuem um número finito de estados.

Cox & Miller (1965), Ross (1970) e Çinlar (1975) apresentam discussões bastante amplas sobre processos semi-markovianos, sem, contudo, enfatizar suas aplicações à engenharia de confiabilidade.

Apostolakis (1974) apresenta uma discussão voltada para aplicações à engenharia de confiabilidade, não se aprofundando, entretanto, no assunto, o mesmo fazendo Singh & Billinton (1977).

Karimi *et alii* (1980) discutem um pouco detalhadamente esta classe de processos no contexto que nos interessa. Chegam a discutir a solução da Eq. (II-27), mencionando que existem duas abordagens: a primeira, através de manipulações matriciais que é, basicamente, a discutida em Howard (1971) e aqui adotada; e, a segunda, através do emprego da teoria de grafos.

Uma discussão interessante pode ser encontrada em Barlow & Proschan (1965), capítulo 5, onde alguns exemplos simples são discutidos.

Howard (1971) devota extensa parte de seu livro à discussão destes processos, de uma maneira simples e objetiva, muito conveniente para aplicações a problemas da engenharia de confiabilidade, não sendo esta a ênfase do livro, contudo.

Aplicações de processos semi-markovianos podem ser encontrados nas referências a seguir apresentadas.

Ushakov (1969) propôs um método simples para calcular o tempo médio de operação entre falhas para sistemas com um grande número de estados sob a condição de que a transferência de um estado para outro possui tempos com distribuições genéricas.

Branson & Shah (1971) demonstram ser viável a modelagem de sistemas com componentes reparáveis usando processos semi-markovianos, empregando, como exemplo, um sistema de dois componentes para os quais os tempos de falha são exponencialmente distribuídos mas, os tempos de reparo possuem distribuições genéricas.

Di Marco (1972) discute como a teoria de processos semi-markovianos pode ser empregada para se obterem alguns importantes atributos de confiabilidade para modelos de falha não exponenciais de unidades geradoras de potência. São obtidas as probabilidades dependentes do tempo de permanência nos estados do sistema, as distribuições do tempo de trânsito de um estado para outro, bem como as do número de visitas a um dado estado em um intervalo de tempo fixado, considerando um modelo de 3 estados, no qual os tempos de residência em dois deles são não-exponenciais.

Osaki (1972a) analisa a confiabilidade de um sistema de dois componentes redundantes com reserva e chaveamento imperfeito, para o qual este chaveamento é realizado instantaneamente no componente de reserva. Todas as distribuições de tempos são exponenciais, com exceção das dos de reparo das duas unidades.

Osaki (1972b) considera um modelo de dois componentes com reserva redundante, onde adota a hipótese de que um componente está em operação e o outro em reserva em $t = 0$. Se o componente em operação falha, o em reserva é posto em operação e o reparo do componente falho tem início. É considerada, também, a manutenção preventiva do componente em operação, de modo a manter o sistema com alta confiabilidade. O objetivo, é calcular a distribuição do tempo da primeira falha do sistema, o que é feito com o auxílio de processos de renovação markovianos e teoria de grafos. Os tempos de manutenção envolvidos são considerados não exponenciais.

Srinivasan & Gopalan (1973) analisam atributos de confiabilidade de um

sistema com dois componentes com reserva fria e uma única unidade de reparo, sob a hipótese de que tanto os tempos de falha como de reparo possuem distribuições genéricas.

Wereley & Walker (1990) empregam processos semi-markovianos para a análise de sistemas de controle tolerantes a falhas. Uma característica explicitamente mencionada no contexto desta classe de sistemas é a relativamente rara ocorrência de falhas de componentes em comparação com a freqüente ocorrência de eventos envolvendo decisões de gerenciamento de redundâncias. É feita uma avaliação das técnicas disponíveis para a solução aproximada do problema, em vista dos sistemas analisados possuírem muitos componentes e serem complexos.

Jung & Cho (1990) adotam modelos semi-markovianos para a análise da confiabilidade de três políticas de teste e reparo de sistemas de segurança de reserva em centrais nucleares, no contexto das especificações técnicas das mesmas. O emprego destes modelos se prende à duração arbitrária dos tempos máximos de parada permitidos (*allowable outage times*).

Wereley & Walker (1991) apresentam uma versão resumida do trabalho já discutido em Wereley & Walker (1990).

RESENHA DE MODELOS DE ANÁLISE DA CONFIABILIDADE DE SISTEMAS DE PROTEÇÃO

As a safety device, a special emergency control rod was suspended over the pile. It was held by a rope so that safety officers - "the suicide squad," they were called - could cut it in an emergency and drop the rod into the reactor. An ax was provided for this purpose. (The emergency shutdown of the reactor, which on today's models is accomplished by elaborate automated equipment, is still referred to as a SCRAM - short for "safety control rod ax man.").

D. FORD, *The Cult of the Atom*, Simon & Schuster, New York, 1982, p. 28.

A importância da análise de confiabilidade de sistemas de proteção foi reconhecida há bastante tempo no contexto de centrais nucleares, Siddall (1963). Neste artigo, é descrita a experiência canadense com sistemas de controle bem como algumas maneiras de se aumentar sua confiabilidade.

É interessante notar a importância reservada para o teste periódico dos canais do sistema e para a filosofia de redundância. Cabe salientar, entretanto, que não é feita menção às falhas de causa comum no contexto da experiência discutida, apesar do tema ter sido objeto de um artigo anterior do mesmo autor, Siddall (1957).

Em um trabalho pioneiro, Jacobs (1968) discute a análise da confiabilidade de sistemas de segurança de centrais nucleares em função da frequência de teste dos mesmos. Utiliza, como exemplo ilustrativo, um sistema de proteção de um reator que monitora dois parâmetros. Resultados hoje considerados clássicos são demonstrados de maneira simples e objetiva.

Epler (1969) discute o problema de falhas de instrumentação em sistemas de controle, as quais podem levar à necessidade de proteção do reator. Segundo comenta, se as mesmas circunstâncias puderem também induzir a falha da instrumentação existente para proteger contra a falha do sistema de controle, uma situação potencialmente perigosa pode se caracterizar. Dados operacionais de usinas nucleares americanas são analisados para mostrar o papel fundamental desempenhado pelas falhas de causa comum sobre o desempenho dos mesmos.

Desde a publicação do *Reactor Safety Study*, WASH-1400 (1975), as análises de confiabilidade de sistemas de proteção de reatores nucleares se multiplicaram, em virtude de seu papel fundamental em estudos probabilísticos de segurança.

Nas centenas de estudos probabilísticos de segurança de centrais nucleares desde então efetuados, a abordagem dos sistema de proteção tem sido basicamente a mesma: dado um evento iniciador que exija o desarme do reator, qual é a indisponibilidade média do sistema de proteção? Árvores de eventos são desenvolvidas para se analisarem as diversas combinações de sucesso e falha dos sistemas de segurança.

Para alguns eventos iniciadores, como, por exemplo, o pequeno LOCA, é necessário o desarme, razão pela qual o sistema de proteção do reator é considerado como um sistema de segurança. A maneira mais comum de abordar este problema é pelo desenvolvimento de árvores de falhas, devido à complexidade dos sistemas de segurança, notadamente os de proteção, objeto desta discussão. Esta tarefa tem sido facilitada quando se adota a filosofia das *grandes árvores de eventos/pequenas árvores de falhas*, porque existem ferramentas computacionais apropriadas para o seu tratamento, Oliveira *et alii* (1985).

Vários estudos têm se sucedido com o intuito de abordar questões inerentes à análise de confiabilidade de sistemas de proteção.

Kontoleon *et alii* (1974) desenvolveram um modelo markoviano para obter o comportamento temporal de um sistema de proteção supervisionado. Inicialmente, apresentam uma expressão analítica para a disponibilidade do sistema em função das taxas de falha e de reparo dos componentes, do intervalo entre testes e do tempo de duração destes, ressaltando o fato de que para assegurar uma adequada margem de segurança, é relevante

conhecer-se não somente a probabilidade de ocorrência de falhas perigosas como também a fração do tempo durante o qual não há proteção disponível.

Um detalhe muito interessante do modelo desenvolvido prende-se aos diagramas de estado elaborados no seio do modelo markoviano estabelecido. Como um dos estados possíveis especifica que o sistema está em reparo e este não ocorre permanentemente, dois diagramas de estado, um para os intervalos de reparo e o outro não, foram desenvolvidos. Condições de continuidade nas fronteiras são estabelecidas para se obterem as constantes nas soluções analíticas estabelecidas.

A conclusão mais importante a que chegam os autores é que uma maneira de se aumentar a disponibilidade do sistema é pela introdução de algum tipo de inspeção, sem afetar a operação do mesmo, de modo a detectar falhas que não são anunciadas. Em seguida, abordam o problema de maximizar a disponibilidade do sistema em relação a restrições de custo impostas.

Aitken (1977) apresenta uma discussão bastante didática sobre a abordagem quantitativa da análise da confiabilidade de sistemas de instrumentação e controle de centrais nucleares. Sistemas de proteção constituem uma classe especial discutida com certa extensão. São apresentados resultados clássicos e alguns dados de falhas.

Oelkers & Weaver (1978), abordam a combinação de forma analítica, por meio de um modelo markoviano, de dois aspectos incomuns da operação de componentes de segurança, no dizer dos próprios autores: condições ambientes anormais e desgaste (*aging*) de componentes. O modelo é aplicado a um sistema de proteção de um reator, com lógica de desarme $2/4$ e lógica de atuação $1/2 \times 2$ com o intuito de estabelecer uma idade de funcionamento apropriado e, também ajudar na definição de um programa de substituição. As vantagens econômicas desta política são discutidas.

Papazoglou & Gyftopoulos (1978) elaboraram uma metodologia para a avaliação das incertezas acerca da confiabilidade de sistemas proteção de reatores nucleares descritos por modelos markovianos.

Como aplicação, analisaram as incertezas acerca da probabilidade de perda da geometria resfriável do núcleo do reator regenerador de Clinch River devido a falhas

do sistema de desarme. Um aspecto importante da metodologia desenvolvida diz respeito às técnicas desenvolvidas para reduzir o esforço de cálculo.

Em primeiro lugar, foi feita uma ordenação sistemática dos estados do sistema, o que redundou numa estrutura mais simples da matriz das probabilidades de transição; em segundo lugar, agrupamento sistemático de processos markovianos descritores de sistemas que exibam simetrias, o que resultou em dimensões menores das matrizes das probabilidades de transição; e, finalmente, escolha sistemática do passo temporal (*time step*) máximo para o processo, aproximação que permitiu o emprego de passos temporais grandes na simulação de Monte Carlo.

O modelo desenvolvido foi aplicado ao sistema de desarme do reator regenerador de Clinch River. O modelo markoviano leva em conta falhas de causa comum, interdependências entre a indisponibilidade do sistema e a ocorrência de transientes, bem como procedimentos de inspeção e manutenção que dependem do estado do sistema e incluem a possibilidade de ocorrência de erros humanos.

Guild & Tourigny (1978) analisam a confiabilidade, a confiabilidade com reparo e a disponibilidade de configurações específicas de sistemas de quatro elementos idênticos, incluindo os arranjos em série, em paralelo e multiplexados, através do emprego de um processo markoviano de tempo contínuo. Em todos os casos analisados, os atributos de confiabilidade dos sistemas multiplexados mostraram-se superiores aos dos outros dois. A ênfase da análise é em relação a sistemas de segurança de centrais nucleares, incluindo nestes o de proteção do reator.

Kumamoto & Henley (1978) deduzem uma expressão exata, segundo os autores, para o cálculo do número esperado de falhas destrutivas em um dado intervalo de tempo, dado o número de demandas que o sistema de proteção sofre, bem como o intervalo entre testes e a taxa de falha do sistema. Um exemplo ilustrativo de um processo de cloração é apresentado, através de uma árvore de falhas cujo evento topo é definido como detonação do sistema em decorrência de uma reação química descontrolada.

Sayers (1979) apresenta uma discussão focalizando aspectos relacionados com a segurança e o risco na fase de projeto de instalações químicas onde, como não poderia deixar de ser, os sistemas de proteção desempenham papel importante. O objetivo central

do artigo é revisar o trabalho desenvolvido até então, no contexto da UKAEA, sobre a determinação da aceitabilidade do risco de projetos de instalações químicas. Um aspecto importante, no contexto de sistemas de proteção exposto está relacionado com a apresentação de taxas de falha de canais nele empregados. A distinção entre falhas seguras e perigosas é enfatizada e os dados mostram que as primeiras são mais freqüentes que as segundas.

Inagaki *et alii* (1979) consideram, para sistemas de proteção com componentes múltiplos, um procedimento em duas etapas para realizar o melhoramento de esquemas de supervisão de sistemas de proteção; inicialmente, determinam o intervalo de tempo entre supervisões e a duração destas que maximizem a disponibilidade mínima para o esquema de supervisão simultânea, onde todos os componentes são supervisionados ao mesmo tempo. Em segundo lugar, melhoram o esquema de supervisão descrito no passo anterior por meio de uma política escalonada de teste; neste caso, os componentes são divididos em subgrupos e a supervisão destes são escalonadas, ao passo que componentes de um mesmo subgrupo são supervisionados simultaneamente.

Clarotti & Mattucci (1980) argumentam que em sistemas de proteção de reatores baseados em microcomputadores, um papel fundamental é desempenhado pela capacidade de diagnóstico de programas de autoverificação. Desta forma, é de grande importância determinar a eficiência que tais programas devem apresentar em relação à detecção de falhas de forma a atender um padrão de confiabilidade, o que é feito por intermédio de uma abordagem markoviana; os autores se preocupam, também, em apontar dificuldades metodológicas encontradas.

Lees (1980) aborda a análise da confiabilidade de sistemas de desarme considerando as duas situações relevantes: a da falha quando em reserva (*fail-dangerous*) e a da falha espúria (*fail-safe*). O atributo de confiabilidade de interesse é o tempo morto fracional (indisponibilidade média) e a lógica de atuação adotada é a de votação k -de- N , mas não é abordada a extensão que nos interessa, para altas taxas de demanda, a qual é abordada pelo mesmo autor em um trabalho posterior, Lees (1982).

Kumamoto *et alii* (1981), por meio de um programa de computador que desenvolveram, fazem uma análise de perigos (*hazard analysis*) para sistemas de proteção empregando árvores de falhas, com o intuito de calcular o número esperado de desarmes

normais e espúrios da instalação, bem como de perigos destruidores, os quais são resultantes da falha do sistema de proteção quando ocorre um acidente (conhecidas como falhas *fail-dangerous*). Em contrapartida, as falhas espúrias do sistema de proteção, resultam em desarmes espúrios, sendo conhecidas como falhas *fail-safe*.

A análise baseia-se em uma árvore de falhas para a instalação e duas para o seu sistema de proteção; fornecendo como entrada estas três árvores para o programa de computador desenvolvido pelos autores, obtêm-se perfis temporais do número esperado de desarmes normais e espúrios, bem como de perigos destruidores. Os parâmetros de entrada exigidos pelo programa, são: 1) os cortes mínimos das árvores de falhas; 2) os tempos médios para falhar dos componentes básicos; 3) características de falha dos operadores; 4) intervalos programados de manutenção da instalação e do sistema de proteção; e 5) tempos de reparo dos desarmes normais e espúrios.

Alam (1982) desenvolveu um modelo markoviano para analisar o desempenho de sistemas de proteção levando em conta os estados em que o sistema pode se encontrar durante sua vida; políticas de manutenção *on line* e *off line* são consideradas. Os resultados numéricos obtidos ilustram o fato de que o método proposto fornece medidas quantitativas de atributos de confiabilidade de sistemas de proteção de um reator nuclear que respondem efetivamente às variações nos parâmetros relacionados com a manutenção, intervalo médio entre testes e tempo médio de duração do teste. Estas medidas poderiam ser empregadas para comparar os atributos de confiabilidade de sistemas de proteção alternativos. Os procedimentos analíticos, desenvolvidos para esta análise, poderiam ser estendidos para modelos não exponenciais (e. g., reparo dos canais do sistema de proteção).

Segundo Doelp & Brian (1982), a sobrepresurização de tanques e vasos de contenção, continua a ser um cenário perigoso de grande preocupação no seio de instalações industriais. Embora muito se tenha publicado na literatura acerca do projeto e seleção de sistemas de proteção de pressão, uma sistemática comparação das frequências de acidente para diferentes sistemas em função das condições de operação não é simples de se realizar.

Os autores avaliam, em seu trabalho, cinco sistemas de proteção de pressão comumente empregados por meio de modelos markovianos. Estes sistemas são: a) uma válvula de alívio; b) duas válvulas de alívio; c) um disco de ruptura; d) dois discos de

ruptura com uma substituição; e) dois discos de ruptura com substituição dual (i. e., ambos os discos são substituídos quando um deles rompe). As frequências de ocorrência de acidente são calculadas em função das taxas de demanda (pressão alta) e políticas de manutenção, empregando dados de falha típicos. Deste modo, várias alternativas para atender a uma dada frequência de ocorrência de acidentes podem ser facilmente comparadas e sujeitas a uma análise de custo-benefício para efeitos de seleção de uma alternativa.

Kohda *et alii* (1983) abordam uma questão interessante: a de definir a lógica ótima de desarme para sistemas de proteção. Contrariamente às abordagens normalmente encontradas, os autores dividem o sistema de proteção em três seções: sensora, julgadora e atuadora. A análise é feita por intermédio de álgebra booleana.

A importância do tema gerou a publicação, inclusive, de um livro, Green (1983), no qual a análise de confiabilidade de sistemas de proteção é abordada de maneira ampla e genérica, não se atendo a uma área industrial particular. Em dois de seus apêndices, inclusive, são apresentados casos-exemplo de estudos de confiabilidade de sistemas de proteção de um PWR e de um HTGR.

Papazoglou & Cho (1985) apresentam um modelo markoviano para estudar políticas alternativas referentes às condições-limite de operação para sistemas de proteção, estudo que foi requisitado à NRC em face de deficiências então existentes nas especificações técnicas para sistemas de proteção.

Aldemir & Miller (1986) analisam a disponibilidade de sistemas de monitoração de potência em reatores nucleares em virtude de sua importância para a operação segura e confiável de reatores, uma vez que a função precípua desses sistemas é fornecer sinais de controle e gerar um sinal de desarme se o fluxo de nêutrons excede valores pré-estabelecidos durante a operação. Estes sistemas de monitoração podem ser inspecionados em relação a modos degradados de falha dos canais neutrônicos através do emprego de métodos convencionais. Contudo, os autores mencionam que devido ao estabelecimento de técnicas *in situ* para a inspeção dos canais, a abordagem adotada no trabalho é a de investigar a disponibilidade dos canais e do sistema em função da probabilidade de detecção dos canais degradados e da frequência de inspeção. Os sistemas de monitoração e seus subsistemas são modelados segundo lógicas *M-de-N*, com unidades idênticas, estatísti-

camente independentes e que podem estar em um de três estados. Os autores mostram que, apesar de o ganho de disponibilidade de cada canal ser grande, o mesmo não acontece em relação ao sistema, em virtude do alto grau de redundância.

Kohda *et alii* (1987) discutem um aspecto extremamente relevante. Os sistemas de proteção apresentam dois tipos de falhas: a primeira, em situação de emergência (*failed dangerous, FD*) e a segunda, a falha espúria (*failed safe, FS*). A primeira, pode conduzir a sérios danos para a instalação, enquanto a segunda, pode resultar em perdas financeiras, devido a ações protetivas desnecessárias. Frequentemente, canais de sistemas de proteção devem sofrer manutenção e reparo durante a operação da instalação ou unidade, ou seja, enquanto estão em serviço. Quando isto ocorre, deve-se escolher se a saída de um canal em manutenção deve ser programada para a posição *on* ou *off*; a primeira, significa que o sistema de proteção atua adequadamente contra as falhas *FD*, sendo vulnerável às do tipo *FS*. Admitindo que os sistemas são de votação, os autores desenvolveram um método sistemático para determinar os valores de saída padrão e resolvem o problema mais geral de determinar as conexões lógicas ótimas para os canais remanescentes.

Aldemir (1987) apresenta uma abordagem markoviana para a análise da confiabilidade de sistemas de controle de processos. Um algoritmo é desenvolvido para a construção mecanizada da matriz das taxas de transição. Aspectos relevantes da metodologia proposta são: a) a precisão do modelo de falhas pode ser confirmada ou melhorada pela modificação dos dados de entrada, para a construção do modelo; b) efeitos de variações nos parâmetros do sistema no que concerne às características de falha podem ser quantificados. Vantagens e limitações da metodologia são discutidos.

Lisboa (1989a) aborda um problema já considerado no trabalho de Kohda *et alii* (1987), qual seja, as falhas do tipo *FD* e *FS*; em seu trabalho, o autor desenvolve modelos probabilísticos básicos para analisar falhas não reveladas de equipamento simples e redundantes em sistemas de proteção. Os resultados revelam, segundo o autor, que uma alta disponibilidade pode ser obtida pelo melhoramento dos métodos de teste, de redundância de equipamento e do emprego de lógica de desarme do tipo *k-de-N*.

Lisboa (1989b) aborda o conceito de defesa em profundidade para sistemas de controle de centrais nucleares por meio de modelos probabilísticos, considerando a

importância da diminuição de desarmes necessários do reator, os quais podem ensejar maiores chances de falha dos sistemas de proteção pertinentes.

No contexto de centrais nucleares, organismos independentes publicaram guias para a elaboração de estudos de confiabilidade de sistemas de proteção, e. g., IEEE Std 352 (1975). Este guia aborda o problema do ponto de vista de falhas independentes, não levando em conta as de causa comum. As recomendações quanto aos métodos de análise, restringem-se à adoção da análise por árvores de falhas e aos diagramas de blocos. Orientações são apresentadas quanto à abordagem quantitativa. Nenhuma menção é feita, contudo, à utilização de modelos markovianos ou possíveis variantes.

No âmbito da indústria química, iniciativas de natureza semelhante foram tomadas, como demonstra o guia AIChE/CCPS (1989), editado pelo Instituto Americano de Engenheiros Químicos, o qual apresenta um roteiro bem organizado de como efetuar a análise de confiabilidade de um sistema de proteção. Contudo, não é completo ao ponto de mencionar a utilização de modelos markovianos, nem considera os possíveis efeitos de altas taxas de demanda, como ocorrem na própria indústria química.

Apresentações organizadas de estudos de confiabilidade de sistemas de proteção, na indústria química, podem ser encontrados, também, em Wells (1980), o qual, contudo, apresenta, também, uma discussão bastante simplificada.

Henley & Kumamoto (1981, 1985) apresentam resenhas bem organizadas de estudos desta natureza, partindo da própria definição de sistemas de proteção. Na primeira referência mencionada, os autores fazem uma abordagem mais extensa da metodologia que apresentaram em Kumamoto & Henley (1978). Na referência de 1985, a abordagem de sistemas de proteção é feita do ponto de vista do projeto de sistemas para o controle de instalações industriais tanto sob a ótica da confiabilidade como da segurança. A abordagem do problema inclui a discussão de erros humanos e da confiabilidade de sistemas computacionais de monitoração e de técnicas de otimização de confiabilidade.

Em muitos processos químicos, limites de segurança são uma restrição operacional. Frequentemente, benefícios econômicos podem ser obtidos se o processo for operado tão próximo quanto possível dos limites de segurança. Ao mesmo tempo, sanções podem ser ocasionadas caso estes limites sejam transpostos, razão pela qual são

necessários sistemas de alarme e de intertravamento. Para que estes sistemas sejam úteis, devem ser projetados para operar em tempo suficiente de forma a evitar os efeitos de perigos. Desta forma, o projetista deve estar familiarizado com a dinâmica tanto do processo como do sistema de segurança. Hill & Kohan (1986) discutem os fatores que afetam esta dinâmica, apresentado um exemplo prático da forma pela qual um sistema pode ser projetado para operar dentro das limitações temporais necessárias. O procedimento discutido, embora aplicado a sistemas de intertravamento, em particular, é de uso generalizado. É discutido também o seu emprego em problemas como os de planejamento de emergência.

O reconhecimento da influência de altas taxas de demanda sobre a frequência de ocorrência de acidentes para sistemas de proteção não é recente. Considerando sistemas de proteção com um único canal, Lawley & Kletz (1975), Wells (1980), Lees (1982) e Kletz (1985) apresentam expressões que permitem o cálculo da frequência de ocorrência de acidentes considerando as altas taxas de demanda típicas na indústria química.

Para os sistemas de proteção com mais de um canal, Kumamoto & Henley (1978) e Lees (1982), apresentam expressões que permitem o cálculo da frequência de ocorrência sem considerar, contudo, a possibilidade de reparo dos canais. Oliveira & Amaral Netto (1987) propõem um modelo markoviano para a análise do sistema de proteção com um canal, considerando a possibilidade de ocorrência de altas taxas de demanda e também que o canal é reparável. As expressões anteriormente mencionadas constituem casos particulares do modelo proposto neste último trabalho. É feito um estudo sistemático da influência da taxa de reparo e da de demanda sobre a frequência de ocorrência de acidentes.

Frutuoso e Melo *et alii* (1989) abordam a questão do cálculo da indisponibilidade de sistemas de reserva, de forma genérica, discutindo de que formas o mesmo pode ser feito e apresentam informações importantes sobre valores típicos de parâmetros de interesse para uma análise deste tipo.

Oliveira *et alii* (1990) consideram o caso do sistema com dois canais, sujeito à lógica $I - 2 : S$. Uma questão extremamente importante que é abordada neste trabalho

é a que se refere à possibilidade de uma demanda revelar ou não a falha de um canal, possibilidade essa que é considerada no artigo.

Da resenha apresentada, pode-se constatar, do ponto de vista do problema proposto e discutido no Capítulo I, que:

a) tem havido emprego variado de modelos markovianos, os quais levam em conta adequadamente o papel desempenhado por altas taxas de demanda sobre a frequência, conforme resenhado em Oliveira & Amaral Netto (1987), sendo que, até a publicação deste trabalho, a consideração do reparo dos canais não havia sido levada em conta em conjunto com a hipótese anterior;

b) não foi levantada referência alguma em que fosse empregado um modelo semi-markoviano para levar em conta tempos arbitrários de duração de testes de canais quando a taxa de demanda do sistema de proteção for alta;

c) não foi levantada referência alguma em que fosse empregado um modelo semi-markoviano para considerar tempos de reparo não exponenciais, quando é sabido que os tempos de reparo tendem, na prática, a ser não exponenciais, conforme teremos oportunidade de discutir no Capítulo VI.

A razão básica para a não-utilização de modelos semi-markovianos, no contexto discutido, prende-se a dificuldades computacionais, devido ao imenso gasto de tempo de processamento. Basta ver que, somente nos últimos três anos apareceram trabalhos contemplando a sua utilização. Este aspecto será debatido no Capítulo IX.

MODELOS MARKOVIANOS PARA OS INTERVALOS INTERTESTES (MODELOS M)

Models are to be used, but not to be believed.

HENRI THEIL, citado em T. H. Wonnacott e R. J. Wonnacott, *Introductory Statistics for Business and Economics*, 2nd Ed., John Wiley & Sons, New York, 1977, p. 331.

IV.1 - Introdução

Neste capítulo, discutimos os dois modelos markovianos desenvolvidos para analisar a indisponibilidade do sistema de proteção constituído por N canais idênticos nos intervalos temporais entre testes.

Os dois modelos mencionados diferem na abordagem da falha de um canal: no primeiro, esta é revelada quando ocorre uma demanda, ao passo que no segundo, não. Esta distinção apresenta implicações práticas consideráveis no tocante à frequência de acidentes calculada para uma instalação industrial. Mais precisamente, o modelo da falha não revelada é aquele para o qual, dado um sistema de proteção com lógica m - de - n : F , só são reveladas as falhas de pelo menos m canais.

Antes de abordar propriamente os modelos markovianos, cumpre discutir dois aspectos comuns a ambos que são de fundamental importância. O primeiro, relaciona-se com considerações intrínsecas à solução das equações diferenciais em que se recai, assunto que é objeto da seção IV.2. Em seguida, abordaremos a questão da modelagem de falhas de causa comum, na seção IV.3.

Finalmente, abordaremos o primeiro modelo markoviano, o qual permite a revelação da falha de qualquer número de canais falhos quando ocorre uma demanda do sistema de proteção, na seção IV.4 e o segundo, que só permite a revelação de pelo menos m falhas, será abordado na seção IV.5.

IV.2 - Características Gerais dos Dois Modelos Markovianos

Para iniciar a discussão destas características, vamos nos reportar ao sistema de proteção constituído por um único canal. A Figura (IV.1) apresenta o diagrama de transição de estados para este caso, considerando explicitamente a possibilidade do reparo do canal não ser perfeito (consideração feita pela introdução da probabilidade de erro humano γ). Nesta figura, as tríades $\langle i, j, k \rangle$ representam, o número de canais funcionando, o de canais que sofreram falhas não reveladas e o de canais que sofreram falhas reveladas, respectivamente. λ representa a taxa de falha do canal, μ , a sua taxa de reparo e, finalmente, ν , a taxa de demanda do sistema.

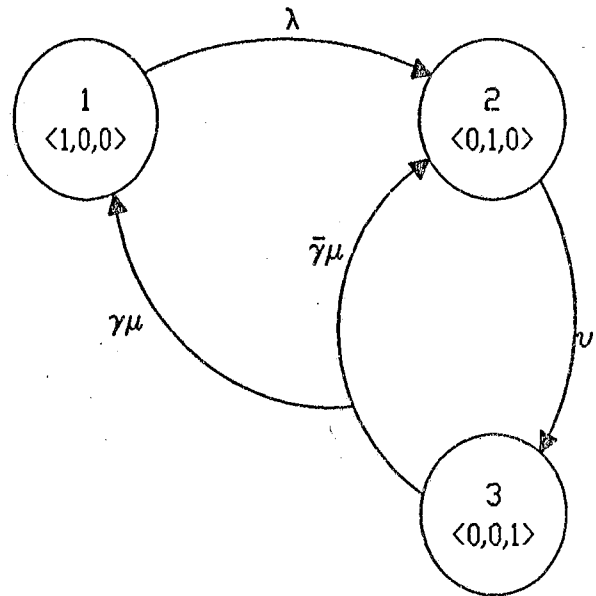


Figura (IV.1) - Diagrama de Transição de Estados para um Canal

A Figura (IV.2) ilustra o comportamento temporal do sistema. No instante $t = 0$, admitimos que o mesmo foi instalado e estava tão bom quanto novo. Em um instante posterior $t_1^i = t^*$, o primeiro teste do canal tem início, durando um período de t_D unidades de tempo. Em $t = t_1^f$, o teste termina e, assim por diante.

Para os intervalos de tempo identificados pelos dígitos 1, 3, 5, ..., a análise da indisponibilidade é realizada por meio de modelos markovianos, como os discutidos em Oliveira & Amaral Netto (1987) e Oliveira *et alii* (1990).

A análise no primeiro intervalo, $0 \leq t \leq t_1^i = t^*$, é desenvolvida por meio de um processo markoviano a partir do diagrama de transições já apresentado na Figura (IV.1); o ponto a ser discutido aqui, por se referir a características básicas da abordagem

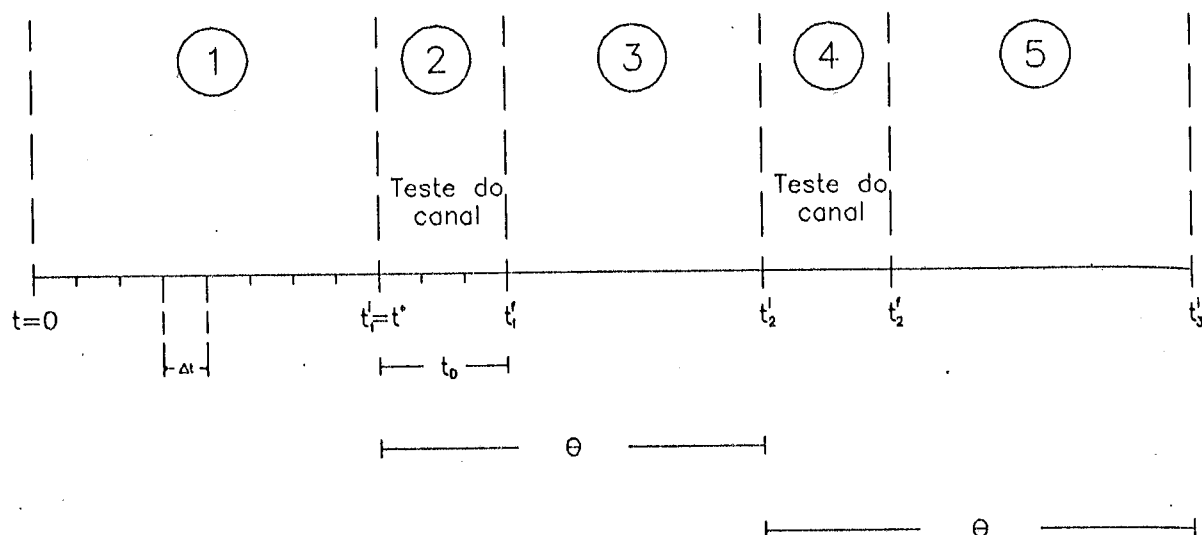


Figura (IV.2) - Comportamento Temporal do Sistema de Proteção com um Canal

markoviana de confiabilidade, afeta os dois modelos markovianos a serem discutidos da mesma forma, razão pela qual é discutido antes da apresentação dos mesmos.

A partir da matriz das taxas de transição, A , definida por:

$$A = \begin{vmatrix} -\lambda & \lambda & 0 \\ 0 & -v & v \\ \gamma\mu & \bar{\gamma}\mu & -\mu \end{vmatrix} \quad (\text{IV.1})$$

podemos escrever a equação diferencial que governa o comportamento estocástico do sistema:

$$\frac{dp(t)}{dt} = p(t) \cdot A \quad (\text{IV.2})$$

A solução da Eq. (IV.2) é dada por:

$$p(t) = p(t=0) \cdot e^{A \cdot t} \quad (\text{IV.3})$$

onde e^{At} é denominada matriz exponencial, encontrando vasta aplicação em diversos ramos da engenharia como, teoria de controle, queima de combustível em reatores nucleares, etc., Moler & van Loan (1978).

Examinemos a Eq. (IV.2) mais detidamente.

Para que um processo markoviano, a probabilidade de transição de um estado s_i para um estado s_j , durante o intervalo de tempo $(t, t + \Delta t)$, dado que em t o sistema se encontrava em s_i , depende somente dos estados s_i e s_j e não da trajetória seguida pelo sistema para atingir o estado s_j em t :

$$Pr[s_j(t+\Delta t)|s_i(t), s_k(t-\tau_1), \dots] = Pr[s_j(t+\Delta t)|s_i(t)] = \Phi_{ij}(t+\Delta t, t) \quad (\text{IV.4})$$

Se o processo markoviano for homogêneo, então:

$$\Phi_{ij}(t+\Delta t, t) = \Phi_{ij}(\Delta t), \quad \text{onde } \Phi(\Delta t) = \{\Phi_{ij}(\Delta t)\}, \quad (\text{IV.5})$$

ou seja, a probabilidade de ocorrência da transição do estado i para o j em um intervalo de duração Δt só dependerá da duração deste e não de quando se inicia.

O intervalo de duração Δt será sempre pequeno o suficiente para que a probabilidade de ocorrência de dois ou mais eventos seja desprezível.

Sendo assim, podemos escrever:

$$p(t+\Delta t) = p(t) \Phi(\Delta t), \quad (\text{IV.6})$$

cuja interpretação fica clara a partir da equação abaixo:

$$\begin{vmatrix} p_1(t+\Delta t) \\ p_2(t+\Delta t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} p_1(t) & p_2(t) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Phi_{11}(\Delta t) & \Phi_{12}(\Delta t) \\ \Phi_{21}(\Delta t) & \Phi_{22}(\Delta t) \end{vmatrix}, \quad (\text{IV.7})$$

ou seja,

$$p_1(t+\Delta t) = p_1(t) \Phi_{11}(\Delta t) + p_2(t) \Phi_{21}(\Delta t) \quad (\text{IV.8})$$

$$p_2(t+\Delta t) = p_1(t) \Phi_{12}(\Delta t) + p_2(t) \Phi_{22}(\Delta t), \quad (\text{IV.9})$$

que são as Eqs. (II.12) e (II.13) do Capítulo II.

Em particular, fazendo $t = 0$ na Eq. (IV.6), tem-se:

$$\begin{aligned}
 p(\Delta t) &= p(t=0) \Phi(\Delta t) \\
 p(2\Delta t) &= p(\Delta t) \Phi(\Delta t) \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 p(k\Delta t) &= p[(k-1)] \Phi(\Delta t)
 \end{aligned}$$

ou seja,

$$p(k\Delta t) = p_0 \Phi^k(\Delta t) \quad (\text{IV.11})$$

A Eq. (IV.11) permite resolver numericamente a Eq. (IV.2) considerando incrementos temporais Δt adequadamente pequenos, de forma a não violar a hipótese markoviana de ser desprezível a ocorrência de mais de uma transição neste intervalo.

Considerando o exemplo do sistema de proteção com um canal, a matriz $\Phi(\Delta t)$ das probabilidades de transição será dada por:

$$\Phi(\Delta t) = \begin{vmatrix} 1 - \lambda \Delta t & \lambda \Delta t & 0 \\ 0 & 1 - \nu \Delta t & \nu \Delta t \\ \gamma \mu \Delta t & \bar{\gamma} \mu \Delta t & 1 - \mu \Delta t \end{vmatrix} \quad (\text{IV.12})$$

Cabem alguns comentários sobre a Eq. (IV.12).

Para que o sistema transite do estado 1 para o estado 3, são necessários, no mínimo, dois intervalos temporais Δt , sendo o primeiro para que o sistema transite do estado 1 para o estado 2 e o segundo, para que ocorra a transição do estado 2 para o 3. Fisicamente, isto corresponde a dizer que, para que o sistema sofra uma falha revelada, é necessária, inicialmente, a ocorrência da falha do canal (transição 1 \rightarrow 2) e, então, a ocorrência de uma demanda (transição 2 \rightarrow 3).

Examinemos detidamente a Figura (IV.3), a qual apresenta a evolução considerando um canal e supondo que, no instante inicial, o mesmo se encontrava no estado 1. Decorridas Δt unidades de tempo, a probabilidade do sistema permanecer neste estado é igual a $1 - \lambda \Delta t$; por outro lado, a probabilidade dele transitar para o estado 2 é igual a $\lambda \Delta t$.

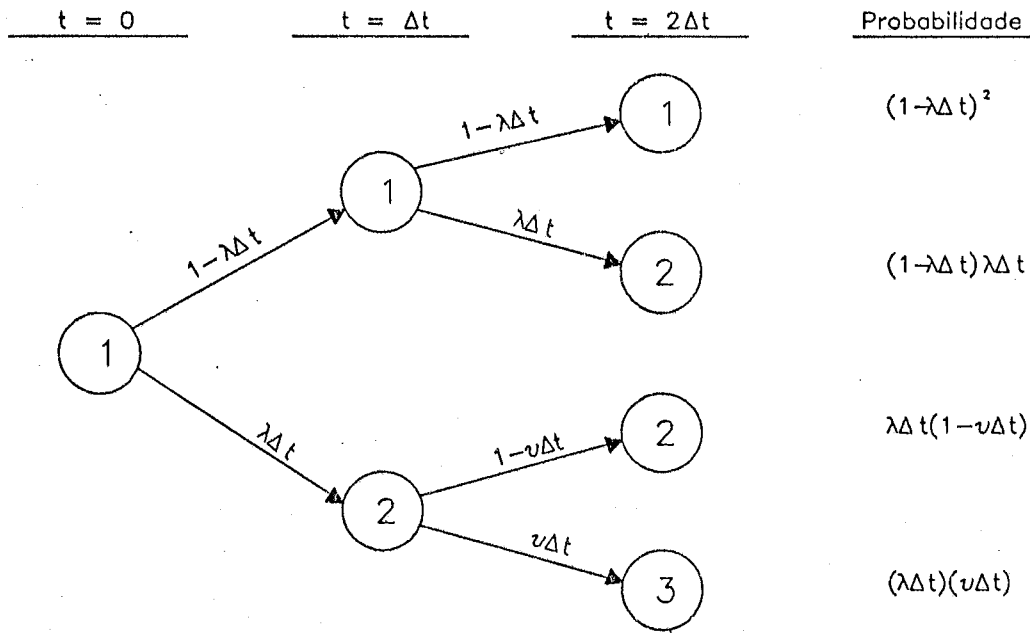


Figura (IV.3) - Evolução Temporal do Sistema de um Canal que Partiu do Estado 1

Decorrido um novo período de Δt unidades de tempo, se o sistema se encontrava no estado 1 em $t = \Delta t$, terá uma probabilidade $1 - \lambda \Delta t$ de permanecer neste estado e, por seu turno, uma probabilidade $\lambda \Delta t$ de transitar para o estado 2.

Contudo, se em $t = \Delta t$ o sistema se encontrava no estado 2, a probabilidade de permanecer neste estado, decorrido um novo período de Δt unidades de tempo será igual a $1 - \nu \Delta t$ e, a probabilidade do sistema transitar para o estado 3, será igual a $\nu \Delta t$.

Na Figura (IV.3) são apresentadas as probabilidades de ocorrência das diversas seqüências de transição. Particularmente, a probabilidade da seqüência $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$, é igual a:

$$p_{1-2-3} = (\lambda \Delta t)(\nu \Delta t)$$

Ainda na Figura (IV.3) podemos observar que, para cada valor de t e considerando cada estado de partida, a soma das probabilidades de todas as alternativas de transição é igual a 1, como não poderia deixar de ser.

A Figura (IV.4), apresenta a mesma situação, considerando que o sistema estava no estado 2 no instante inicial. Observe-se que, para que ocorra a transição $2 \rightarrow 1$, na verdade devem ocorrer as transições $2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$, sendo necessário um intervalo de tempo

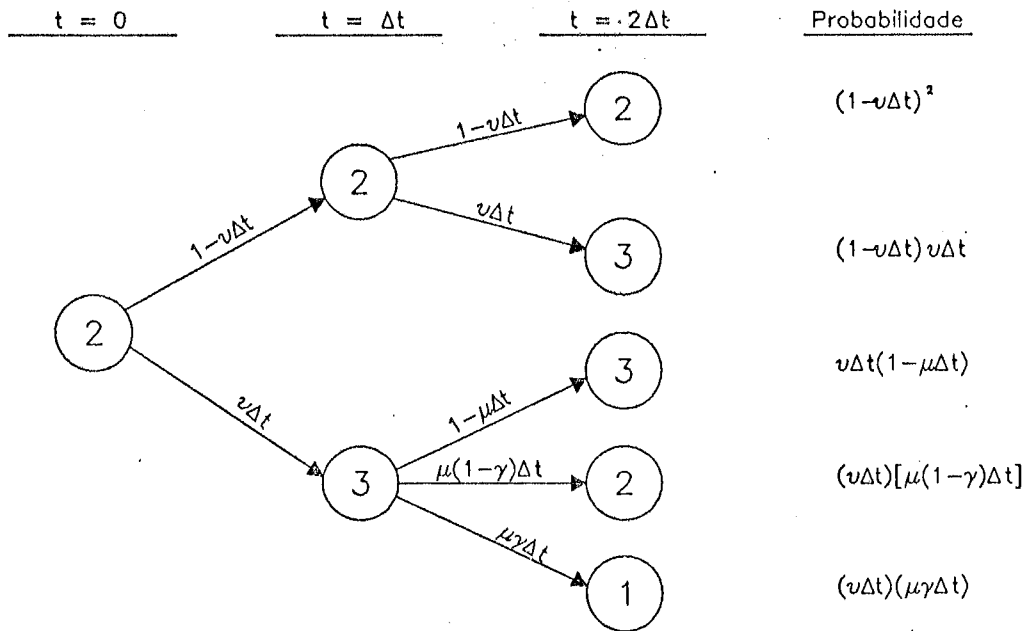


Figura (IV.4) - Evolução Temporal do Sistema de um Canal que Partiu do Estado 2

igual a $2\Delta t$. Particularmente, a probabilidade de ocorrência destas duas transições é igual a:

$$p_{2-3-1} = (v\Delta t)(\mu\gamma\Delta t)$$

Finalmente, a Figura (IV.5) apresenta a mesma situação, considerando, agora, que o sistema se encontrava no estado 3 em $t = 0$.

Uma segunda questão a abordar neste contexto, diz respeito à consideração do *tempo de calendário* em vez do tempo efetivo na análise dos sistemas de proteção nos períodos entre testes.

O problema reside no fato de que, para o cálculo da indisponibilidade média do sistema e, posteriormente, para o cálculo da taxa de acidentes, tem sido considerado o tempo de calendário, o que implica em dizer que, mesmo os tempos de residência nos estados de falha revelada têm sido considerados na análise. Estes estados de falha revelada, como teremos oportunidade de discutir, são aqueles em que o número de canais falhos é suficiente para caracterizar a falha do sistema. De forma a evitar este procedimento que mascara os resultados, tendendo a apresentar indisponibilidades médias mais baixas, uma nova proposta é aqui apresentada.

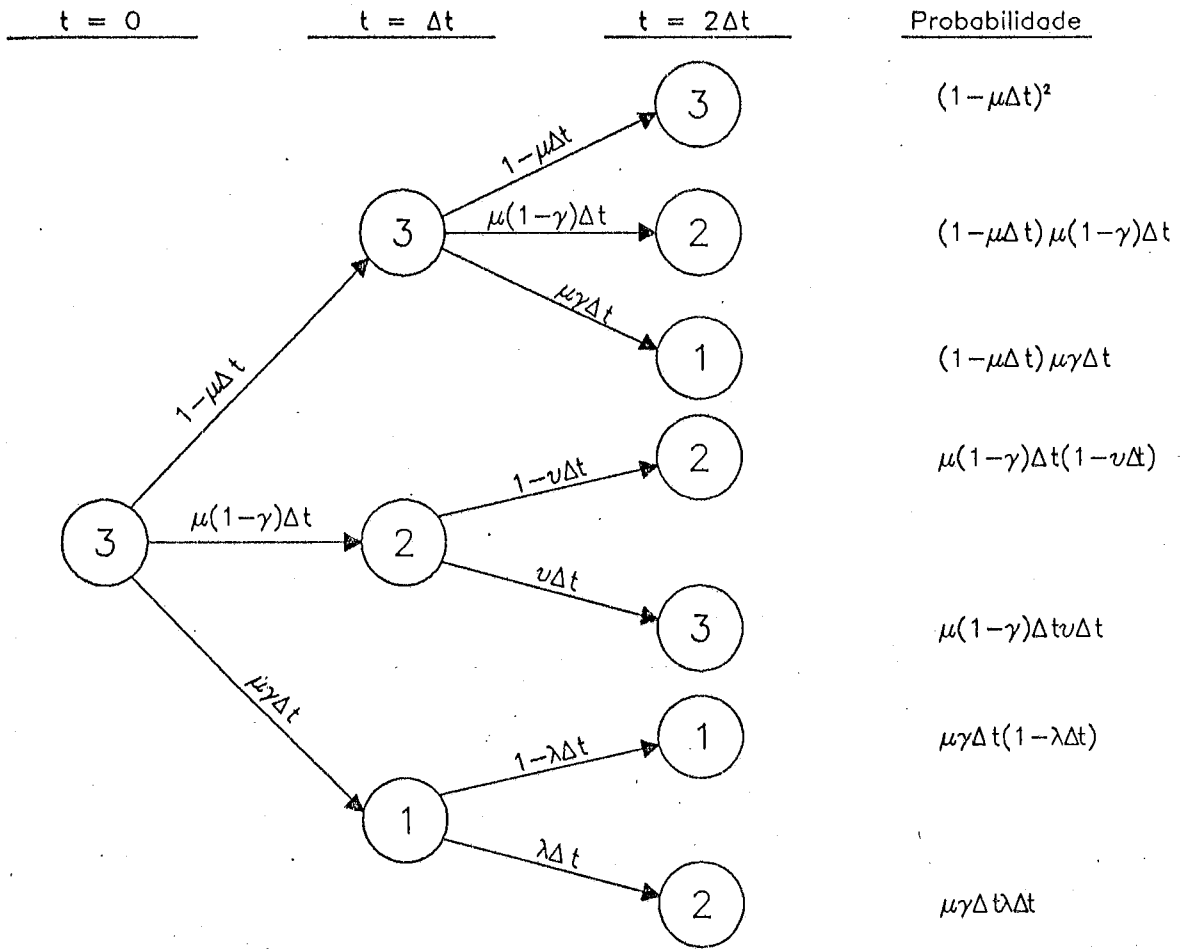


Figura (IV.5) - Evolução Temporal do Sistema de um Canal que Partiu do Estado 3

Identificados os estados de falha revelada, calculamos, para cada um deles, a sua taxa de partida, Singh & Billinton (1977), que é a razão entre a frequência de encontro do estado e a probabilidade de residência no mesmo. A taxa de partida total é a soma de todas as taxas de partida do estado em questão. Obviamente, o número de taxas de partida é igual ao número de transições possíveis a partir do estado em questão. Em seguida, calculamos o tempo de residência no estado, dado por:

$$\tau_i^* = \frac{1}{\lambda_d}, \tag{IV.13}$$

onde λ_d é a soma das taxas de partida do estado em questão. Finalmente, a taxa média de acidentes será dada por:

$$\eta = \sum_{i \in EFRs} \frac{1}{\theta - \tau_i^*} \int_0^{\theta} p_i(t) dt \tag{IV.14}$$

onde θ é o intervalo entre testes e a sigla *ERFs* indica os estados de falha revelada do sistema [por exemplo, o estado 3 na Fig. (IV.1)].

Cumpramos ressaltar, desde já, que a correção que acabamos de discutir não tem sentido no contexto do modelo *FN* de reparo (veja-se a seção IV.4), pois, neste caso, existem estados de falha revelada que são absorventes e, o tempo de residência nestes é infinito.

IV.3 - Tratamento de Falhas de Causa Comum

No que tange à falha dos canais, um novo aspecto introduzido diz respeito à forma como foram consideradas as falhas de causa comum: adotamos o modelo α , Mosleh & Siu (1987), para o seu tratamento quantitativo.

Dentre os vários modelos disponíveis na literatura, todos de natureza paramétrica, como o modelo β , Fleming (1975), o modelo da taxa de falha binomial, Atwood (1986), o modelo da taxa de falha multinomial, Moieni & Apostolakis (1983), o modelo de parâmetros básicos, Fleming & Mosleh (1985), o modelo das letras gregas múltiplas, Fleming & Kalinowski (1983), além do já citado modelo α , optamos por este último em função de razões de cunho eminentemente prático.

Cada modelo é baseado em um diferente conjunto de hipóteses, as quais podem exigir interpretação e emprego diversos dos dados disponíveis para a estimação de seus parâmetros. Alguns resultados indicam que, com o uso consistente dos dados disponíveis, os modelos com o mesmo grau de complexidade geram resultados consistentes, Fleming & Mosleh (1985).

A conveniência de aplicação dos modelos paramétricos acima referidos se prende, essencialmente, ao *status* atual dos bancos de dados de falha disponíveis.

Por exemplo, nos modelos de taxa de falha binomial e multinomial, tanto o número de falhas como o número de demandas do sistema ou então o tempo de operação deste último são necessários para a determinação dos parâmetros de causa comum.

Nos modelos do fator β e das letras gregas múltiplas, por outro lado, as taxas

de falha são calculadas como o produto entre a taxa de falha total do componente e um conjunto de parâmetros de causa comum. Estes são calculados em função dos eventos de falha somente e a sua dependência em relação às demandas ou às horas de operação do sistema fica implícita através das hipóteses do modelo.

Em função do *status* atual dos bancos de dados de falhas, o aspecto discutido no parágrafo anterior é bastante atrativo, uma vez que a maioria das compilações de dados de falhas inclui um conjunto relativamente completo de estimativas de taxas de falha totais, ao passo que os dados concernentes ao sucesso do sistema dificilmente estão disponíveis, Mosleh & Siu (1987).

O modelo α , Mosleh & Siu (1987), representa um melhoramento em relação aos pré-existentes, que também são baseados na estimação indireta de frequências de falha de causa comum.

Embora requeira o mesmo tipo de dados que o modelo das letras gregas múltiplas, seus estimadores são baseados em informações de eventos de falha e levam em conta explicitamente a dependência entre os parâmetros que se originam do emprego de um banco de dados comum. As características mencionadas resultam numa representação mais precisa das incertezas associadas.

Além disso, o número de parâmetros que são multiplicados para se obter a frequência de um evento básico é menor para o modelo α , em comparação com o modelo das letras gregas múltiplas, o que reduz o impacto da subestimação das incertezas resultantes da multiplicação de variáveis aleatórias dependentes. Resultados numéricos mostram que as médias das indisponibilidades do sistema em análise, baseadas no modelo α , estão muito próximas das do modelo do parâmetro básico. Por outro lado, o modelo das letras gregas múltiplas tende a produzir médias ligeiramente menores, o que deve ser esperado, face às cotas de incertezas menores do mesmo.

A questão da análise da correlação entre taxas de falhas, central para o problema de definir modelos paramétricos para a consideração de falhas de causa comum, é discutida em Apostolakis & Moieni (1985).

Fleming *et alii* (1986) apresentam uma metodologia para a incorporação

sistemática de falhas de causa comum em estudos de confiabilidade e de risco de instalações industriais.

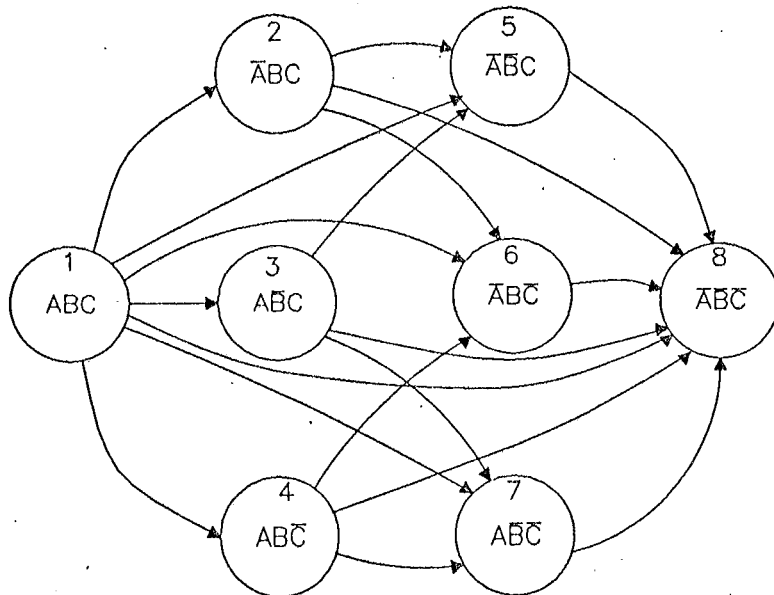


Figura (IV.6) - Diagrama de Transição de Estados Considerando um Sistema com 3 Componentes e Falhas de Causa Comum

Mosleh *et alii* (1988) apresentam uma visão geral bastante detalhada dos modelos existentes para a incorporação quantitativa de falhas de causa comum com numerosas referências e, ao discutí-los em conjunto, permitem uma avaliação criteriosa dos mesmos.

Uma questão interessante, ao menos do ponto de vista conceitual, pode ser observada com relação ao modelo α . A Figura (IV.6) apresenta o diagrama de transição de estados para um sistema composto por 3 componentes. Note-se que além das transições em que ocorrem falhas independentes dos componentes (1 \rightarrow 3, 2 \rightarrow 5, etc.), podem ocorrer várias novas alternativas, devido à consideração de falhas de causa comum (1 \rightarrow 8, 1 \rightarrow 6, etc.). Note-se que o número de alternativas de transições de falha é bastante grande, tendo sido consideradas possibilidades não mencionadas em Mosleh & Siu (1987).

De fato, suponhamos um sistema constituído por três componentes idênticos, cada um com uma indisponibilidade q_c . Admitamos ainda que o mesmo esteja sujeito a uma lógica de atuação 1 - 3 : F. A indisponibilidade do sistema, neste caso, será dada por, de acordo com Mosleh & Siu (1987):

$$q_s = 3q_1 + 3q_2 + q_3 + 3q_1^2, \quad (\text{IV.15})$$

onde

$$q_i = \frac{3}{\binom{3}{i}} \frac{\alpha_i}{\alpha_i} q_c, \quad (\text{IV.16})$$

sendo a indisponibilidade q_i interpretada como:

q_i = probabilidade de falha simultânea de i e somente i componentes devido a uma causa comum;

e o parâmetro α_i como:

α_i = fração de eventos envolvendo a falha de i componentes devido a uma causa comum.

O parâmetro α_i é dado por:

$$\alpha_i = \sum_{i=1}^3 i \alpha_i \quad (\text{IV.17})$$

Os parâmetros α_i estão sujeitos à condição:

$$\sum_{i=1}^3 \alpha_i = 1 \quad (\text{IV.18})$$

A falha dos três componentes pode ocorrer pela falha de dois por causas comuns e a falha independente do terceiro, além de poder ocorrer também pela falha dos três por falhas independentes, possibilidades que não foram levadas em conta na Eq. (IV.15). Neste sentido, definimos uma nova indisponibilidade do sistema, dada por:

$$q_t^* = q_t + 3q_1q_2 + q_1^3. \quad (\text{IV.19})$$

A razão entre as duas indisponibilidades nos dá o erro relativo que se comete por não se considerar o termo corretivo introduzido na Eq. (IV.19):

$$r = 1 + \frac{3q_1q_2 + q_1^3}{3q_1 + 3q_1^2 + 3q_2 + q_3}, \quad (\text{IV.20})$$

Nosso objetivo, portanto, é encontrar o vetor $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, q_c)$ que maximize a razão r . Inicialmente, observamos que, na imensa maioria dos casos práticos de interesse, $10^{-6} \leq q_c \leq 10^{-1}$, não sendo difícil perceber que o valor que maximiza a razão é o maior. Conseqüentemente, o problema se reduz a encontrar o vetor $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ que maximize a razão e que, ao mesmo tempo atenda à Eq. (IV.16). A região espacial a analisar é a representada na Figura (IV.7).

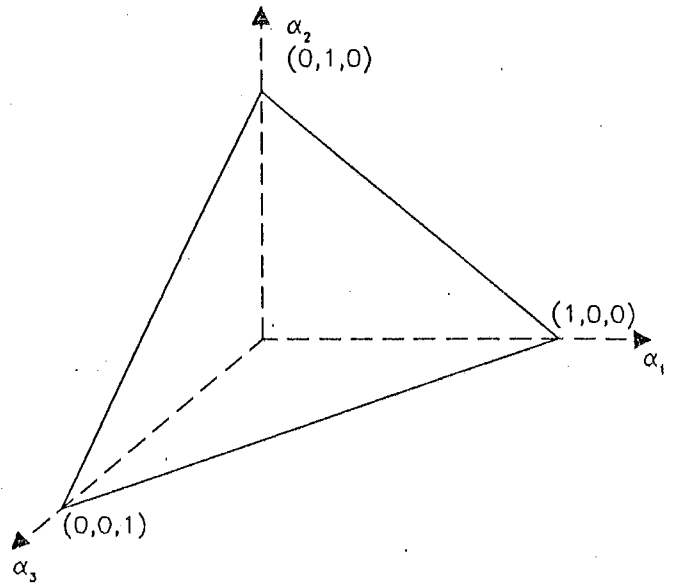


Figura (IV.7) - Região de Análise para o Caso de 3 Canais

Adotando a mesma abordagem para as lógicas de falha 2 - 3 : F e 3 - 3 : F, teremos, respectivamente:

$$q_s^{2-3:F} = 3q_1^2 + 3q_2 + q_3 \quad (\text{IV.21})$$

e

$$q_s^{3-3:F} = q_3. \quad (\text{IV.22})$$

A Tabela (IV.1) sumariza os resultados obtidos com a análise do problema, onde foram levadas em conta as três possíveis lógicas de atuação. A análise foi efetuada através de uma busca incessante, por meio da divisão do plano $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$ em uma malha com passo igual a 0.05, o que caracterizou a identificação de 231 vetores candidatos. Análises de sensibilidade desenvolvidas em relação ao passo mostraram que o empregado apresenta resultados bastante razoáveis, com a vantagem de obrigar a uma busca com um número bastante menor de vetores candidatos. Denotando o passo adotado por $\Delta\alpha$, teremos

que o número de vetores candidatos a considerar na busca exaustiva, n_α , será igual a:

$$n_\alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\Delta \alpha} + 2 \right) \left(\frac{1}{\Delta \alpha} + 1 \right) \quad (\text{IV.23})$$

Para o caso do sistema com 4 canais, o problema se complica, em virtude de termos de considerar uma quarta variável. Com efeito, na Eq. (IV.16), teremos a definição de um conjunto de planos, dados por:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1 - \alpha_4, \quad (\text{IV.24})$$

onde α_4 variará de 0 a 1, em passos de 0,05. Teremos, então, o conjunto de planos apresentados na Figura (IV.8); em particular, o plano da Figura (IV.7) é obtido fazendo-se $\alpha_4 = 0$ na Eq. (IV.22). Em virtude de se ter agora um conjunto de planos e utilizando o mesmo passo para os α_i 's, deveremos considerar 1771 pontos para a análise do sistema com 4 componentes. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela (IV.3).

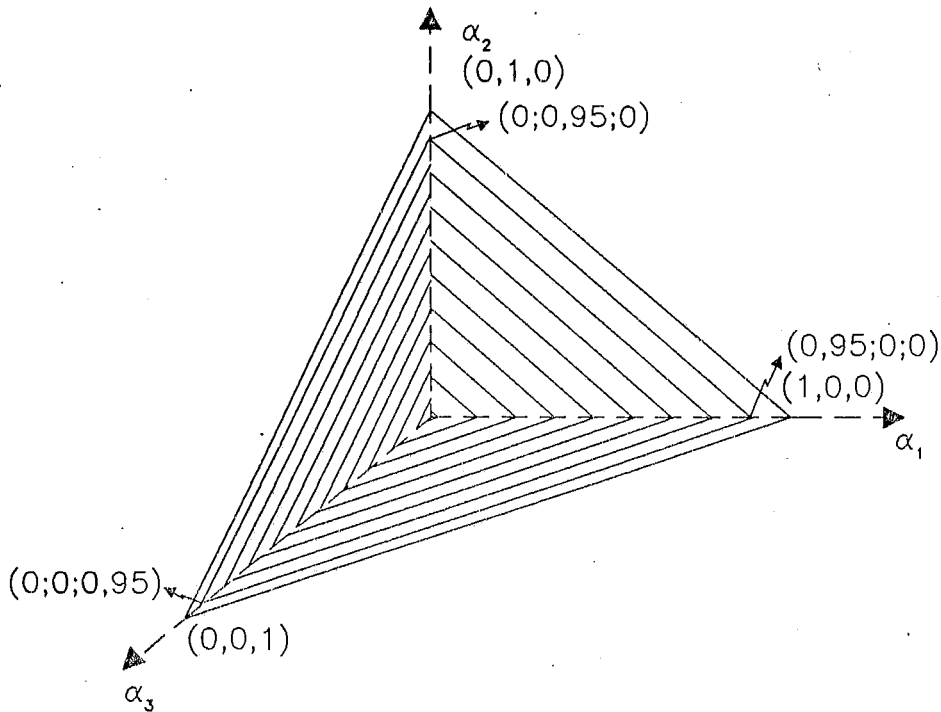


Figura (IV.8) - Conjunto de Planos para a Análise do Problema de 4 Canais

A Tabela (IV.2) apresenta n_α para diversos valores do passo adotado.

Finalmente, para o caso de 5 componentes, a Eq. (IV.16) se torna:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1 - \alpha_4 - \alpha_5, \quad (\text{IV.25})$$

ou seja, tem-se em mãos um conjunto de conjuntos de planos, Figura (IV.9). Utilizando o mesmo passo (0,05), devem-se considerar 10626 pontos. A Tabela (IV.4) apresenta os resultados obtidos para este caso.

Tabela IV.1 - Análise de Sensibilidade para a Configuração com Três Componentes Considerando o Modelo α para Falhas de Causa Comum

Lógica de Falha	α Maximizador	r_{\max} (%)
1 - 3 : F	(0,60; 0,40; 0,00)	17,07
2 - 3 : F	(0,85; 0,15; 0,00)	59,37
3 - 3 : F	(0,55; 0,40; 0,05)	298,26

Tabela (IV.2) - Número de Pontos em Função do Passo Para o Caso de 3 Componentes

$\Delta\alpha$	n_{α}
0.003125	51.681
0.00625	13.041
0.0125	3321
0.025	861
0.05	231
0.10	66
0.20	21
0.40	8

Tabela (IV.3) - Análise de Sensibilidade para a Configuração com Quatro Componentes

Lógica de Falha	α Maximizador	r_{\max} (%)
1 - 4 : F	(0,50; 0,50; 0,00; 0,00)	3,90
2 - 4 : F	(0,85; 0,15; 0,00; 0,00)	11,62
3 - 4 : F	(0,55; 0,40; 0,05; 0,00)	72,01
4 - 4 : F	(0,00; 0,95; 0,00; 0,05)	28,65

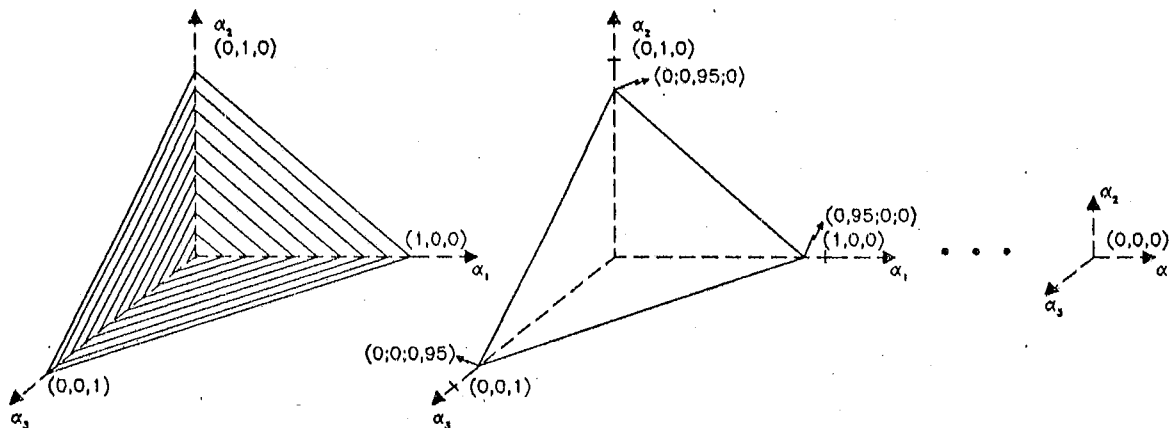


Figura (IV.9) - Conjunto de Conjuntos de Planos para a Análise do Problema com 5 Canais

Tabela (IV.4) - Análise de Sensibilidade para a Configuração com 5 Componentes Considerando o Modelo α para Falhas de Causa Comum

Lógica de Falha	α Maximizador	$r_{\text{máx}}$ (%)
1 - 5 : F	(0,25; 0,75; 0,00; 0,00; 0,00)	8,03
2 - 5 : F	(0,80; 0,20; 0,00; 0,00; 0,00)	17,96
3 - 5 : F	(0,30; 0,65; 0,05; 0,00; 0,00)	146,11
4 - 5 : F	(0,00; 0,95; 0,00; 0,05; 0,00)	128,93
5 - 5 : F	(0,25; 0,25; 0,25; 0,25; 0,00)	75,13

Percebe-se, das análises desenvolvidas para os três casos, que o efeito da não consideração dos termos cruzados, bem como de termos do tipo q_i^n , pode ser considerável. No caso mais simples, do sistema com 3 canais e sujeito à lógica de falha 1 - 3 : F, o erro é da ordem de 17%. Quando nos aproximamos da lógica N - N : F, o erro se torna considerável, à medida que N aumenta.

Do exposto anteriormente, nota-se, de forma clara, a conveniência do modelo adotado para a consideração das falhas de causa comum.

IV.4 - Primeiro Modelo Markoviano: a Falha de um Canal é Revelada pela Demanda do Sistema de Proteção

Suporemos que o sistema de proteção pode ser composto por até 5 canais idênticos e, além disso, estar sujeito a qualquer lógica de atuação k -de-5 : F ($k \leq 5$). Cada canal, individualmente, pode estar em um dos estados abaixo especificados:

- Funcionando;
- Falho não detectado;
- Falho detectado.

Da mesma forma que em Oliveira & Amaral Netto (1987) e Oliveira *et alii* (1990), a distinção entre os dois tipos de falha objetiva considerar a possibilidade de ocorrência de altas taxas de demanda, uma situação que apresenta implicações práticas importantes como, por exemplo, no caso da indústria petroquímica, Lawley & Kletz (1975), Wells (1980), Kletz (1985), Lees (1982), Kumamoto & Henley (1978), Papazoglou & Cho (1985) e Oliveira & Amaral Netto (1987).

O reparo de um canal é iniciado tão logo o mesmo seja encontrado falho. Contudo, duas políticas são consideradas: na primeira, é permitido o reparo *on line*; na segunda, a situação é mais restritiva, devendo a instalação ser desligada antes de efetuado o reparo do canal. Um aspecto adicional das políticas de reparo, diz respeito a fazê-lo ou não em situação de acidente.

A Tabela (IV.5) sumariza os códigos empregados na caracterização dos modelos. Note-se que os mesmos permitem a identificação da filosofia de reparo bem como do *status* de revelação de falhas.

Para o presente caso, em que a falha de um canal é revelada, teremos os modelos:

- Reparo *on line* e em situação de acidente (modelo *QAR*);
- Reparo somente *off line* e em situação de acidente (modelo *FAR*);
- Reparo somente *off line* e fora de situação de acidente (modelo *FNR*).

Por conveniência, o conjunto de estados de falha é dividido em dois: um que contém os estados de falha revelada e outro, os remanescentes, para os quais a falha do sistema de proteção não é revelada.

Tabela (IV.5) - *Códigos Utilizados na Caracterização dos Modelos de Análise em Função das Políticas de Reparo e da Condição de Revelação da Falha de um Canal*

CÓDIGO	DESCRIÇÃO
Q	Reparo <i>on line</i> permitido
F	Reparo <i>on line</i> proibido
A	Reparo realizado em condição de acidente
N	Reparo não é realizado em condição de acidente
R	Falha de um canal é revelada por uma demanda
U	Falha de um canal não é revelada por uma demanda

As Figuras (IV.10) e (IV.11) apresentam os diagramas de transição de estados para o sistema com dois canais, considerando as lógicas de falha possíveis. Cada estado é representado por um terço identificador $\langle i, j, k \rangle$, onde i significa o número de canais em condições de operação, j , o número de canais que sofreram falhas não reveladas e, finalmente, k informa o número de canais que sofreram falhas reveladas.

A Tabela IV.6 apresenta a descrição detalhada dos estados do sistema neste caso. Observe-se, nas Figuras (IV.10) e (IV.11) que os estados de falha revelada encontram-se dentro dos retângulos tracejados. Além disso, quando a política de teste não permite o reparo em situação de acidente, transições de reparo partindo de estados de falha revelada não são permitidas. Além disso, não tem sentido demandar o sistema quando o mesmo se encontra em um estado de falha revelada.

Por conveniência, o conjunto de estados de falha é dividido em dois: um que contém os estados de falha revelada e outro, os remanescentes, para os quais a falha do sistema de proteção não é revelada.

Tabela (IV.5) - Códigos Utilizados na Caracterização dos Modelos de Análise em Função das Políticas de Reparo e da Condição de Revelação da Falha de um Canal

CÓDIGO	DESCRIÇÃO
Q	Reparo <i>on line</i> permitido
F	Reparo <i>on line</i> proibido
A	Reparo realizado em condição de acidente
N	Reparo não é realizado em condição de acidente
R	Falha de um canal é revelada por uma demanda
U	Falha de um canal não é revelada por uma demanda

As Figuras (IV.10) e (IV.11) apresentam os diagramas de transição de estados para o sistema com dois canais, considerando as lógicas de falha possíveis. Cada estado é representado por um terno identificador $\langle i, j, k \rangle$, onde i significa o número de canais em condições de operação, j , o número de canais que sofreram falhas não reveladas e, finalmente, k informa o número de canais que sofreram falhas reveladas.

A Tabela IV.6 apresenta a descrição detalhada dos estados do sistema neste caso. Observe-se, nas Figuras (IV.10) e (IV.11) que os estados de falha revelada encontram-se dentro dos retângulos tracejados. Além disso, quando a política de teste não permite o reparo em situação de acidente, transições de reparo partindo de estados de falha revelada não são permitidas. Além disso, não tem sentido demandar o sistema quando o mesmo se encontra em um estado de falha revelada.

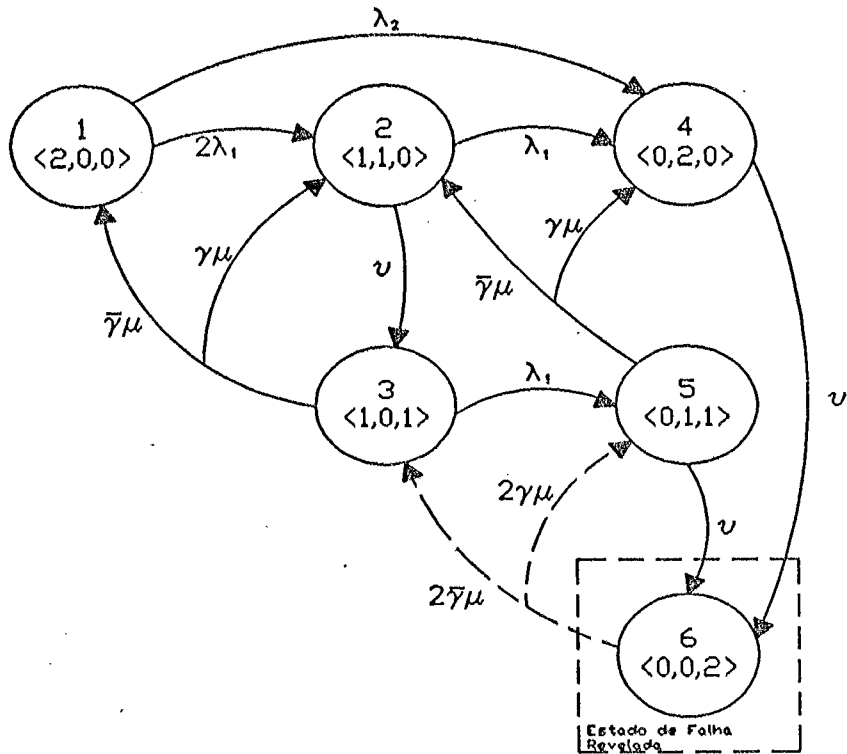


Figura (IV.10) - Diagrama de Transição para o Sistema com 2 Canais Sujeito à Lógica de Falha 2 - 2 : F, Considerando a Revelação da Falha de um Canal

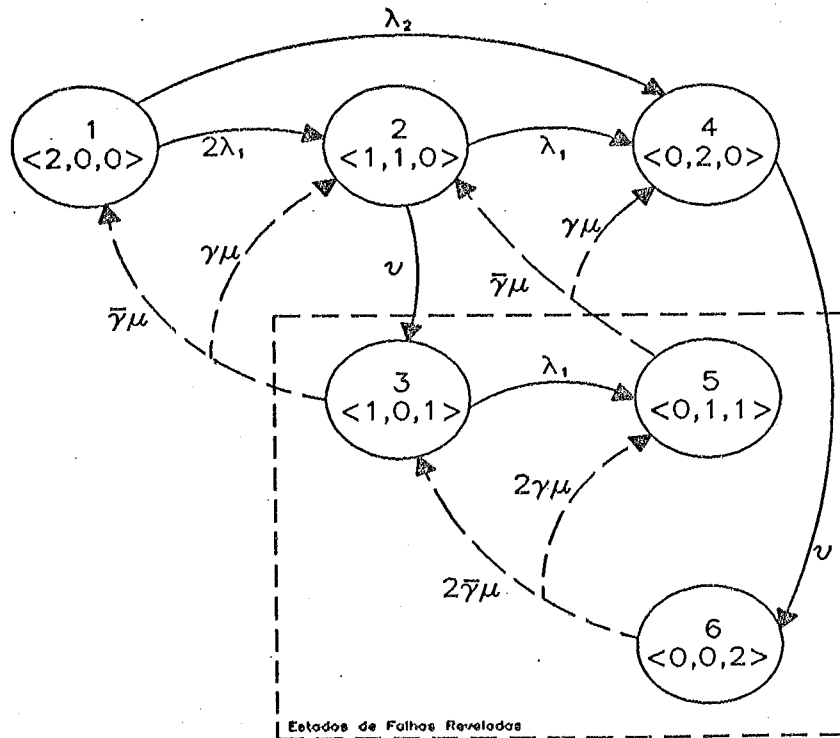


Figura (IV.11) - Diagrama de Transição para o Sistema com 2 Canais Sujeito à Lógica de Falha 1 - 2 : F, Considerando a Revelação da Falha de um Canal

TABELA IV.6 - Descrição dos Estados para a Análise do Sistema de Proteção de 2 Canais

ESTADO	DESCRIÇÃO	TERNO IDENTIFICADOR
1	Os dois canais estão funcionando	< 2, 0, 0 >
2	Um canal funcionando e o outro falho não revelado	< 1, 1, 0 >
3	Um canal funcionando e o outro falho revelado	< 1, 0, 1 >
4	Os dois canais estão falhos não revelados	< 0, 2, 0 >
5	Um canal falho não revelado e o outro falho revelado	< 0, 1, 1 >
6	Os dois canais estão falhos revelados	< 0, 0, 2 >

Deve ser notado que, para este caso, realizar reparo *on line* significa a inclusão do estado de falha revelada de número 6 no cálculo da indisponibilidade. Além disso, a inclusão do reparo com a instalação em acidente significa levar em conta as transições de reparo tracejadas indicadas nas Figuras (IV.10) e (IV.11), conforme já tivemos oportunidade de discutir. Este desmembramento mostra que a possibilidade de reparo imperfeito foi considerada: há uma probabilidade constante γ do reparo do canal retorná-lo a um estado de falha não revelada.

A Tabela (IV.7) sumariza os procedimentos de cálculo da frequência de ocorrência de acidentes para os diversos modelos de reparo considerados. No caso dos modelos N , as transições tracejadas são desconsideradas, o que leva a estados absorventes [o 6, no caso de 2 canais, por exemplo, Figura (IV.10)].

Um aspecto extremamente importante do modelo é a possibilidade de análise da influência da detecção da falha de um único canal, situação já levantada em Oliveira *et alii* (1990), para o caso do sistema de proteção com 2 canais. Presentemente, o modelo foi estendido para considerar essa alternativa para os casos de interesse. As Figuras (IV.12), (IV.13) e (IV.14) apresentam os diagramas de transição de estados para os casos relevantes, considerando o sistema com três canais.

Tabela (IV.7) - Estados Considerados no Cálculo da Frequência de Ocorrência de Acidentes para as Configurações com 2 Canais

CONFIGURAÇÃO	MODELO	ESTADOS USADOS PARA O CÁLCULO DE η
2 - 2 : F	QAR	4, 5, 6
	FAR FNR	4, 5
1 - 2 : F	QAR	2, 3, 4, 5, 6
	FAR FNR	2, 4

IV.5 - Segundo Modelo Markoviano: a Falha de um Canal Não é Revelada pela Demanda do Sistema de Proteção

Obviamente, neste caso, só ocorrem diferenças a partir da consideração do sistema com 2 canais. Assim, os modelos a considerar, são QAU, FAU e FNU. Vamos analisar, inicialmente, o sistema com 2 canais de proteção.

O diagrama de transição de estados para o sistema com 2 canais, considerando o presente modelo é o apresentado na Figura (IV.15). Nota-se, claramente, que o número de estados a considerar diminuiu de 6 para 4 [compare-se com as Figuras (IV.10) e (IV.11)]. Foram retirados aqueles estados em que a demanda do sistema revela a falha de um canal [estados 3 e 5 na Figura (IV.10)]. O diagrama de transição reflete o sistema sob lógica de atuação 2 - 2 : F, pois para a outra alternativa, o diagrama é o apresentado na Figura (IV.10), ou seja, o modelo adotado é o mesmo.

Nota-se da Figura (IV.15) que a falha de causa comum continua ocasionando a falha do sistema, levando-o do estado 1 para o 3 com uma taxa λ_2 . A demanda do sistema só revelará a sua falha quando o encontrar no estado 3. Assim, saber-se-á que

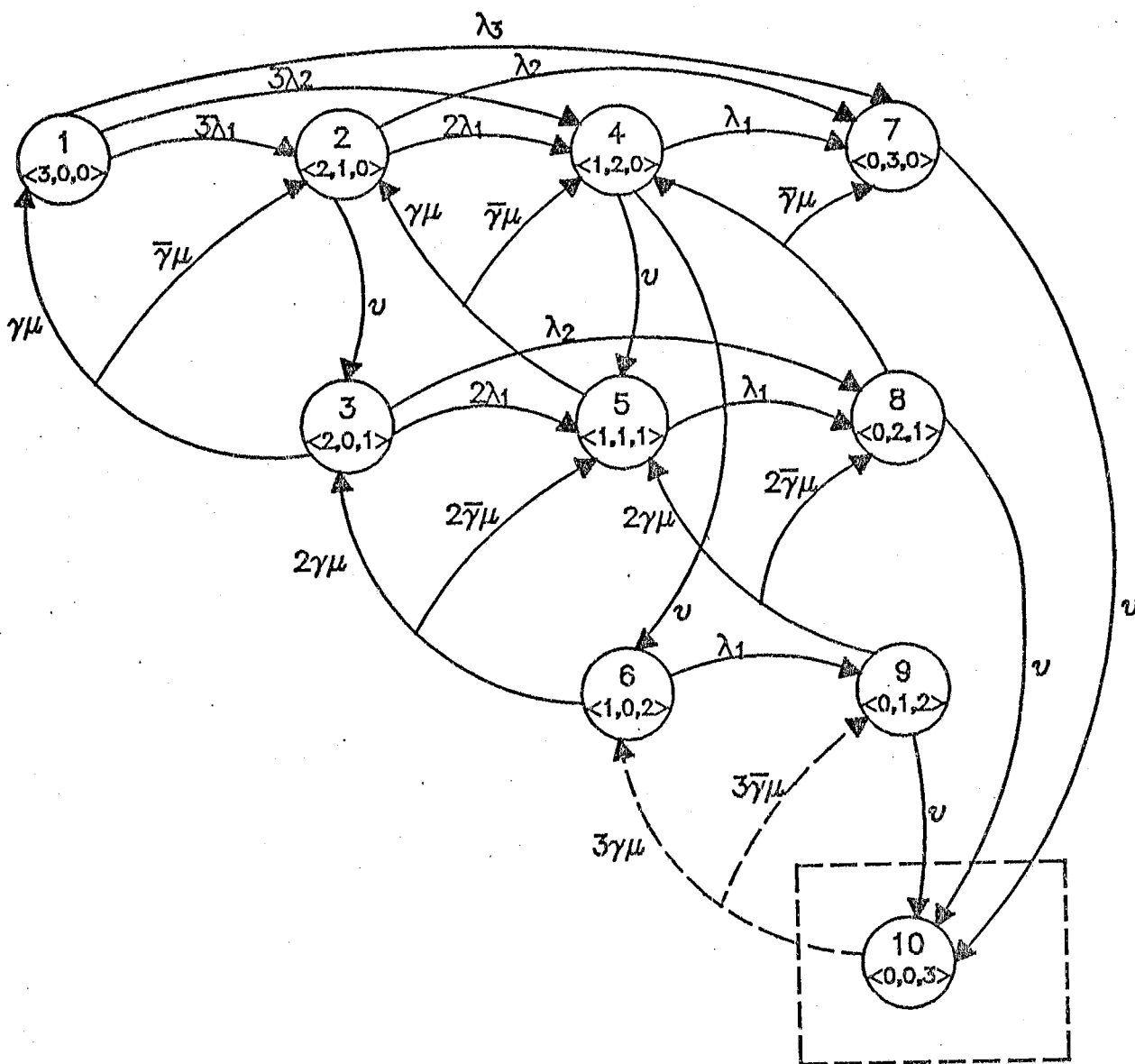


Figura (IV.12) - Diagrama de Transição para Sistema de 3 Canais Sujeito à Lógica de Falha 3 - 3 : F e Considerando a Revelação da Falha de 1 Canal

ambos os canais estão falhos. O reparo realizado, restaurará o sistema ou para o estado 3 (situação em que o reparo é imperfeito, o que pode ocorrer com uma probabilidade $\bar{\gamma}$), ou então, para o estado 1, caso em que será perfeito (o que ocorre com uma probabilidade γ).

Passando para o sistema com 3 canais, observamos que há duas situações a considerar: em primeiro lugar, o caso do sistema com lógica 3 - 3 : F, cujo diagrama de transição é o apresentado na Figura (IV.16). Note-se que o número de estados a considerar

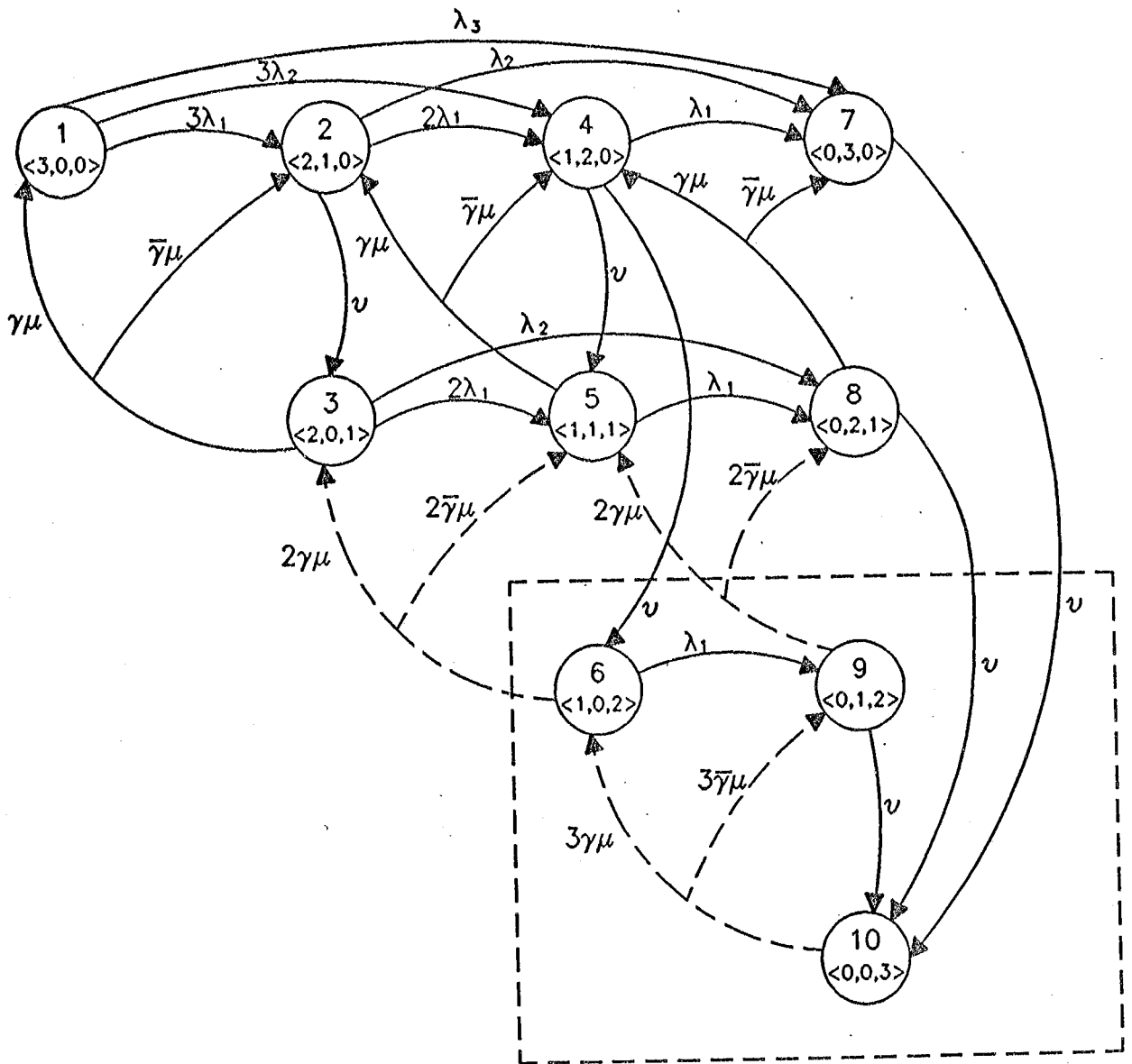


Figura (IV.13) - Diagrama de Transição para o Sistema com 3 Canais Sujeito à Lógica de Falha 2 - 3 : F e Considerando a Revelação da Falha de 1 Canal

caiu de 10 para 5, pois, agora, o sistema só é capaz de revelar a falha de 3 canais, devido a sua lógica de atuação. Conseqüentemente, todos os estados para os quais a demanda do sistema revela um número de canais falhos menor que 3 são retirados [ou seja, os estados 3, 5, 6, 8 e 9 na Figura (IV.12)].

Note-se, na Figura (IV.16), que a demanda do sistema somente revela a sua falha quando três apresentam falha não revelada. Por esta mesma razão, o reparo do sistema só é feito quando o mesmo se encontra no estado 5, podendo transitar para o 4 (caso

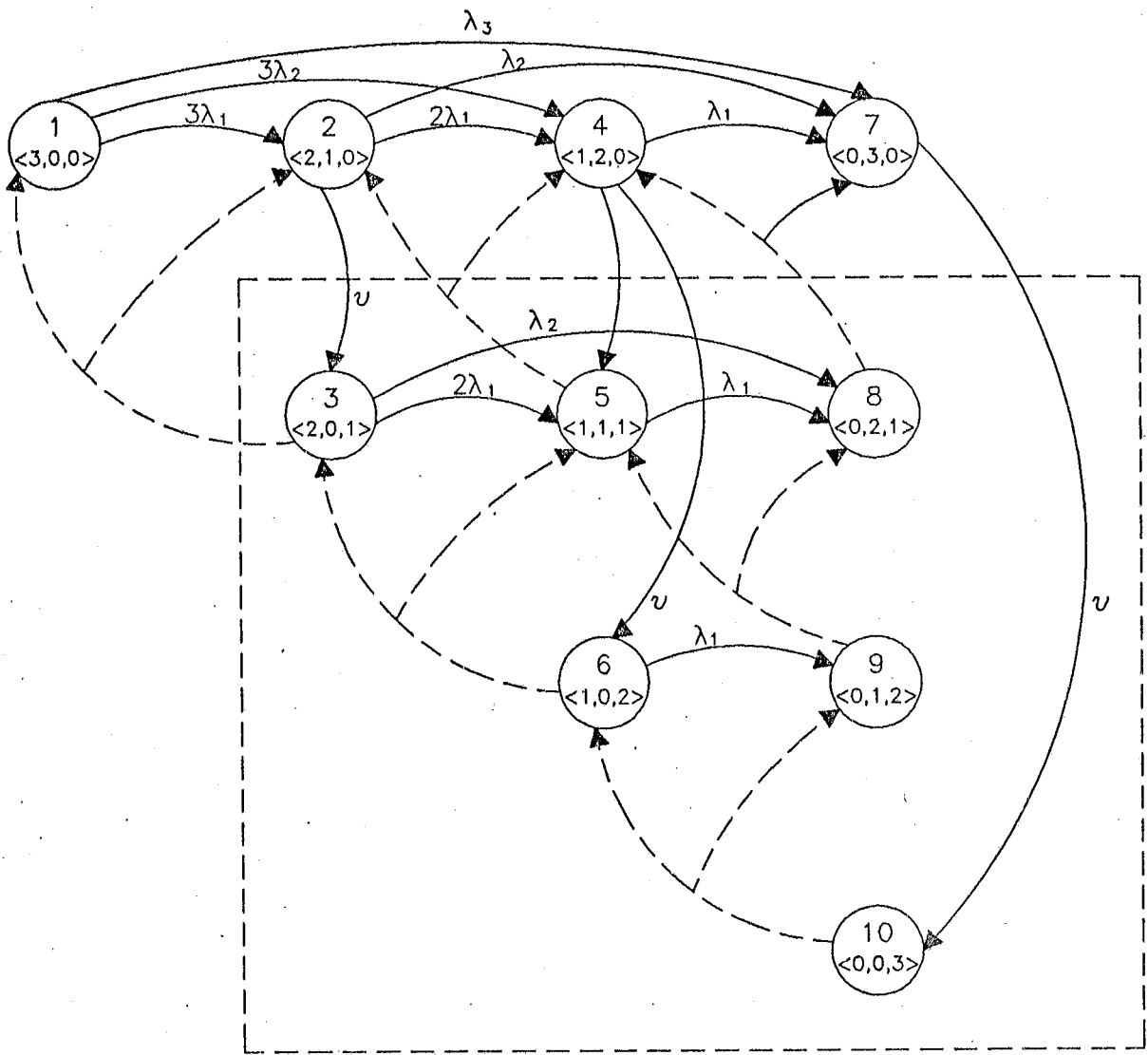


Figura (IV.14) - Diagrama de Transição para o Sistema com 3 Canais Sujeito à Lógica de Falha 1 - 3 : F e Considerando a Revelação da Falha de 1 Canal

em que o reparo é imperfeito), ou para o 1 (caso em que é perfeito).

Finalmente, consideremos o caso do sistema de 3 canais sujeito à lógica de falha 2 - 3 : F. O diagrama de transição de estado pertinente, é o apresentado na Figura (IV.17). Para esta situação, a falha de um canal não é revelada, razão pela qual os estados de falha do diagrama de transição apresentado na Figura (IV.12) para os quais o número de canais com falha não revelada é igual a 1, são retirados. Assim, os estados 3, 5 e 8 não fazem sentido, razão pela qual o diagrama passa a ter 7 estados.

Quanto ao reparo dos canais, três possibilidades existem neste modelo. Na primeira, o sistema encontra-se no estado 4, para o qual veio a partir de uma demanda, que

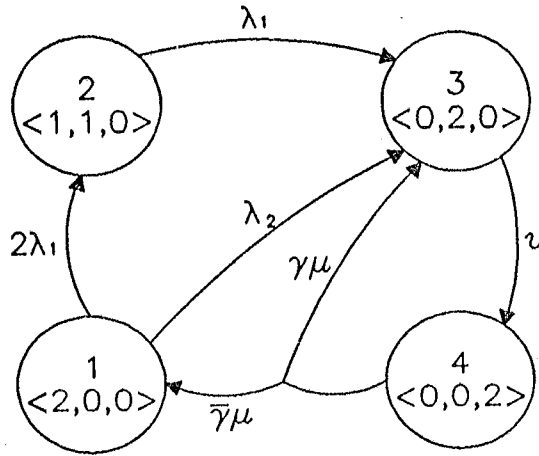


Figura (IV.15) - Diagrama de Transição para o Sistema Sujeito à Lógica de Falha 2 - 2 : F, Considerando que a Falha de um Canal não é Revelada

o trouxe do 3. Reparados os dois canais, o sistema pode retornar para o estado 3, se o reparo não for perfeito, ou então ir para o estado 1 (se o reparo for perfeito). A segunda possibilidade, é o sistema atingir o estado 6, vindo do 4 e, então, sofrer reparo, caso em que pode ir para o 5 (se o reparo não for perfeito) ou então para o 2 (no caso de o ser). Finalmente, a terceira alternativa é o sistema atingir o estado 7, vindo do 5 ou do 6, pela ocorrência de uma demanda. O reparo pode restaurá-lo para o estado 5 (se não for perfeito), ou então para o 1 (se o for). Em qualquer caso, γ é considerada a probabilidade de falha no reparo.

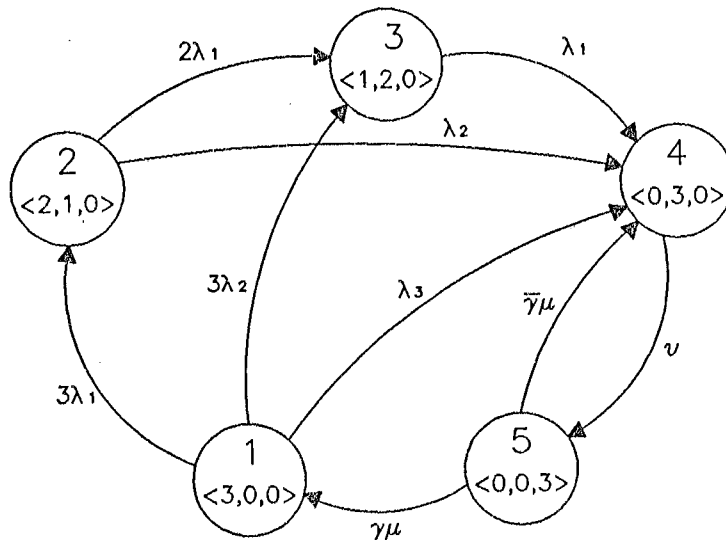


Figura (IV.16) - Diagrama de Transição para o Sistema Sujeito à Lógica de Falha 3 - 3 : F, Considerando que a Falha de até 2 Canais não é Revelada

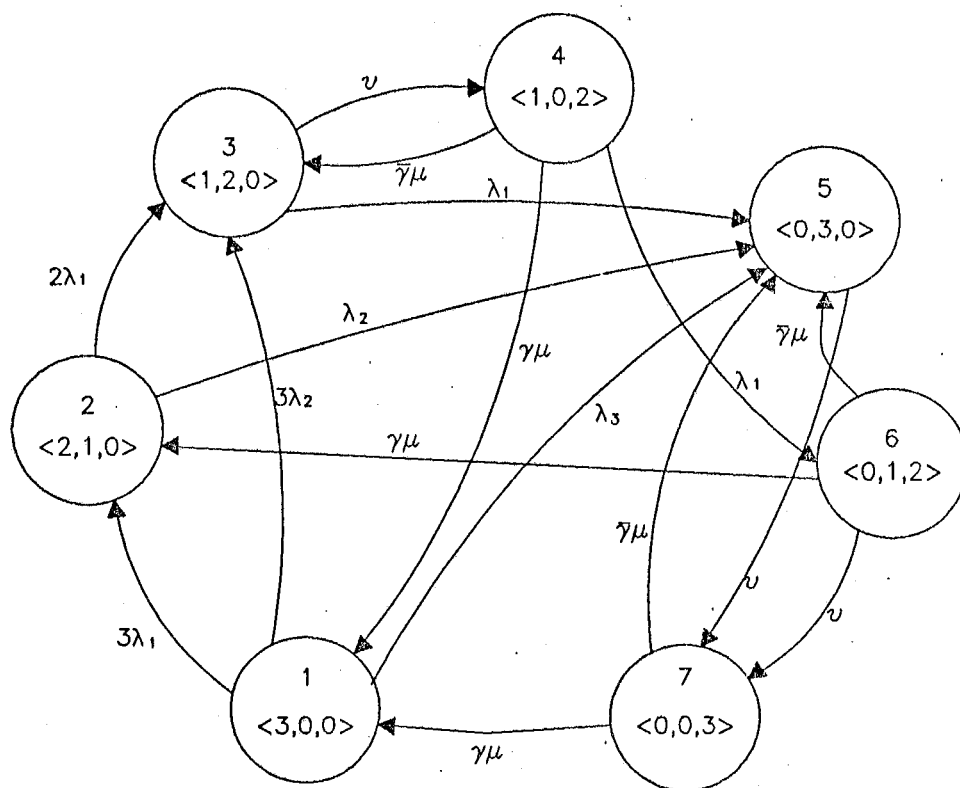


Figura (IV.17) - Diagrama de Transição para o Sistema de 3 Canais Sujeito à Lógica 2 - 3 : F, Considerando que a Falha de 1 Canal não é Revelada

MODELO SEMI-MARKOVIANO PARA OS INTERVALOS DE TESTE

Les pensées d'un auteur doivent entrer dans notre âme comme la lumière dans nos yeux, avec plaisir et sans effort; et les métaphores doivent être comme un verre, qui couvre les objets, mais qui les laisse voir.

VOLTAIRE, *Le Sottisier*, citado em P. Rónai, *Dicionário de Citações*, Círculo do Livro, 1985, pág. 747.

V.1 - Introdução

Neste capítulo, discutimos o modelo *SM* (semi-markoviano), desenvolvido para analisar o sistema de proteção constituído por N canais idênticos, considerando aspectos típicos do procedimento de teste destes.

No contexto do modelo, foi feita uma distinção entre os sistemas de proteção constituídos por um canal e os por mais de um. O motivo desta separação deliberada, é que pretendemos abordar o sistema de um canal em primeiro lugar, uma vez que é mais simples discutir e explicar suas características. Em seguida, apresentamos o modelo apropriado para os sistemas com pelo menos dois canais, levando em conta alguns aspectos a eles inerentes, como, por exemplo, a inclusão de falhas de causa comum e a discussão de políticas de teste (ou seja, abordar testes seqüenciais ou escalonados), os quais, é claro, dependem da lógica de atuação do sistema. Neste sentido, a seção V.2 focaliza o modelo para um canal e a V.3 generaliza os resultados.

V.1 - Modelo Semi-Markoviano para os Períodos de Teste do Sistema de Proteção com um Canal

Inicialmente, abordaremos o problema de tratar o período de teste considerando o sistema de proteção constituído por apenas um canal. A discussão será apresen-

tada de forma detalhada, uma vez que os conceitos dos processos markovianos de renovação desempenham um papel fundamental neste contexto. Em seguida, apresentaremos a extensão para mais de um canal, com suas peculiaridades.

Dessa forma, estamos interessados em modelar o sistema considerando o intervalo temporal $t_1^i \leq t \leq t_1^f$, conforme apresentado na Figura (IV.2).

A análise nesse intervalo, é desenvolvida com o auxílio de um processo semi-markoviano (também denominado processo markoviano de renovação), porque os tempos de residência nos estados do sistema não necessariamente seguem uma distribuição exponencial.

Cumpra, aqui, chamar a atenção para um detalhe: o teste do canal é um procedimento, não um estado do sistema. Estes últimos, são definidos em termos de sucesso ou falha do canal, incluindo graus variados, de acordo com a conveniência (e. g., falha não revelada X falha revelada).

O teste é feito com o intuito de melhorar o desempenho do canal mas, em termos do modelo, apresenta dois possíveis efeitos: afeta as probabilidades de algumas transições e os tempos de residência em determinados estados. Em relação ao espaço de estados em si, o efeito é nulo.

A equação a resolver, neste intervalo, é:

$$p(t_1^f) = p(t_1^i) \cdot \Phi_s(n \Delta t), \quad (\text{V.1})$$

onde o intervalo temporal Δt é definido por:

$$\Delta t = t_1^f - t_1^i = n \Delta t. \quad (\text{V.2})$$

A Figura (IV.1) apresentou o comportamento do sistema considerando tanto os intervalos intertestes como os de teste.

Conforme teremos oportunidade de discutir nos Capítulos VII e VIII, a análise completa do sistema compreenderá a conjugação de modelos markovianos e semi-markovianos. Os primeiros [veja-se o capítulo anterior para o tratamento dos intervalos ímpares na Figura (IV.1)], são empregados na modelagem dos intervalos interteste.

Já os segundos, são empregados na modelagem tanto dos intervalos de teste, assunto deste capítulo, como também dos intertestes, que serão abordados no próximo.

A condição inicial é $p(t = t_1^i)$, que é o vetor solução no final do intervalo anterior. A questão central, neste ponto, é a definição da matriz $\Phi_S(n\Delta t)$, a qual é dada por:

$$\Phi_S(n) = {}^>W(n) + \sum_{m=0}^n [\Phi_M^* \square H(m)] \Phi_S(n-m), \quad n = 1, 2, \dots \quad (V.3)$$

Para se entender a Eq. (V.3), vamos reescrevê-la em termos dos elementos das respectivas matrizes:

$$\Phi_{s_j} = \delta_{ij} {}^>w_i(n) + \sum_{k=1}^N \Phi_{M_{ik}}^* \sum_{m=1}^n h_{ik}(m) \cdot \Phi_{s_j}(n-m). \quad (V.4)$$

Tendo em mente que estamos analisando o processo no intervalo (t_1^i, t_1^f) , se o sistema estava no estado i em $t = t_1^i$, de que maneiras ele pode atingir o estado j em $t = t_1^f$?

Uma primeira maneira disso acontecer, é que tenhamos $i = j$ e, desta forma, o processo nunca deixará o estado i durante o intervalo, o que requer que faça a sua primeira transição em $t > t_1^f$. Qualquer outra alternativa de transição de i para j no intervalo, requer que o sistema faça pelo menos uma transição durante o mesmo. Por exemplo, o sistema poderia ter feito sua primeira transição do estado i para algum estado k em um instante t' , $t_1^i < t' \leq t_1^f$ e, então, por alguma sucessão de transições, atingir o estado j em $t = t_1^f$. Assim, chegamos à equação acima.

A delta de Kronecker assegura que o termo no qual aparece ocorra somente quando $i = j$. O termo ${}^>w_i(n)$, denominado probabilidade acumulada complementar dos tempos de espera, é a probabilidade de que o processo deixará o estado inicial i em $t > t_1^f$.

O segundo termo na Eq. (V.4) representa a probabilidade da seqüência de eventos onde o processo faz a sua primeira transição do estado inicial i para algum estado k (que pode ser, inclusive, o próprio i) em algum instante temporal t' e, então, continua a trajetória até chegar a j em $t = t_1^f$, no tempo remanescente, $(n - m)\Delta t$. Esta

probabilidade é somada sobre todos os estados k para os quais a transição inicial poderia ter sido feita e sobre todos os tempos da primeira transição m entre l e n .

Vamos, agora, analisar o cálculo dos termos da Eq. (V.4).

A compreensão do processo será bastante facilitada se iniciarmos a discussão pela matriz Φ_M^* , denominada matriz das probabilidades de transição do processo markoviano embutido no processo semi-markoviano.

Na verdade, estenderemos a concepção do processo markoviano embutido, pois consideraremos três processos embutidos concomitantemente, Azarm & Lofgren (1988):

- evolução do sistema em termos de falhas e reparos do canal;
- teste do canal;
- *test override* (que denotaremos por TO).

A inclusão dos dois últimos processos afeta as probabilidades de algumas transições e os tempos de permanência em alguns estados, até que as transições escolhidas ocorram, como teremos oportunidade de discutir.

A pergunta fundamental, neste ponto, é: o que ocorre no intervalo (t_1^i, t_1^f) ?

Em $t = t_1^i$, temos o vetor de probabilidades $p(t_1^i)$, solução do sistema para o primeiro intervalo. Então, é iniciado o teste do canal. Não sabemos em que estado este se encontra. Durante o período de execução do teste, admitiremos a possibilidade de um *test override*, ou seja, caso haja uma demanda real, o teste será abandonado para que o sistema de proteção possa atuar no sentido de desligar a instalação de forma segura.

Os tempos decorridos entre demandas sucessivas seguem uma distribuição exponencial, com taxa de ocorrência ν . Assim, a ocorrência de demandas no intervalo é um processo de contagem de Poisson, com intensidade ν . A probabilidade de ocorrência de n demandas no intervalo acima é dada por:

$$P [N(t_1^f) - N(t_1^i) = n] = \frac{e^{-vt_D} \cdot (vt_D)^n}{n!}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{V.5})$$

A Tabela (V.1) apresenta alguns resultados ilustrativos sobre chances de ocorrência de demandas no intervalo, para valores típicos da taxa de demanda e do tempo de duração do teste.

Observa-se que a probabilidade de ocorrência de pelo menos uma demanda é dada por:

$$P [N(t_1^f) - N(t_1^i) \geq 1] = 1 - e^{-vt_D} \quad (\text{V.6})$$

e que, portanto, a consideração do *test override* é procedente.

Admitiremos que o tempo de atuação do sistema, em caso de demanda real, é muito menor que o de duração do teste.

Os efeitos do teste do canal sobre o sistema serão considerados por meio de uma matriz de probabilidades de transição denominada matriz do teste, M_T , dada por:

$$M_T = \begin{vmatrix} p_1 & q_1 & 0 \\ 0 & q_2 & p_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{V.7})$$

A probabilidade p_1 atribuída ao elemento $m_{T,11}$, leva em conta a possibilidade de o sistema estar no estado 1 quando do início do teste e permanecer neste quando sair do teste; por outro lado, existe uma probabilidade q_1 do sistema deixar o teste no estado 2, ou seja, o teste, neste caso, induz a falha do canal. A única maneira da falha ser revelada é através da ocorrência de um TO, como veremos mais adiante.

A probabilidade q_2 (elemento $m_{T,22}$) é atribuída à transição virtual do estado 2 para o próprio, ou seja, o sistema se encontra no estado 2 e o teste não revela a falha. Assim, existe uma probabilidade p_2 do teste revelá-la.

TABELA (V.1) - Alguns Resultados Ilustrativos de Chances de Ocorrência de Demandas no Intervalo de Teste para Valores Típicos da Taxa de Demanda e do Tempo de Duração do Teste

v (h^{-1})	t_D (h)	$P\{N(t_1^f) - N(t_1^i) \geq n\}$
$5,71 \times 10^{-4}/h$ (5/ano)	4	$2,3 \times 10^{-3}$
	8	$4,6 \times 10^{-3}$
	24	$1,4 \times 10^{-2}$
$1,14 \times 10^{-3}/h$ (10/ano)	4	$4,5 \times 10^{-3}$
	8	$9,1 \times 10^{-3}$
	24	$2,7 \times 10^{-2}$
$2,28 \times 10^{-3}/h$ (20/ano)	4	$9,1 \times 10^{-3}$
	8	$1,8 \times 10^{-2}$
	24	$5,3 \times 10^{-2}$
$1/h$ (8.760/ano)	4	$9,82 \times 10^{-1}$
	8	$9,99665 \times 10^{-1}$
	24	$9,999999999622 \times 10^{-1}$

O elemento $m_{T,33}$ recebeu o valor 1, o que indica que, se o teste encontrar o sistema no estado 3, então o procedimento será suspenso, pois seria incoerente executá-lo.

Só consideraremos a ocorrência de TO caso o sistema, no momento da ocorrência da demanda real, esteja no estado 1, pois o TO não pode ocorrer se o sistema estiver nos estados 2 ou 3.

Estando o sistema no estado 1 e ocorrendo um TO, três possibilidades podem resultar:

- O sistema permanece no estado 1;
- O sistema transita para o estado 2;
- O TO não ocorre (i. e., falha em ocorrer).

A primeira e a terceira alternativas produzem o mesmo efeito, ou seja, deixam o sistema no estado 1. Do ponto de vista do modelo, portanto, serão agrupadas, sem perda de informação relevante.

A operacionalização das considerações acima, concernentes ao TO, será feita mediante a definição da matriz de probabilidades de transição de TO, denotada por M_{TO} , sendo dada por:

$$M_{TO} = \begin{vmatrix} p_0 & q_0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (V.8)$$

A matriz M_O reflete exatamente as considerações abordadas na discussão acima. Observe-se que, caso o TO seja perfeito, teremos $q_0 = 0$, donde resulta $M_O = I$. A definição desta matriz caracteriza o terceiro processo markoviano anteriormente mencionado.

Podemos, agora, estabelecer a matriz de probabilidades de transição Φ_M^* , que congrega os três processos markovianos, para formar o processo embutido no processo semi-markoviano:

$$\Phi_M^* = M_{TO} \cdot M_T \cdot \Phi_M \quad (V.9)$$

A interpretação dos elementos da mesma, é apresentada a seguir.

$$\Phi_{M,11}^* = m_{TO,11} m_{T,11} \phi_{M,11} + m_{TO,12} m_{T,23} \phi_{M,31} \quad (V.10)$$

O primeiro termo da Eq. (V.10) indica que o sistema estava no estado 1 em $t = t_1^i$, permaneceu no mesmo ($\phi_{M,11}$), ocorreu então o teste com sucesso e também um TO bem sucedido; o segundo termo ilustra o ciclo percorrido pelo sistema: ocorre um TO mal sucedido, o teste revela a falha e o reparo é executado com sucesso. Cumpre ressaltar que as duas parcelas mostradas na Eq. (V.10) apresentam as probabilidades de ocorrência de eventos mutuamente exclusivos.

$$\begin{aligned} \Phi_{M,12}^* = & m_{TO,11} \cdot m_{T,11} \cdot \phi_{M,12} \\ & + m_{TO,11} \cdot m_{T,12} + m_{TO,12} \cdot m_{T,22}] \cdot \phi_{M,22} \\ & + m_{TO,12} \cdot m_{T,23} \cdot \phi_{M,32} \end{aligned} \quad (V.11)$$

O primeiro termo da Eq. (V.11) indica que houve um TO bem sucedido, enquanto o teste também foi bem sucedido e o canal falha por falha intrínseca; pode ocorrer também um TO bem sucedido, com uma falha subsequente induzida pelo teste e o canal permanece no estado 2 ou, então, ocorre um TO que induz falha, o teste não a revela e o sistema permanece no estado 2. A terceira alternativa, envolve os 3 estados: um TO mal sucedido é acompanhado de um teste bem sucedido e, finalmente, um reparo imperfeito deixa o sistema no estado 2.

$$\Phi_{M,13}^* = [m_{TO,11}m_{T,12} + m_{TO,12}m_{T,22}]\Phi_{M,23} + m_{TO,12}m_{T,23}\Phi_{M,33} \quad (V.12)$$

A princípio, parece estranho que consideremos a transição do estado 1 para o três mas, ressaltamos que a interligação dos 3 processos torna isto possível.

A primeira parcela da Eq. (V.12), mostra que houve um TO perfeito durante o teste, o qual foi imperfeito, seguido de uma demanda, que revela a falha; a segunda, mostra que ocorreu um TO imperfeito no início do teste, seguido deste último que não revela a falha e, no fim, ocorre uma demanda que a revela.

$$\Phi_{M,21}^* = m_{T,23}\Phi_{M,31} \quad (V.13)$$

Tal e qual o caso anterior, a consideração simultânea de 3 processos torna possível a ocorrência desta transição, que não teria sentido no processo markoviano considerado isoladamente. Aqui, o teste revela a falha e, findo o mesmo, o reparo é efetuado com sucesso, retornando o sistema ao estado 1.

$$\Phi_{M,22}^* = m_{T,22}\Phi_{M,22} + m_{T,23}\Phi_{M,32} \quad (V.14)$$

A transição virtual expressa na Eq. (V.14), pode ocorrer de duas maneiras: ou o teste é imperfeito e o sistema permanece no estado 2, ou o teste é perfeito mas, o reparo não.

$$\Phi_{M,23}^* = m_{T,22}\Phi_{M,23} + m_{T,23}\Phi_{M,33} \quad (V.15)$$

A transição descrita pela Eq. (V.15) caracteriza a revelação de uma falha. Note-se, *a priori*, que a ocorrência de uma demanda não é imprescindível para tal: o próprio teste pode revelar a falha.

Os elementos da última linha da matriz Φ_M^* não serão discutidos, porque são os mesmos que os da matriz Φ_M , pois admite-se que durante o teste não ocorre reparo.

Neste ponto, já podemos identificar as transições cujos tempos de espera não seguem distribuições exponenciais. A Tabela (V.2) apresenta esta análise.

No período inicial apresentado na Tabela (V.2), as transições $1 \rightarrow 3$ e $2 \rightarrow 1$ não têm sentido (a menos que seja incluída uma transição para o estado 3 primeiro).

No intervalo (t_1^i, t_1^f) , as transições que partem do estado 3 continuam se comportando markovianamente, porque não tem sentido realizar o teste se a falha já foi revelada. As demais, estão todas envolvidas no teste e, portanto, deveremos estabelecer as características temporais das mesmas.

Um detalhe importante para expansões futuras: as transições que partem dos estados de falha revelada preservam o comportamento markoviano, considerando o intervalo (t_1^i, t_1^f) .

$H(m)$ é denominada matriz dos tempos de permanência (veja-se o Capítulo II). Para o caso do sistema de proteção com um canal, assume a forma:

$$H(m) = \begin{vmatrix} h_{11}(m) & h_{12}(m) & h_{13}(m) \\ h_{21}(m) & h_{22}(m) & h_{23}(m) \\ h_{31}(m) & h_{32}(m) & h_{33}(m) \end{vmatrix}, \quad m = 1, \dots, n \quad (V.16)$$

Em termos do diagrama de transição, a Figura (V.1) ilustra o papel desempenhado pela matriz dos tempos de permanência apresentada na Eq. (V.16). Para cada transição definida, precisamos fornecer a sua probabilidade de transição, bem como a densidade $h_{ij}(m)$ da distribuição do tempo de permanência no estado i antes da transição para j . Para o caso que estamos discutindo, do sistema de proteção com um canal, $H(m)$ toma a forma:

$$H(m) = \begin{vmatrix} \delta(m - n) & \delta(m - n) & \delta(m - n) \\ \delta(m - n) & \delta(m - n) & \delta(m - n) \\ \delta(m - 1) & \delta(m - 1) & \delta(m - 1) \end{vmatrix}. \quad (V.17)$$

O inteiro n representa o intervalo em consideração (o intervalo de teste neste caso). A unidade temporal que estamos considerando é o passo Δt . A função $\delta(m)$ é uma delta de Dirac discretizada, sendo dada por, Howard (1971):

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & \text{se } n=0 \\ 0, & \text{se } n \neq 0 \end{cases} \quad (\text{V.18})$$

Tabela (V.2) - Caracterização dos Tempos de Espera das Transições ($M =$ Markovianna; $SM =$ Semi-Markoviana)

TRANSIÇÃO	INTERVALO	
	$(0, t_1^i)$	(t_1^i, t_1^f)
1 → 1	M	SM
1 → 2	M	SM
1 → 3	Impossível	SM
2 → 1	Impossível	SM
2 → 2	M	SM
2 → 3	M	SM
3 → 1	M ou SM	M
3 → 2	M ou SM	M
3 → 3	M ou SM	M

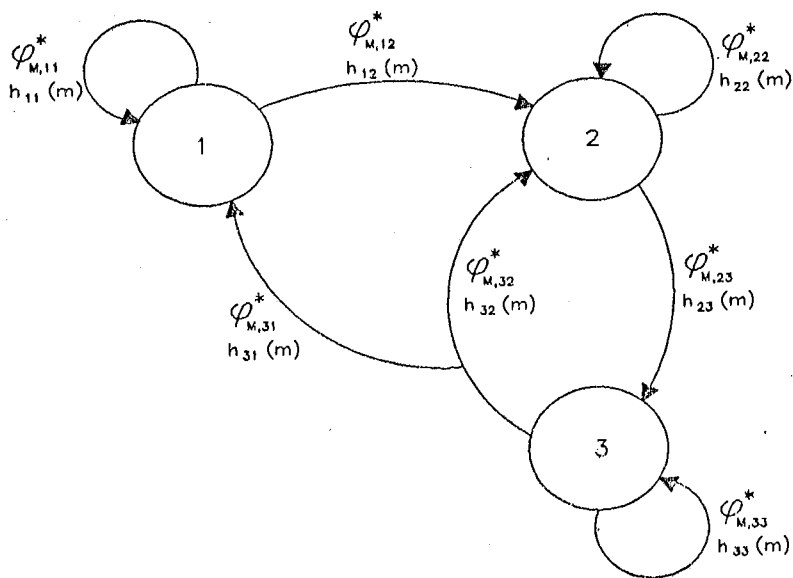


Figura (V.1) - Diagrama de Transição de Estados para o Sistema com um Canal Considerando o Modelo Semi-markoviano

Fica claro que o *time step* é o mesmo nos dois intervalos porque a mesma matriz de probabilidades de transição Φ_M é empregada.

Observe-se que, ao definirmos H da forma especificada, estamos obrigando as transições a partir do estado 3 a serem markovianas em qualquer dos intervalos e obrigando também as transições que partem dos estados 1 e 2 a esperarem exatamente n unidades de tempo para fazê-lo.

Para ilustrar o procedimento, vamos calcular $\Phi_s(n)$ considerando que a duração do teste é igual a 3 *time steps*. Inicialmente, teremos:

$${}^>W_1(n) = \begin{vmatrix} {}^>W_1(n) & 0 & 0 \\ 0 & {}^>W_2(n) & 0 \\ 0 & 0 & {}^>W_3(n) \end{vmatrix}. \quad (\text{V.19})$$

$${}^>w_i(n) = \sum_{j=1}^3 \Phi_{M,ij}^* {}^>h_{ij}(n) = P[\tau_i > n], \quad (\text{V.20})$$

$${}^>h_{ij}(n) = \sum_{m=n+1}^{\infty} h_{ij}(m) = P[\tau_{ij} > n], \quad (\text{V.21})$$

ou seja, ${}^>h_{ij}(n)$ é a probabilidade de que o tempo de espera (permanência) seja maior que o intervalo de teste. A diferença entre os tempos τ_i e τ_{ij} é que o primeiro não está condicionado ao estado destinatário, ou seja, já estão pesadas todas as possibilidades.

Teremos, então:

$$W_1(n) = \sum_{j=1}^3 \Phi_{M,1j}^* h_{1j}(m) = \delta(m - n) \quad (\text{V.22})$$

Além disso,

$${}^>h_{11}(n) = \sum_{m=n+1}^{\infty} h_{11}(m) = \sum_{m=n+1}^{\infty} \delta(m - n) = 0 \quad (\text{V.23})$$

Da mesma forma, ${}^>h_{12}(m) = {}^>h_{13}(m) = 0$. Portanto, ${}^>W_1(n) = 0$. Devido à semelhança, ${}^>W_2(n) = 0$. Finalmente, teremos:

$$W_3(n) = \sum_{j=1}^3 \Phi_{M,3j}^* h_{3j}(m) = \delta(m-1). \quad (\text{V.24})$$

seqüentemente,

$$h_{3j}(n) = \sum_{m=n+1}^{\infty} \delta(m-1) = \delta(n) \quad (\text{V.25})$$

$$W_3(n) = \sum_{j=1}^3 \Phi_{M,3j}^* h_{3j}(m) = \delta(n) \quad (\text{V.26})$$

emos, finalmente, escrever:

$$W(n) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta(n) \end{vmatrix} \quad (\text{V.27})$$

Teremos, então:

$$\Phi_S(0) = I. \quad (\text{V.28})$$

$$\Phi_S(1) = W(1) + \sum_{m=0}^1 [\Phi_M^* \square H(m)] \Phi_S(1-m). \quad (\text{V.29})$$

mo, na Eq. (V.29), $n = m = 1$, teremos que $H(1) = U$, logo:

$$\Phi_S(1) = \Phi_M^*, \quad (\text{V.30})$$

que faz sentido, porque o processo é markoviano neste intervalo. Prosseguindo:

$$\Phi_S(2) = W(2) + \sum_{m=0}^2 [\Phi_M^* \square H(m)] \Phi_S(2-m), \quad (\text{V.31})$$

seja,

$$\Phi_S(2) = \Phi_{M,-12}^* + \Phi_{M,-3}^*, \quad (\text{V.32})$$

$$W_3(n) = \sum_{j=1}^3 \Phi_{M,3j}^* h_{3j}(m) = \delta(m-1). \quad (\text{V.24})$$

Conseqüentemente,

$${}^>h_{3j}(n) = \sum_{m=n+1}^{\infty} \delta(m-1) = \delta(n) \quad (\text{V.25})$$

e,

$${}^>W_3(n) = \sum_{j=1}^3 \Phi_{M,3j}^* {}^>h_{3j}(m) = \delta(n) \quad (\text{V.26})$$

Podemos, finalmente, escrever:

$${}^>W(n) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta(n) \end{vmatrix} \quad (\text{V.27})$$

Teremos, então:

$$\Phi_S(0) = I. \quad (\text{V.28})$$

e

$$\Phi_S(1) = {}^>W(1) + \sum_{m=0}^1 [\Phi_M^* \square H(m)] \Phi_S(1-m). \quad (\text{V.29})$$

Como, na Eq. (V.29), $n = m = 1$, teremos que $H(1) = U$, logo:

$$\Phi_S(1) = \Phi_M^*, \quad (\text{V.30})$$

o que faz sentido, porque o processo é markoviano neste intervalo. Prosseguindo:

$$\Phi_S(2) = {}^>W(2) + \sum_{m=0}^2 [\Phi_M^* \square H(m)] \Phi_S(2-m), \quad (\text{V.31})$$

ou seja,

$$\Phi_S(2) = \Phi_{M,-12}^* + \Phi_{M,-3}^*, \quad (\text{V.32})$$

onde $\Phi_{M,-12}^*$ representa a matriz Φ_M^* com as linhas 1 e 2 tornadas nulas e $\Phi_{M,-3}^*$, a mesma matriz com a linha 3 tornada nula.

Para o terceiro intervalo, teremos:

$$\begin{aligned}\Phi_S(3) &= W(3) + [\Phi_M^* \square H(1)] \Phi_S(2) \\ &+ [\Phi_M^* \square H(2)] \Phi_S(1) \\ &+ [\Phi_M^* \square H(3)] \Phi_S(0)\end{aligned}\tag{V.33}$$

ou seja,

$$\Phi_S(3) = (\Phi_{M,-12}^*)^2 + \Phi_{M,-12}^* \Phi_{M,-3}^* + \Phi_{M,-3}^*\tag{V.34}$$

Para o quarto e quinto intervalos, teremos:

$$\Phi_S(4) = (\Phi_{M,-12}^*)^3 + (\Phi_{M,-12}^*)^2 \Phi_{M,-3}^* + \Phi_{M,-12}^* \Phi_{M,-3}^* + \Phi_{M,-3}^*\tag{V.35}$$

$$\begin{aligned}\Phi_S(5) &= (\Phi_{M,-12}^*)^4 + (\Phi_{M,-12}^*)^3 \Phi_{M,-3}^* + (\Phi_{M,-12}^*)^2 \Phi_{M,-3}^* \\ &+ \Phi_{M,-12}^* \Phi_{M,-3}^* + \Phi_{M,-3}^*\end{aligned}\tag{V.36}$$

Genericamente, teremos:

$$\Phi_S(n) = (\Phi_{M,-12}^*)^n + \left[\sum_{j=n-1}^0 (\Phi_{M,-12}^*)^j \right] \Phi_{M,-3}^*\tag{V.37}$$

A análise dos intervalos subsequentes é imediata.

IV.3 - Modelo Semi-Markoviano para a Análise dos Períodos de Teste Considerando o Sistema de Proteção com mais de um Canal

Vamos discutir o modelo semi-markoviano para o caso do sistema de proteção com mais de um canal, considerando-o constituído por 2, para simplificar as equações. Seja, portanto, um sistema sujeito a uma lógica 2 - 2 : F e, admitamos que o teste

dos canais seja escalonado, por ser o procedimento mais simples. A Figura (V.2) apresenta o diagrama temporal utilizado.

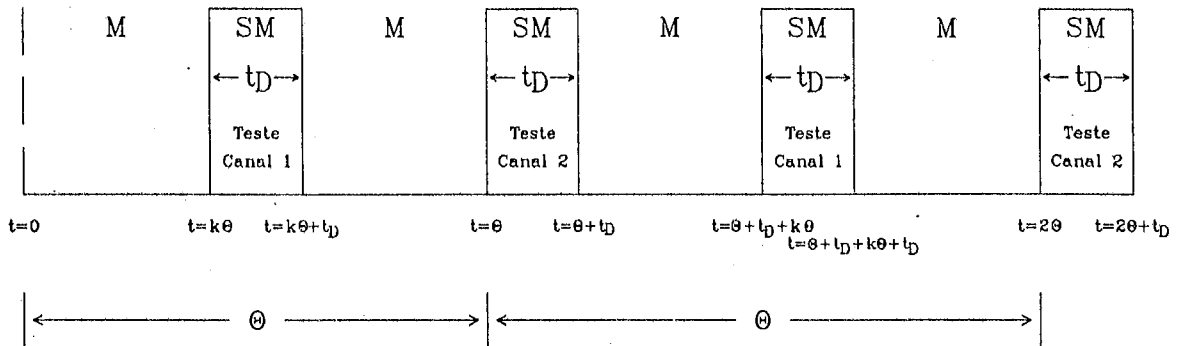


Figura (V.2) - Diagrama Temporal para a Análise do Sistema com 2 Canais e Testes Escalonados dos Mesmos

Apesar dos componentes do sistema serem idênticos, é claro que eles possuem identificação diferente, sendo cada um testado por vez. Assim, a Tabela (V.3) apresenta a definição dos estados para o componente 1, do ponto de vista do teste deste. Os estados em que o componente 1 está entre colchetes são os que nos interessam porque, nos demais, como a falha foi revelada, não tem sentido efetuar o teste do componente.

Sejam:

p_1 = probabilidade do teste *não* induzir falha do canal que está funcionando (canal funcionando que está sendo testado);

$$q_1 = 1 - p_1;$$

p_2 = probabilidade do teste revelar a falha de canal;

$$q_2 = 1 - p_2.$$

TABELA (V.3) - Definição dos Estados por Componente para o Caso do Intervalo de Teste Considerando 2 Canais

ESTADO	BOM	FNR	FR
1	[1], 2	-	-
2	[1]	2	-
	2	[1]	-
3	[1]	-	2
	2	-	1
4	-	[1], 2	-
5	-	[1]	2
	-	2	1
6	-	-	1, 2

A Tabela (V.4) apresenta e discute as transições possíveis.

A matriz de teste será dada por:

$$M_T = \begin{vmatrix} p_1 & q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_1 p_2 + q_1 q_2 & q_1 p_2 & p_1 q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_1 & 0 & q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_2 & 0 & p_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_2 & p_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (V.38)$$

Note-se que M_T é estocástica por linha, como não poderia deixar de ser. Além disso, é triangular superior, o que mostra que a definição dos estados do sistema foi feita de forma eficiente.

TABELA V.4 - Discussão das Transições Possíveis para o Sistema com 2 Canais

TRANSIÇÃO	DESCRIÇÃO	PROBABILIDADE
1 → 1	<i>O Componente está funcionando e o teste revela corretamente o seu estado</i>	p_1
1 → 2	<i>O componente está funcionando e o teste induz sua falha</i>	q_1
2 → 2	1ª Possibilidade: <i>o componente está funcionando e o teste revela corretamente o seu estado;</i> 2ª Possibilidade: <i>o componente está falho e o teste revela que ele está funcionando</i>	$p_1 p_2$ $q_1 q_2$
2 → 3	<i>O componente está falho e o teste revela a sua falha</i>	$q_1 p_2$
2 → 4	<i>O componente está funcionando e o teste revela que ele está falho</i>	$p_1 q_2$
3 → 3	<i>O canal está funcionando e o teste revela corretamente o seu estado</i>	p_1
3 → 5	<i>O componente está funcionando e o teste induz sua falha</i>	q_1
4 → 4	<i>O componente está falho e o teste não revela a sua falha</i>	q_2
4 → 6	<i>O componente está falho e o teste revela a sua falha</i>	p_2
5 → 5	<i>O componente está falho e o teste não revela a sua falha</i>	q_2
5 → 6	<i>O componente está falho e o teste revela a sua falha</i>	p_2

Para definir a matriz de *teste override*, devemos, também, analisar quais são as alternativas possíveis para o sistema. A observação da Tabela (V.4), nos leva a concluir que existem apenas duas alternativas:

1ª) o sistema está no estado 1, o canal 1 está em teste (funcionando) e o canal 2 também está bom;

2ª) o sistema está no estado 2, na primeira alternativa, isto é, o canal 1 está sendo testado (com falha não revelada) e o canal 2 está funcionando.

Os dois estados acima são os únicos em que tem sentido considerar o TO, porque nos demais, ele não ocorre.

A matriz de TO será, portanto:

$$M_{TO} = \begin{vmatrix} p_{TO} & q_{TO} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{TO} & 0 & q_{TO} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (V.39)$$

Definidas as matrizes de teste e de *test override*, o problema a resolver fica completamente caracterizado. Tomando como base a Figura (V.2), teremos:

- intervalo $0 \leq t < k\theta$:

$$p_{j+1} = p_j \Phi_M(\Delta t), \quad \Delta t = t_{j+1} - t_j \quad (V.40)$$

- intervalo $k\theta \leq t < k\theta + t_D$:

$$p(k\theta + t_D) = p(k\theta) \Phi_M^*(\Delta t) \quad (V.41)$$

onde:

$$t_D = L\Delta t, \quad \Phi_M(t_D) = \Phi_M^*(\Delta t) \quad (V.42)$$

A situação remanescente a considerar, refere-se à realização dos testes dos dois canais de maneira seqüencial. A dificuldade apresentada por esta alternativa, é que existe a possibilidade de ocorrência de falhas de causa comum devido a erros humanos, fato já reconhecido na literatura, Apostolakis & Lee (1980). Portanto, este aspecto deve ser explicitamente inserido no modelo.

O diagrama temporal é o apresentado na Figura (V.3). A realização seqüencial dos testes é modelada pela incorporação das matrizes de transição de teste, M_{T1} e M_{T2} , respectivamente.

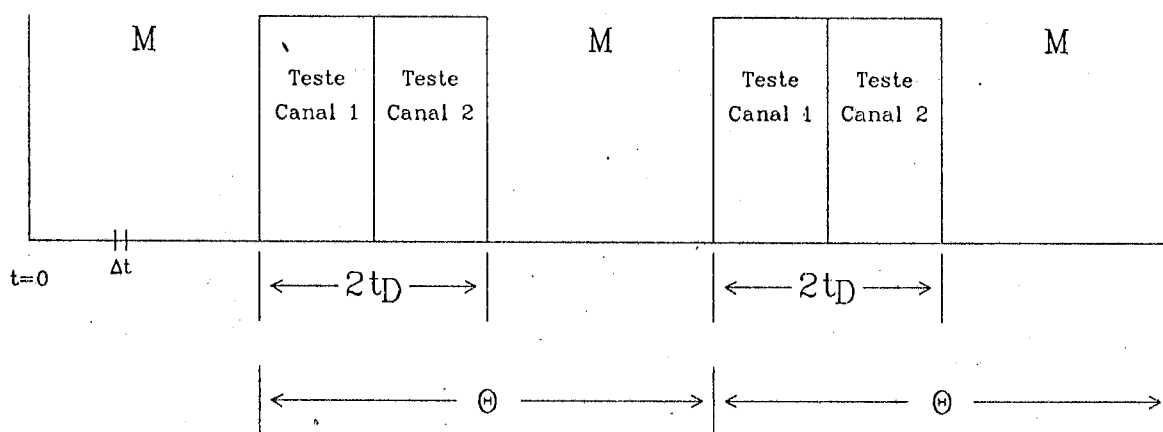


Figura (V.3) - Diagrama Temporal para a Análise Considerando o Teste Seqüencial dos 2 Canais

A simetria do problema nos permite adotar a tabela de definição de estados do caso anterior. Contudo, algumas modificações terão de ser introduzidas, em virtude da seqüência de eventos (i. e., os testes) fazer surgir dependências, ou seja, as falhas de causa comum já aludidas.

A matriz de teste para o teste do i -ésimo canal, é dada por:

$$M_{T_1} = \begin{vmatrix} p_1^{[1]} & q_1^{[1]} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (p_1^{[1]} p_2^{[1]} + q_1^{[1]} q_2^{[1]}) & (q_1^{[1]} p_2^{[1]}) & (p_1^{[1]} q_2^{[1]}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_1^{[1]} & 0 & q_1^{[1]} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_2^{[1]} & 0 & p_2^{[1]} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_2^{[1]} & p_2^{[1]} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{V.43})$$

De forma semelhante, definimos M_{T_2} . A matriz de teste, para este caso, será, portanto:

$$M_T = M_{T_1} M_{T_2} \quad (\text{V.44})$$

Analisaremos, agora, os elementos não nulos de M_T , visando considerar, de forma correta as possíveis dependências. Representaremos por $m_{T,ij}$ os elementos da matriz de teste.

O primeiro elemento não nulo a considerar, é $m_{T,11}$, que pode ser escrito como:

$$m_{T,11} = p_1^{[1]} p_2^{[2]} = 1 - q_1^{[1]} - q_1^{[2]} + q_1^{[1]} q_1^{[2]}, \quad (\text{V.45})$$

com,

q_k = probabilidade do teste induzir a falha de exatamente k canais por todas as causas;

q = probabilidade do teste induzir falhas de canais.

Usando o modelo α , discutido no Capítulo IV, teremos para o elemento em questão:

$$m_{T,11} = 1 - 2q_1 + q_1^2 + 2q_2, \quad (\text{V.46})$$

onde, de acordo com o modelo α ,

$$q_k = \frac{m}{\binom{m}{k}} \frac{\alpha_k}{\alpha_t} q \quad (\text{V.47})$$

$$\alpha_i = \sum_{k=1}^m k \alpha_k \quad (\text{V.48})$$

O segundo elemento não nulo a considerar, é $m_{T,12}$:

$$m_{T,12} = p_1^{[1]} q_1^{[2]} + q_1^{[1]} (p_1^{[2]} p_2^{[2]} + q_1^{[2]} q_2^{[2]}) \quad (\text{V.49})$$

Para definir o elemento $m_{T,12}$, necessitamos definir, primeiramente, os termos abaixo, no contexto do modelo α :

q_k^* = probabilidade do teste não revelar a falha de exatamente k canais; e

q^* = probabilidade do teste não revelar a falha de canais,

cujas expressões são:

$$q_k^* = \frac{m}{\binom{m}{k}} \frac{\alpha_k}{\alpha_i} q^* \quad (\text{V.50})$$

e

$$\alpha_i^* = \sum_{k=1}^m k \alpha_k^* \quad (\text{V.51})$$

Finalmente, poderemos escrever:

$$m_{T,12} = 2q_1 + 2(q_1^2 + q_2)(q_1^* - 1) - q_1 q_1^* \quad (\text{V.52})$$

Os dois elementos não nulos remanescentes da primeira linha da matriz em questão, são dados por:

$$m_{T,13} = (q_1^2 + q_2)(1 - q_1^*) \quad (\text{V.53})$$

e

$$m_{T,14} = (q_1 - q_1^2 - q_2) q_1^* \quad (\text{V.54})$$

A soma dos elementos da primeira linha da matriz dá um. Estamos verificando este fato para confirmar a estocasticidade da matriz.

Na segunda linha, temos os seguintes elementos não nulos:

$$\begin{aligned}
 m_{T,22} = & 1 - 2q_1 - 2q_1^* + 6q_1q_1^* - 4q_1(q_1^{*2} + q_2^*) \\
 & + (q_1^{*2} + q_2^*) + (q_1^2 + q_2)(1 - 4q_1^*) \\
 & + 4(q_1^{*2} + q_2^*)(q_1^2 + q_2)
 \end{aligned} \tag{V.55}$$

$$\begin{aligned}
 m_{T,23} = & 2q_1 - 3q_1q_1^* + 2(q_1^2 + q_2)(2q_1^* - 2(q_1^{*2} + q_2^*) - 1) \\
 & + q_1(q_1^{*2} + q_2^*)
 \end{aligned} \tag{V.56}$$

$$\begin{aligned}
 m_{T,24} = & q_1^* - 2q_1q_1^* + 2q_1(q_1^{*2} + q_2^*) \\
 & - (q_1^2 + q_2)(q_1^* + 2q_2^*)
 \end{aligned} \tag{V.57}$$

$$m_{T,25} = (q_1^2 + q_2)(1 - q_1^*) \tag{V.58}$$

$$m_{T,26} = q_1^* - q_1q_1^* - (q_1^{*2} + q_2^*)(1 - q_1) \tag{V.59}$$

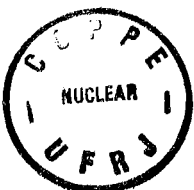
Pode ser facilmente verificado que também a soma dos elementos da segunda linha da matriz é igual a 1.

Os elementos não nulos da terceira linha, são discriminados abaixo.

$$m_{T,33} = 1 - 2q_1 + q_1^2 + q_2 \tag{V.60}$$

$$m_{T,35} = q_1 - (q_1^2 + q_2) + q_1q_1^* \tag{V.61}$$

$$m_{T,36} = q_1(1 - q_1^*) \tag{V.62}$$



Também a soma dos elementos da terceira linha perfaz 1.

Em relação à quarta linha, os elementos não nulos são os abaixo especificados:

$$m_{T,44} = q_1^{*2} + q_2^* \quad (\text{V.63})$$

$$m_{T,46} = 1 - (q_1^{*2} + q_2^*) \quad (\text{V.64})$$

Os elementos da quarta linha também somam 1.

Em relação à quinta linha, os elementos não nulos são os abaixo especificados:

$$m_{T,55} = q_1^{*2} + q_2^* \quad (\text{V.65})$$

$$m_{T,56} = 1 - (q_1^{*2} + q_2^*) \quad (\text{V.66})$$

Os elementos da quinta linha também possuem soma igual à unidade. A sexta linha só apresenta o último elemento não nulo (igual a 1). Desta forma, a matriz acima, satisfaz as condições para ser estocástica, apresentando os elementos não nulos especificados.

A matriz de *test override* para um canal, neste caso, é dada por:

$$M_{TO_1} = \begin{vmatrix} p_{TO}^{[1]} & q_{TO}^{[1]} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{TO}^{[1]} & 0 & q_{TO}^{[1]} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (V.67)$$

A matriz de *test override* considerando o teste dos dois canais será dada por:

$$M_{TO} = M_{TO_1} M_{TO_2} \quad (V.68)$$

ou seja:

$$M_{TO} = \begin{vmatrix} (p_{TO}^{[1]} p_{TO}^{[2]}) & (p_{TO}^{[1]} q_{TO}^{[2]} + q_{TO}^{[1]} p_{TO}^{[2]}) & 0 & (q_{TO}^{[1]} q_{TO}^{[2]}) & 0 & 0 \\ 0 & p_{TO}^{[1]} p_{TO}^{[2]} & 0 & (p_{TO}^{[1]} q_{TO}^{[2]} + q_{TO}^{[1]}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (V.69)$$

Definindo:

Q_k = probabilidade de exatamente k canais não retornarem aos estados que originalmente ocupavam antes do *test override*; e

Q = probabilidade de canais não retornarem aos estados que originalmente ocupavam antes do *test override*,

poderemos, então estabelecer os termos não nulos da matriz de *test override*, acima apresentada, Eq. (V.69), levando em conta a possibilidade de ocorrência de falhas de causa comum.

Os elementos não nulos da primeira linha são os abaixo especificados:

$$m_{TO,11} = 1 - 2Q_1 + (Q_1^2 + Q_2) \quad (\text{V.70})$$

$$m_{TO,12} = 2Q_1 - 2(Q_1^2 + Q_2) \quad (\text{V.71})$$

$$m_{TO,14} = Q_1^2 + Q_2 \quad (\text{V.72})$$

É fácil verificar que os elementos dessa linha possuem soma igual a 1.

Já na segunda linha, os elementos não nulos são os especificados a seguir.

$$m_{TO,22} = 1 - 2Q_1 + Q_1^2 + Q_2 \quad (\text{V.73})$$

$$m_{TO,24} = 2Q_1 - (Q_1^2 + Q_2) \quad (\text{V.74})$$

cuja soma também é igual a 1. Pelas mesmas razões já apresentadas em relação à matriz de teste, a matriz de *test override* também é estocástica.

A solução do problema com o teste seqüencial dos canais, é dada por:

- intervalo $0 \leq t < \theta$:

$$p_{j+1} = p_j \phi_M(\Delta t), \quad \Delta t = t_{j+1} - t_j \quad (\text{V.75})$$

- intervalo $\theta \leq t < \theta + 2t_D$:

$$p(\theta + 2t_D) = p(\theta) M_{TO} M_T \phi_M(2t_D) \quad (\text{V.76})$$

$$2t_D = L \Delta t, \quad \phi_M(2t_D) = \phi_M^L(\Delta t) \quad (\text{V.77})$$

MODELO SEMI-MARKOVIANO PARA OS INTERVALOS INTERTESTES (MODELO SM)

It isn't that they can't see the solution. It is that they can't see the problem.

G. K. CHESTERTON, citado em G. L. Wells, *Safety in Process Plant Design*, George Godwin Limited in association with the Institution of Chemical Engineers, London, 1980, pág. 30.

VI.1 - Introdução

Neste capítulo, discutimos o modelo semi-markoviano elaborado para analisar a indisponibilidade dos sistemas de proteção nos intervalos intertestes, o qual visa considerar tempos de reparo não exponenciais.

Já há muito tempo foi reconhecido que existem distribuições de probabilidade que representam os tempos de reparo de forma mais realista do que a exponencial. A distribuição gama, por exemplo, tem sido citada com freqüência neste contexto, Gupta (1960), Karimi *et alii* (1980), Peterson & Loo (1967). Karimi *et alii* (1980) citam, também, a aplicação da distribuição lognormal.

Como trabalharemos com modelos numéricos, o tempo será discretizado, o que nos levará a modelar, na verdade, cadeias markovianas de renovação. Para isso, será necessário discretizar as distribuições dos tempos de reparo.

Iniciaremos a discussão, portanto, pela distribuição gama (na seção VI.2) e, em seguida, apresentaremos a sua variante discreta, a distribuição binomial negativa (na seção VI.3). Não nos deteremos em outras distribuições para os tempos de reparo, pois o

propósito é discutir a aplicação de modelos semi-markovianos e não possíveis alternativas para a distribuição dos tempos de reparo.

Em seguida, apresentaremos os modelos semi-markovianos, começando pelo caso mais simples, isto é, do sistema com um único canal de proteção, na seção VI.4; o caso do sistema com 2 canais será apresentado e discutido na seção VI.5.

Cabe ressaltar aqui que os modelos serão apresentados e discutidos considerando as alternativas já discutidas no Capítulo IV para o caso do modelo markoviano. Assim, serão, considerados os seis casos ali levantados:

- *QAR*;
- *QAU*;
- *FAR*;
- *FAU*;
- *FNR*;
- *FNU*.

Além disso, cabe discutir também como a lógica de falha influencia os modelos propostos.

VI.2 - A Distribuição Gama

A distribuição gama, que tem sido recomendada na literatura para representar tempos de reparo de componentes, possui função de densidade de probabilidade dada por:

$$f_x(x) = \frac{\alpha^a}{\Gamma(a)} x^{a-1} e^{-\alpha x}, \quad x > 0, \quad (\text{VI.1})$$

onde $\Gamma(a)$ é a função gama, definida por:

$$\Gamma(a) = \int_0^{\infty} u^{a-1} e^{-u} du, \quad (\text{VI.2})$$

a qual é amplamente tabulada e, para a qual, em particular:

$$\Gamma(a) = (a - 1)!, \quad (\text{VI.3})$$

se a for inteiro.

Os parâmetros associados com a distribuição gama são a e α , os quais assumem valores positivos. Esta distribuição serve como um modelo bastante útil devido a sua versatilidade, uma vez que uma grande variedade de formatos da função densidade pode ser representado, através da variação de seus parâmetros.

A Figura (VI.1) apresenta alguns exemplos da função densidade da distribuição gama, para diversos valores de seus parâmetros. Pode-se notar que a determina o formato da função, sendo, portanto, um parâmetro de formato, ao passo que α é um parâmetro de escala, o qual determina a sua localização. Também é fácil perceber que, quando $a = 1$, a distribuição gama torna-se uma exponencial.

VI.3 - A Distribuição Binomial Negativa

Uma generalização natural da distribuição geométrica é a distribuição da variável aleatória X que representa o número de ensaios de Bernoulli necessários para que ocorra o r -ésimo sucesso, onde r é um inteiro positivo.

Formalmente, a distribuição binomial negativa pode ser definida em termos da expansão da expressão binomial negativa $(Q - P)^{-N}$, onde $Q - P = 1$, $P > 0$, a qual é semelhante à definição da distribuição binomial em termos da expressão binomial (positiva) $(p + q)^n$, onde $q + p = 1$, $p > 0$, $q > 0$ e n é um inteiro positivo, Johnson & Kotz (1969).

O $(k + 1)$ -ésimo termo da expansão de $(Q - P)^{-N}$ é dado por:

$$Q^{-N} \binom{N+k-1}{N-1} \left(\frac{P}{Q}\right)^k = \binom{N+k-1}{N-1} \left(\frac{P}{Q}\right)^k \left(1 - \frac{P}{Q}\right)^N \quad (\text{VI.4})$$

A distribuição binomial negativa com parâmetros N e P é definida como a distribuição de uma variável aleatória X para a qual:

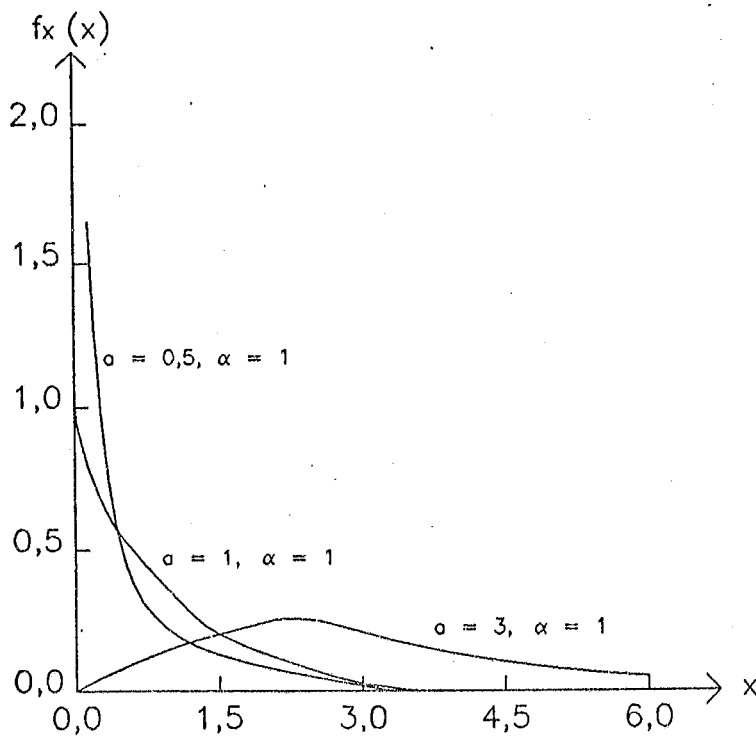
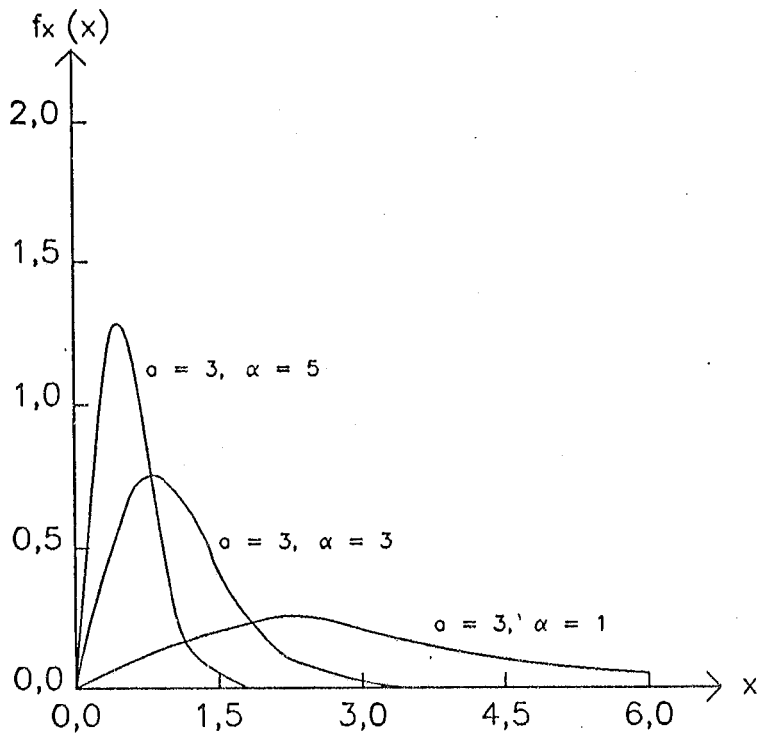


Figura (VI.1) - Distribuição Gama para Alguns Valores de Seus Parâmetros

$$Pr [X = k] = \binom{N+k-1}{N-1} \left(\frac{P}{Q}\right)^k \left(1 - \frac{P}{Q}\right)^N \tag{VI.5}$$

onde $k = 0, 1, 2, \dots$

O parâmetro $M = NP$ (valor esperado) é freqüentemente usado em vez de P , o que permite reescrever a Eq. (VI.5) da forma abaixo:

$$Pr [X=k] = \binom{N+k-1}{N-1} \left(\frac{M}{N}\right)^k \left(1 + \frac{M}{N}\right)^{-(N+k)}, \quad (VI.6)$$

onde, ainda, $k = 0, 1, 2, \dots$

A média da distribuição binomial negativa é dada por:

$$E[X] = NP, \quad (VI.7)$$

enquanto a variância, é dada por:

$$Var(X) = NPQ. \quad (VI.8)$$

A Figura (VI.2) apresenta a distribuição binomial negativa para alguns valores de seus parâmetros.

A relevância da distribuição binomial negativa é que, segundo Pessin (1961), conforme Q tende a infinito, com N constante, a distribuição tende a uma gama. Desta forma, temos uma maneira de trabalhar com tempo discretizado na modelagem do comportamento do sistema de proteção e, caracterizar a cadeia markoviana de renovação necessária para a elaboração do modelo *SM* intertestes.

Note-se que existe uma probabilidade não nula de que X assumo qualquer valor inteiro não-negativo, como ocorre com a distribuição de Poisson mas, ao

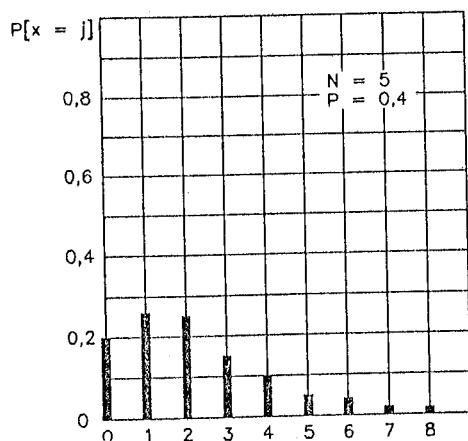
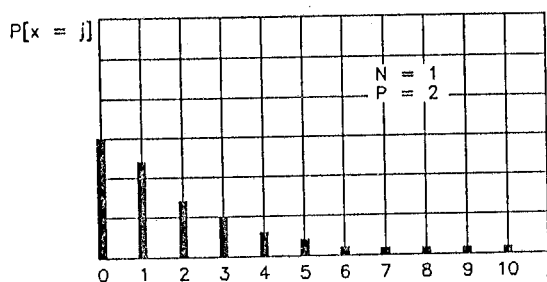


Figura (VI.2) - A Distribuição Binomial Negativa Para Alguns Valores de Seus Parâmetros

ao

contrário da distribuição binomial, N não é, necessariamente, um inteiro. Quando N é inteiro, a distribuição binomial negativa é denominada distribuição de Pascal.

No caso especial em que $N = 1$, a distribuição dada pela Eq. (VI.5) se torna:

$$Pr [X=k] = Q^{-1} \left(\frac{P}{Q} \right)^k, \quad (\text{VI.9})$$

caso em que se tem a distribuição geométrica.

Para os nossos propósitos, é necessário o cálculo da distribuição acumulada complementar da binomial negativa. Existem várias maneiras de fazê-lo. Uma das mais comuns, faz uso da função beta incompleta, através da expressão, Johnson & Kotz (1969):

$$Pr[X \geq x] = I_{Q^{-1}}(N, x+1), \quad (\text{VI.10})$$

onde:

$$I_{Q^{-1}} = \frac{B_{Q^{-1}}(N, x+1)}{B(N, x+1)}, \quad (\text{VI.11})$$

e

$$B(\alpha, \beta) = \int_0^1 t^{\alpha-1} (1-t)^{\beta-1} dt, \quad (\text{VI.12})$$

é a função beta, para a qual $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ e

$$B_T(\alpha, \beta) = \int_0^T t^{\alpha-1} (1-t)^{\beta-1} dt, \quad (\text{VI.13})$$

($0 < T < 1$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$) é a função beta incompleta. Existem diversas tabulações de $I_T(\alpha, \beta)$ na literatura, e. g., Pearson (1948).

Uma maneira alternativa de se calcular a função acumulada complementar para o presente caso, é através da equação abaixo:

$$Pr[X \leq x] = Pr[Y \geq N], \quad (\text{VI.14})$$

onde Y é uma variável aleatória distribuída segundo uma binomial com parâmetros $(N + x)$ e Q^{-1} , para a qual:

$$Pr[Y \geq k] = \sum_{y=k}^N \binom{N}{y} p^y q^{N-y} = I_p(k, N-K+1). \quad (\text{VI.15})$$

Para ilustrar, sejam, $N = 10$ e $P = 0,35$. Assim, a probabilidade da variável aleatória X assumir o valor 4, $Pr[X = 4]$, será dada por:

$$Pr[X=4] = \binom{10+4-1}{10-1} \left(\frac{3,5}{10}\right)^4 \left(1 + \frac{3,5}{10}\right)^{-(10+4)} = 0,16.$$

Para a mesma distribuição, o cálculo de $Pr[X \geq 5]$ segundo o quociente da função beta incompleta, nos leva a:

$$Pr[X \geq 5] = I_{1,35^{-1}}(10,6) = \frac{B_{1,35^{-1}}(10,6)}{B(10,6)} = \frac{\int_0^{0,74} t^9 (1-t)^5 dt}{\frac{\Gamma(10)\Gamma(6)}{\Gamma(16)}} = 0,829.$$

Por outro lado, se usarmos a variante da distribuição binomial, Eq. (VI.15), teremos:

$$Pr[X \leq 5] = Pr[Y \geq 10] = 0,829$$

Contudo, do ponto de vista computacional, é mais simples e eficiente lançar mão de uma relação recursiva, a qual evita a necessidade do cálculo das funções beta e beta incompleta. Esta relação recursiva, é dada por, Johnson & Kotz (1969):

$$Pr[X = k+1] = \frac{N+k}{k+1} \frac{P}{Q} Pr[X = k], \quad (\text{VI.16})$$

que permite, a partir do conhecimento de $Pr[X = 1]$, por exemplo, obter qualquer valor e, por extensão, a distribuição acumulada complementar. De fato, utilizaremos a expressão acima nas nossas aplicações.

VI.4 - Modelo Semi-Markoviano para os Intervalos Intertestes Considerando o Sistema de Proteção com um Canal

A Figura (VI.3) apresenta o diagrama de transição de estados para o sistema com um canal de proteção considerando que a taxa de reparo varia com o tempo, o que é indicado através da função $\mu(x)$. Note-se que, fora esta alteração, o diagrama é exata-

mente o mesmo que o empregado para a discussão do modelo markoviano do Capítulo IV [veja-se, a respeito, a Figura (IV.1)].

Conforme já discutido no Capítulo IV, dos seis modelos mencionados para a análise das configurações, na realidade só tem sentido considerar três para o caso do sistema com um canal:

- *QAR*;
- *FAR*;
- *FNR*.

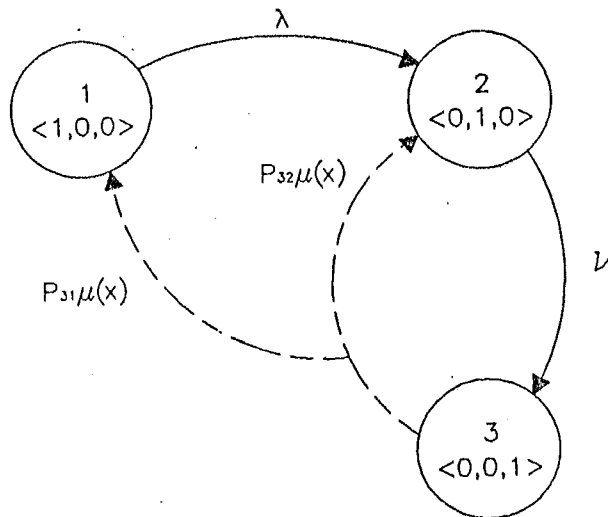


Figura (VI.3) - Diagrama de Transição de Estados Para o Sistema de Proteção de Um Canal Sujeito a Tempos de Reparo Não Exponenciais

Para o modelo *QAR*, empregamos o diagrama de transição apresentado na Figura (VI.3), assim como foi discutido no Capítulo IV para o caso do modelo markoviano. Já para o modelo *FAR*, a única diferença que surge, está relacionada com os estados considerados para o cálculo da frequência de ocorrência de acidentes, η . Neste caso, só consideraremos o estado 2; para o caso do modelo *QAR*, são considerados os estados 2 e 3. Finalmente, para o modelo *FNR*, considera-se o mesmo diagrama da Figura (VI.3), só que sem as transições tracejadas.

Assim, a taxa de falha do canal, suposta constante, é igual a λ e a de demanda, é igual a ν . Por outro lado, γ é a probabilidade do reparo do canal não ser perfeito. A definição dos estados é a mesma que a do Capítulo IV.

O que caracteriza este modelo como semi-markoviano, é o fato de que as transições do estado 3 para os estados 1 e 2 não demorarem tempos que seguem distribuições exponenciais para ocorrer, ou seja, uma vez que a transição $3 \rightarrow 1$ ou $3 \rightarrow 2$ seja escolhida, o tempo decorrido até que a mesma se concretize, não segue mais uma distribuição exponencial. Suporemos, ao contrário, que a distribuição escolhida é uma binomial negativa, discutida na seção 3 deste capítulo.

Conforme apresentado no Capítulo II, devemos definir as matrizes dos tempos de residência e a das probabilidades de transição para que o processo semi-markoviano seja completa e univocamente caracterizado.

A matriz dos tempos de residência para o modelo *QAR*, será dada por:

$$H(m) = \begin{vmatrix} \delta(m-1) & \delta(m-1) & 0 \\ 0 & \delta(m-1) & \delta(m-1) \\ B_n(N,P) & B_n(N,P) & B_n(N,P) \end{vmatrix} \quad (\text{VI.17})$$

onde $B_n(N,P)$ representa a distribuição binomial negativa com parâmetros N e P . Note-se que, os tempos para as transições $3 \rightarrow 1$, $3 \rightarrow 2$ e $3 \rightarrow 3$, seguem esta distribuição.

Adicionalmente, a matriz das probabilidades de transição, para um intervalo Δt , será dada por:

$$P(\Delta t) = \begin{vmatrix} 1 - \lambda \Delta t & \lambda \Delta t & 0 \\ 0 & 1 - \nu \Delta t & \nu \Delta t \\ \gamma & \bar{\gamma} & 0 \end{vmatrix} \quad (\text{VI.18})$$

da qual fica evidente que a transição virtual $3 \rightarrow 3$ é impossível, pela razão já explicada.

Para o modelo *FAR*, não existe alteração alguma em termos de diagrama de transição ou das matrizes: muda apenas o procedimento de cálculo de η , conforme já discutido.

Finalmente, para a análise do modelo *FNR*, a matriz dos tempos de residência será dada por:

$$H(m) = \begin{vmatrix} \delta(m-1) & \delta(m-1) & 0 \\ 0 & \delta(m-1) & \delta(m-1) \\ 0 & 0 & \delta(m-n) \end{vmatrix} \quad (\text{VI.19})$$

Note-se que, ao contrário do que ocorre com o modelo *QAR*, existe um estado absorvente, o que introduz as modificações na terceira linha mostradas, ou seja, uma vez que o sistema entre no estado 3, nele permanece, o que é informado pela equação $h_{33}(m) = \delta(m-n)$, onde, como é usual, m representa um incremento temporal de Δt unidades de tempo e n é o intervalo de análise.

A matriz das probabilidades de transição para este caso, é dada por:

$$P(\Delta t) = \begin{vmatrix} 1 - \lambda \Delta t & \lambda \Delta t & 0 \\ 0 & 1 - \nu \Delta t & \nu \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (\text{VI.20})$$

Assim, fica completamente caracterizado o problema para um canal. Cumpre ressaltar que, no caso do modelo *FNR*, o problema é resolvido sem o auxílio do modelo semi-markoviano, pois não existe reparo.

VI.5 - Modelo Semi-Markoviano para os Intervalos Intertestes Considerando o Sistema de Proteção com 2 Canais

Olhando-se para a Figura (IV.10) sob o ponto de vista apresentado na Figura (VI.3), podemos discutir o modelo para o sistema com 2 canais no contexto deste capítulo.

Deve-se pensar, mais uma vez, na taxa de reparo dependente do tempo, $\mu(x)$, bem como levar em conta γ , a probabilidade do reparo não ser perfeito devido a erro humano. As probabilidades relacionadas com erros humanos no contexto do reparo de canais estão representados de maneira diversa da tradicional.

Vamos discutir, inicialmente, a lógica de falha 2 - 2 : *F* e consideremos o modelo *QAR*. A matriz dos tempos de residência, para este caso, será dada por:

$$H(m) = \begin{vmatrix} \delta(m-1) & \delta(m-1) & 0 & \delta(m-1) & 0 & 0 \\ 0 & \delta(m-1) & \delta(m-1) & \delta(m-1) & 0 & 0 \\ B_n(N,P) & B_n(N,P) & B_n(N,P) & 0 & \delta(m-1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta(m-1) & 0 & \delta(m-1) \\ 0 & B_n(N,P) & 0 & B_n(N,P) & B_n(N,P) & \delta(m-1) \\ 0 & 0 & B_n(N,P) & 0 & B_n(N,P) & B_n(N,P) \end{vmatrix} \quad (\text{VI.21})$$

Por seu turno, a matriz das probabilidades de transição é dada por:

$$P = \begin{vmatrix} 1 - (2\lambda_1 + \lambda_2) \Delta t & 2\lambda_1 \Delta t & 0 & \lambda_2 \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 1 - (v + \lambda_1) \Delta t & v \Delta t & \lambda_1 \Delta t & 0 & 0 \\ \gamma(1 - \lambda_1 \Delta t) & \bar{\gamma}(1 - \lambda_1 \Delta t) & 0 & 0 & \lambda_1 \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - v \Delta t & 0 & v \Delta t \\ 0 & \gamma(1 - v \Delta t) & 0 & \bar{\gamma}(1 - v \Delta t) & 0 & v \Delta t \\ 0 & 0 & \gamma^2 + \gamma\bar{\gamma} & 0 & \bar{\gamma}^2 + \gamma\bar{\gamma} & 0 \end{vmatrix} \quad (\text{VI.22})$$

Alguns aspectos em relação à Eq. (VI.22) devem ser discutidos.

Em primeiro lugar, consideremos o elemento $p_{31} = \gamma(1 - \lambda_1 \Delta t)$, cuja interpretação é a seguinte: probabilidade de não ocorrer a falha do segundo canal, no intervalo Δt (termo entre parênteses) vezes a probabilidade do reparo do canal falho ser perfeito.

O elemento $p_{32} = \bar{\gamma}(1 - \lambda_1 \Delta t)$ exibe a probabilidade de o sistema não sofrer a falha aludida no parágrafo anterior e, devido a um reparo imperfeito, atingir o estado 2, no mesmo intervalo Δt .

Consideremos o elemento $p_{52} = \gamma(1 - v \Delta t)$. Sua interpretação é a seguinte: é a probabilidade, em um intervalo de duração Δt , de não haver uma demanda (que levaria o sistema para o estado 6) e ocorrer o reparo perfeito (que leva o sistema para o estado 2).

Por seu lado, o elemento $p_{54} = \bar{\gamma}(1 - v \Delta t)$ indica a probabilidade de não haver a mesma demanda referida no parágrafo anterior e, ocorrer um reparo imperfeito, o qual leva o sistema para o estado 4.

Chegamos, agora, aos elementos p_{63} e p_{65} .

A expansão de $(\gamma + \bar{\gamma})^2$ nos dá $\gamma^2 + 2\gamma\bar{\gamma} + \bar{\gamma}^2$. Considerando que γ é a probabilidade do reparo de um canal ser perfeito e $\bar{\gamma}$ é a sua probabilidade complementar, ou seja, é a probabilidade do reparo do canal não ser perfeito, teremos que o primeiro termo acima dá a probabilidade de as duas equipes de reparo alocadas para o sistema

desempenhem a sua tarefa adequadamente; da mesma forma, o terceiro termo, dá a probabilidade de que as duas equipes *não* desempenhem a sua tarefa adequadamente.

Para a adequada interpretação do termo central, devemos considerar que existem duas maneiras de uma equipe de reparo trabalhar adequadamente e a outra, não. Assim, em 50% dos casos em que a equipe de reparo escolhida for a primeira, ela trabalhará adequadamente e, por seu lado, em outros 50% dos casos, ocorrerá o contrário.

Portanto:

$$p_{63} = \gamma^2 + \frac{1}{2}2\gamma\bar{\gamma} \quad (\text{VI.23})$$

e

$$p_{65} = \bar{\gamma}^2 + \frac{1}{2}2\gamma\bar{\gamma}. \quad (\text{VI.24})$$

o que explica os dois elementos da matriz das probabilidades de transição, Eq. (VI.22).

As variantes a analisar, em relação ao sistema com 2 canais, são, agora, simples de obter, a partir do caso mais completo descrito acima.

A análise do modelo *QAU* pode ser feita através de uma adaptação da Figura (IV.15). Note-se que, agora, a falha de um canal não é mais revelada e, portanto, como já discutido no Capítulo IV, as únicas transições de reparo que ocorrem são $4 \rightarrow 1$ e $4 \rightarrow 3$, cujas probabilidades de transição estão indicadas na Figura. Os tempos de reparo, continuam sendo representados por $\mu(x)$. Para este caso, os estados considerados para o cálculo da frequência de ocorrência de acidentes, η , são 3 e 4. Note-se, ainda, que estão representadas as probabilidades de erros humanos no contexto do modelo, p_{41} e p_{43} .

A matriz dos tempos de residência para este caso, é dada por:

$$H(m) = \begin{vmatrix} \delta(m-1) & \delta(m-1) & \delta(m-1) & 0 \\ 0 & \delta(m-1) & \delta(m-1) & 0 \\ 0 & 0 & \delta(m-1) & \delta(m-1) \\ B_n(N,P) & 0 & B_n(N,P) & B_n(N,P) \end{vmatrix} \quad (VI.25)$$

Já a matriz das probabilidades de transição, é dada por:

$$P(\Delta t) = \begin{vmatrix} 1 - (2\lambda_1 + \lambda_2)\Delta t & 2\lambda_1\Delta t & \lambda_2\Delta t & 0 \\ 0 & 1 - \lambda_1\Delta t & \lambda_1\Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 1 - v\Delta t & v\Delta t \\ \gamma^2 + \gamma\bar{\gamma} & 0 & \bar{\gamma}^2 + \gamma\bar{\gamma} & 0 \end{vmatrix} \quad (VI.26)$$

Para o modelo *FAR*, consideramos o mesmo diagrama de transição de estados para o modelo *QAR* [adaptada da Figura (IV.10)]. A única alteração, é que agora só se consideram os estados 4 e 5 para o cálculo de η .

Para o modelo *FAU*, consideramos o mesmo diagrama de transição de estados que foi estabelecido para o modelo *QAU*. Novamente, a alteração fica por conta dos estados considerados para o cálculo de η : neste caso, apenas o 3 é levado em conta.

O quinto modelo, *FNR*, pode ser considerado através do mesmo diagrama de transição de estados estabelecido para o modelo *QAR*, com a exceção de que as transições tracejadas não existem [veja-se, a respeito, a Figura (IV.10)]. Os estados considerados para o cálculo de η , são 4, 5 e 6. A matriz dos tempos de residência, é dada por:

$$H(m) = \begin{vmatrix} \delta(m-1) & \delta(m-1) & 0 & \delta(m-1) & 0 & 0 \\ 0 & \delta(m-1) & \delta(m-1) & \delta(m-1) & 0 & 0 \\ B_n(N,P) & B_n(N,P) & 0 & 0 & \delta(m-1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta(m-1) & 0 & \delta(m-1) \\ 0 & B_n(N,P) & 0 & B_n(N,P) & 0 & \delta(m-1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta(m-n) \end{vmatrix} \quad (VI.27)$$

onde, novamente, empregamos a delta para caracterizar a residência no estado absorvente.

Da mesma maneira, a matriz das probabilidades de transição, é dada por:

$$P(\Delta t) = \begin{vmatrix} 1 - (2\lambda_1 + \lambda_2)\Delta t & 2\lambda_1\Delta t & 0 & \lambda_2\Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 1 - (\nu + \lambda_1)\Delta t & \nu\Delta t & \lambda_1\Delta t & 0 & 0 \\ \gamma(1 - \lambda_1\Delta t) & \bar{\gamma}(1 - \lambda_1\Delta t) & 0 & 0 & \lambda_1\Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \nu\Delta t & 0 & \nu\Delta t \\ 0 & \gamma(1 - \nu\Delta t) & 0 & \bar{\gamma}(1 - \nu\Delta t) & 0 & \nu\Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{VI.28})$$

Para o sexto e último modelo, *FNU*, o diagrama de transição de estados é o mesmo da Figura (IV.15), sem as transições tracejadas ali apresentadas. O único estado considerado para o cálculo de η é o 3.

Para este caso, a matriz de tempos de residência, é a seguinte:

$$H(m) = \begin{vmatrix} \delta(m-1) & \delta(m-1) & \delta(m-1) & 0 \\ 0 & \delta(m-1) & \delta(m-1) & 0 \\ 0 & 0 & \delta(m-1) & \delta(m-1) \\ 0 & 0 & 0 & \delta(m-n) \end{vmatrix} \quad (\text{VI.29})$$

A matriz das probabilidades de transição será dada por:

$$P(\Delta t) = \begin{vmatrix} 1 - (2\lambda_1 + \lambda_2)\Delta t & 2\lambda_1\Delta t & \lambda_2\Delta t & 0 \\ 0 & 1 - \lambda_1\Delta t & \lambda_1\Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \nu\Delta t & \nu\Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{VI.30})$$

A discussão para a lógica de falha 1 - 2 : *F* é bastante simplificada pelo fato de que, neste caso, necessariamente, a falha de um canal é revelada. Assim, para o modelo *QAR*, considera-se a mesma adaptação do diagrama da Figura (IV.10). A única diferença, é que os estados considerados para o cálculo de η são: 2, 3, 4, 5 e 6.

Pelo exposto no parágrafo anterior, não tem sentido considerar o modelo *QAU* neste contexto.

Para o modelo *FAR*, considera-se o diagrama da Figura (IV.10). Porém, para o cálculo de η , levamos em conta apenas os estados 2 e 4.

Também não faz sentido considerar o modelo *FAU* neste contexto.

Para a análise do modelo *FNR*, podemos utilizar o diagrama da Figura (IV.10). apresentado na Figura (VI.7). Note-se que, neste caso, os estado 5 e 6 são absorventes e não há possibilidade de reparo, devido à própria lógica de falha considerada. Neste caso, não faz sentido aplicar o modelo semi-markoviano.

Finalmente, o modelo *FNU* também não faz sentido neste contexto.

RESULTADOS OBTIDOS COM O MODELO COMPOSTO $M - SM$

Mais voilà, on n'est pas sûr, on n'est jamais sûr. Sinon il y aurait une issue, on pourrait enfin se faire prendre au sérieux.

ALBERT CAMUS, *La Chute*, Gallimard, Paris, 1973, pág. 79.

The quest for certainty blocks the search for meaning. Uncertainty is the very condition to impel man to unfold his powers.

ERICH FROMM, *Man for Himself* (1947).

VII.1 - Introdução

O propósito deste capítulo é apresentar resultados atinentes ao modelo $M - SM$ de análise da indisponibilidade de sistemas de proteção do tipo k -de- N . Para permitir uma melhor análise e consideração, dividimos os resultados em dois grupos.

Inicialmente, discutimos os resultados obtidos pelo emprego somente do modelo M (modelo markoviano), descrito no Capítulo IV, considerando as alternativas ali apresentadas. A razão de incluirmos resultados somente do modelo M , prende-se ao fato de que o mesmo generaliza os resultados já publicados para o caso de um e dois canais, Oliveira & Amaral Netto (1987) e Oliveira *et alii* (1990), respectivamente.

Em seguida, a conjugação dos modelos markoviano para os intervalos interestes e do semi-markoviano para os de teste (este último discutido no Capítulo V), con-

jugação essa a que denominamos *modelo M - SM*, é analisada em relação aos resultados obtidos para os casos considerados.

VII.2 - Casos Analisados e Resultados Obtidos com o Modelo *M*

Oliveira & Amaral Netto (1987) e Oliveira *et alii* (1990) consideraram, respectivamente, os problemas do sistema de proteção com um e dois canais sujeitos a altas taxas de demanda, levando em conta, também, a possibilidade de reparo. Para compor o modelo *M*, consideramos as hipóteses ali levantadas e, agregando algumas outras de interesse prático, estabeleceu-se o modelo já descrito no Capítulo IV.

Um primeiro aspecto prende-se às situações que serão aqui analisadas. Ilustraremos o modelo desenvolvido com os casos dos sistemas de proteção com dados pelas lógicas 2 - 3 : *F* e 3 - 4 : *F*, as quais são comumente empregadas.

Para realizar as análises pertinentes a esta seção, foi desenvolvido um programa em FORTRAN 77, denominado RAMPSMM, o qual gera as matrizes das taxas de transição e, em seguida, resolve o problema da determinação da frequência de acidentes para os diversos casos de interesse e conforme a discussão apresentada no Capítulo IV.

VII.2.1) Resultados do modelo *M* para 1 Canal

Inicialmente, para testar a validade do programa desenvolvido, foi analisado o caso do sistema de proteção com um canal, apresentado em Oliveira & Amaral Netto (1987), trabalho em que a análise é desenvolvida por meio de expressões analíticas. O que se fez aqui, portanto, foi, antes de mais nada, tentar reproduzir os resultados ali gerados.

A Fig. (VII.1) apresenta os resultados obtidos com o programa, considerando os mesmos casos que os apresentados na Fig. 2 do trabalho referenciado no parágrafo anterior. O que se pode notar, é uma concordância bastante razoável entre ambos, tanto no caso do modelo *QA* [que corresponde à Eq. (16) do trabalho], como no do modelo *FA* [que corresponde à Eq. (17) do mesmo]. Pode ser notado, ainda, que, o modelo *FA* apresenta um valor assintótico para altos valores da taxa de demanda, os quais são atingidos quando v atinge o valor de cerca de 40/ano. Da Eq. (17) do trabalho, podemos calcular este valor assintótico. Para tanto, reproduzimos abaixo esta equação:

$$\eta = \frac{\lambda v \mu}{s_1 s_2} + \frac{\lambda v (s_1 + \mu)}{s_1^2 \tau_p (s_1 - s_2)} [e^{s_1 \tau_p} - 1] - \frac{\lambda v (s_2 + \mu)}{s_2^2 \tau_p (s_1 - s_2)} [e^{s_2 \tau_p} - 1]$$

onde

$$s_{1,2} = \frac{-(\mu + \lambda + v) \mp \sqrt{(\lambda + v - \mu)^2 - 4\lambda v}}{2},$$

em que ao se considerar s_1 , toma-se o sinal negativo da raiz quadrada e s_2 , o sinal positivo. Calculando η por esta equação, considerando os valores típicos apresentados na Figura (VII.1) e uma alta taxa de demanda, obtemos para o valor assintótico 0,4924/ano, que concorda razoavelmente com o valor lido no gráfico. A Tabela (VII.1) sumariza as comparações efetuadas entre as duas análises.

As Tabelas (VII.2) e (VII.3) apresentam resultados obtidos com o programa RAMPSMM considerando o sistema com um canal e valores dos parâmetros iguais àqueles empregados em Oliveira & Amaral Netto (1987). Particularmente, a Tabela (VII.2) considera um intervalo entre testes de $1,92 \times 10^{-2}$ anos, ou seja, 1 mês, enquanto a (VII.3), considera um 1 ano. Ressalte-se que é levado em conta nas mesmas o modelo QA de reparo.

As Tabelas (VII.4) e (VII.5) apresentam os resultados para o modelo de reparo FA e os mesmos parâmetros de entrada considerados nas Tabelas (VII.2) e (VII.3).

Pode-se notar, claramente, comparando os resultados das Tabelas (VII.2), (VII.3), (VII.4) e (VII.5) com os apresentados na Tabela 1 de Oliveira & Amaral Netto (1987) que a sua concordância é bastante razoável.

Cabe ressaltar que foram gerados com o programa RAMPSMM os resultados referentes à situação em que não é efetuado reparo no canal (última coluna das tabelas apresentadas). Obviamente, a frequência de acidente teria que ser maior que em qualquer dos três casos anteriores (vejam-se as três colunas anteriores nas tabelas). Como mostrado em Oliveira & Amaral Netto (1987), a frequência de acidentes não é muito sensível à taxa de reparo do canal, como mostram as tabelas; contudo, a variação da frequência de acidentes é sensível quando se leva a taxa de reparo a zero.

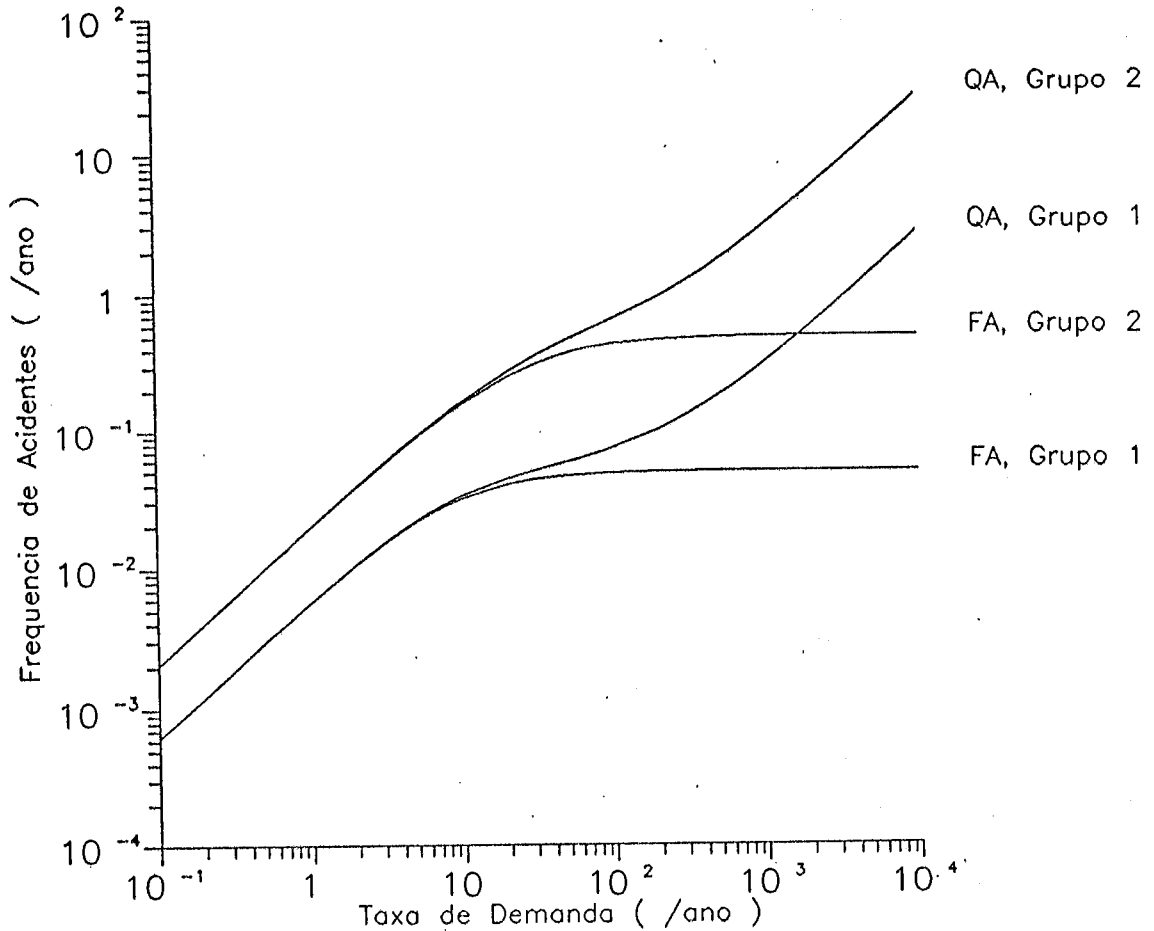


Figura (VII.1) - Frequência de Acidentes para 1 Canal Considerando Altas Taxas de Demanda e os dois Modelos de Reparo

TABELA (VII.1) - Comparação de Valores Assintóticos para a Frequência de Ocorrência de Acidentes Considerando a Solução Analítica e a Numérica

M O D E L O	λ (ano ⁻¹)	τ_p (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)			
			v (ano ⁻¹)		v (ano ⁻¹)	
			Solução Analítica	RAMPSMM	Solução Analítica	RAMPSMM
F	0,05	0,25	5,737-3	5,725-3	4,978-2	4,972-2
A	0,5	0,0822	1,973-2	1,974-2	4,924-1	4,949-1
Q	0,05	0,25	5,767-3	5,755-3	3,166-1	3,160-1
A	0,5	0,0822	1,982-2	1,983-2	3,009	3,022

TABELA (VII.2) - Resultados para um Canal Considerando o modelo QA e τ_p igual a 1 ano

λ (ano ⁻¹)	v (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)			
		$\mu = 8760 \text{ a}^{-1}$	$\mu = 365 \text{ a}^{-1}$	$\mu = 52 \text{ a}^{-1}$	$\mu = 0 \text{ a}^{-1}$
1,0-1	1,0-1	4,683-3	4,685-3	4,695-3	4,840-3
	1,0	3,578-2	3,590-2	3,656-2	4,840-2
	1,0+1	8,929-2	9,172-2	1,064-1	4,840-1
	1,5+1	9,287-2	9,661-2	1,194-1	7,260-1
1,0	1,0-1	3,577-2	3,582-2	3,596-2	3,692-2
	1,0	2,838-1	2,848-1	2,894-1	3,692-1
	1,0+1	8,271-1	8,482-1	9,725-1	3,692
	1,5+1	8,801-1	9,138-1	1,115	5,538
1,0+1	1,0-1	8,920-2	8,933-2	8,972-2	9,050-2
	1,0	8,264-1	8,279-1	8,338-1	9,050-1
	1,0+1	4,752	4,823	5,210	9,050
	1,5+1	5,765	5,910	6,701	1,358+1

TABELA (VII.3) - Resultados para um Canal Considerando o modelo QA e τ_p igual a 1 mês

λ (ano ⁻¹)	v (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)			
		$\mu = 8760 \text{ a}^{-1}$	$\mu = 365 \text{ a}^{-1}$	$\mu = 52 \text{ a}^{-1}$	$\mu = 0 \text{ a}^{-1}$
1,0-1	1,0-1	9,588-5	9,590-5	9,593-5	9,594-5
	1,0	9,534-4	9,553-4	9,582-4	9,594-4
	1,0+1	9,023-3	9,204-3	9,476-3	9,594-3
	1,5+1	1,313-2	1,353-2	1,413-2	1,439-2
1,0	1,0-1	9,533-4	9,536-4	9,539-4	9,540-4
	1,0	9,480-3	9,500-3	9,528-3	9,540-3
	1,0+1	8,973-2	9,153-2	9,422-2	9,540-2
	1,5+1	1,306-1	1,346-1	1,405-1	1,431-1
1,0+1	1,0-1	9,013-3	9,018-3	9,021-3	9,022-3
	1,0	8,964-2	8,985-2	9,011-2	9,022-2
	1,0+1	8,497-1	8,663-1	8,912-1	9,022-1
	1,5+1	1,238	1,274	1,329	1,355

TABELA (VII.4) - Resultados para um Canal Considerando o modelo FA e τ_p igual a 1 ano

λ (ano ⁻¹)	v (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)			
		$\mu = 8760 \text{ a}^{-1}$	$\mu = 365 \text{ a}^{-1}$	$\mu = 52 \text{ a}^{-1}$	$\mu = 0 \text{ a}^{-1}$
1,0-1	1,0-1	4,683-3	4,684-3	4,687-3	4,683-3
	1,0	3,577-2	3,581-2	3,589-2	3,564-2
	1,0+1	8,919-2	8,928-2	8,954-2	8,653-2
	1,5+1	9,271-2	9,281-2	9,307-2	8,959-2
1,0	1,0-1	3,577-2	3,581-2	3,589-2	3,564-2
	1,0	2,838-1	2,840-1	2,841-1	2,661-1
	1,0+1	8,262-1	8,257-1	8,184-1	5,953-1
	1,5+1	8,786-1	8,778-1	8,693-1	6,098-1
1,0+1	1,0-1	8,920-2	8,930-2	8,955-2	8,653-2
	1,0	8,263-1	8,257-1	8,184-1	5,953-1
	1,0+1	4,747	4,695	4,384	9,997-1
	1,5+1	5,755	5,677	5,224	9,999-1

TABELA (VII.5) - Resultados para um Canal Considerando o modelo FA e τ_p igual a 1 mês

λ (ano ⁻¹)	v (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)			
		$\mu = 8760 \text{ a}^{-1}$	$\mu = 365 \text{ a}^{-1}$	$\mu = 52 \text{ a}^{-1}$	$\mu = 0 \text{ a}^{-1}$
1,0-1	1,0-1	9,588-5	9,588-5	9,588-5	9,588-5
	1,0	9,533-4	9,534-4	9,534-4	9,534-4
	1,0+1	9,012-3	9,016-3	9,016-3	9,016-3
	1,5+1	1,311-2	1,312-2	1,312-2	1,312-2
1,0	1,0-1	9,533-4	9,534-4	9,534-4	9,534-4
	1,0	9,479-3	9,480-3	9,480-3	9,480-3
	1,0+1	8,963-2	8,966-2	8,965-2	8,965-2
	1,5+1	1,304-1	1,305-1	1,305-1	1,304-1
1,0+1	1,0-1	9,012-3	9,016-3	9,016-3	9,016-3
	1,0	8,963-2	8,966-2	8,965-2	8,965-2
	1,0+1	8,487-1	8,486-1	8,475-1	8,471-1
	1,5+1	1,236	1,235	1,233	1,232

As Tabelas (VII.6) e (VII.7) apresentam resultados para o sistema monocal considerando o modelo de reparo FN.

TABELA (VII.6) - Resultados para um Canal Considerando o modelo FN e τ_p igual a 1 ano

λ (ano ⁻¹)	v (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)			
		$\mu = 8760 \text{ a}^{-1}$	$\mu = 365 \text{ a}^{-1}$	$\mu = 52 \text{ a}^{-1}$	$\mu = 0 \text{ a}^{-1}$
1,0-1	1,0-1	4,683-3	4,683-3	4,683-3	4,683-3
	1,0	3,564-2	3,564-2	3,654-2	3,564-2
	1,0+1	8,653-2	8,653-2	8,653-2	8,653-2
	1,5+1	8,959-2	8,959-2	8,959-2	8,959-2
1,0	1,0-1	3,564-2	3,564-2	3,564-2	3,564-2
	1,0	2,661-1	2,661-1	2,661-1	2,661-1
	1,0+1	5,953-1	5,953-1	5,953-1	5,953-1
	1,5+1	6,098-1	6,098-1	6,098-1	6,098-1
1,0+1	1,0-1	8,653-2	8,653-2	8,653-2	8,653-2
	1,0	5,953-1	5,953-1	5,953-1	5,953-1
	1,0+1	9,997-1	9,997-1	9,997-1	9,997-1
	1,5+1	9,997-1	9,997-1	9,999-1	9,999-1

TABELA (VII.7) - Resultados para um Canal Considerando o modelo FN e τ_p igual a 1 mês

λ (ano ⁻¹)	v (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)			
		$\mu = 8760 \text{ a}^{-1}$	$\mu = 365 \text{ a}^{-1}$	$\mu = 52 \text{ a}^{-1}$	$\mu = 0 \text{ a}^{-1}$
1,0-1	1,0-1	9,588-5	9,588-5	9,588-5	9,588-5
	1,0	9,534-4	9,534-4	9,534-4	9,534-4
	1,0+1	9,016-3	9,016-3	9,016-3	9,016-3
	1,5+1	1,312-2	1,312-2	1,312-2	1,312-2
1,0	1,0-1	9,534-4	9,534-4	9,534-4	9,534-4
	1,0	9,480-3	9,480-3	9,480-3	9,480-3
	1,0+1	8,965-2	8,965-2	8,965-2	8,965-2
	1,5+1	1,304-1	1,304-1	1,304-1	1,304-1
1,0+1	1,0-1	9,016-3	9,016-3	9,016-3	9,016-3
	1,0	8,965-2	8,965-2	8,965-2	8,965-2
	1,0+1	8,471-1	8,471-1	8,471-1	8,471-1
	1,5+1	1,232	1,232	1,232	1,232

A Fig. (VII.2) apresenta os resultados da análise considerando os três modelos levados em conta pelo programa RAMPSMM, a saber: *QA*, *FA* e *FN*. Cabe ressaltar que, até agora, não foi incluída a possibilidade de reparo imperfeito do canal (ou seja, estamos considerando que $\gamma = 1.0$). As curvas apresentadas, foram geradas considerando que $\lambda = 10/\text{ano}$, $\mu = 365/\text{ano}$ e $\tau_p = 1$ ano. É interessante observar que, para o modelo *FN*, a curva atinge um valor assintótico em $\eta = 1/\text{ano}$, pois, não está ocorrendo o reparo do canal. Por outro lado, para o modelo *FA*, a frequência de acidentes tende para a taxa de falha λ .

Como na análise efetuada em Oliveira & Amaral Netto (1987) não foi considerado o modelo *FN*, as comparações são feitas com os dois outros. De qualquer maneira, os resultados para este último estão coerentes, conforme já discutimos.

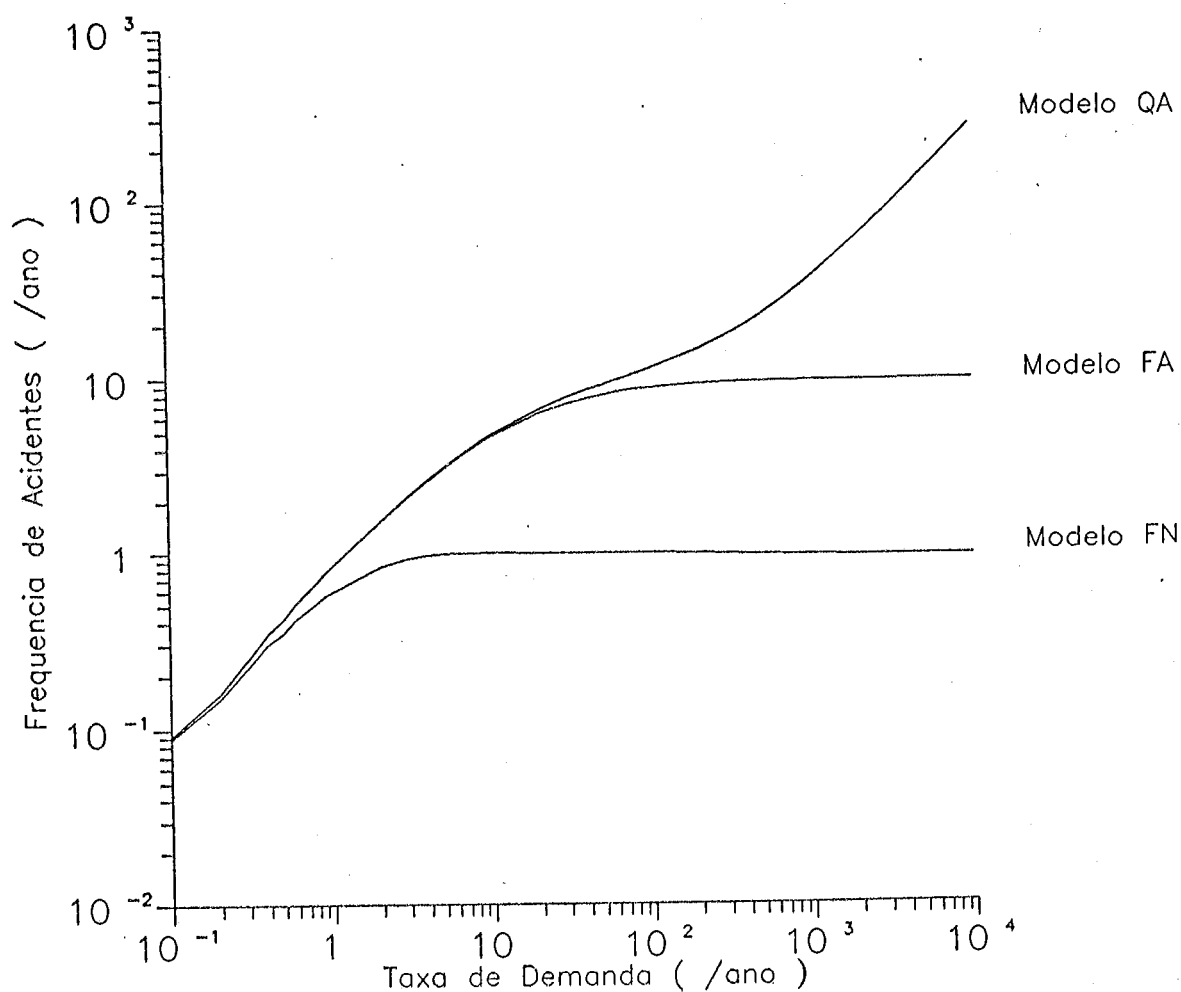


Figura (VII.2) - Variação da Frequência de Acidentes com a Taxa de Demanda para 1 Canal Considerando as Diferentes Políticas de Reparo

Continuando a análise para o presente caso, consideremos, agora, como varia a frequência de ocorrência de acidentes quando se leva em conta que o reparo do canal é imperfeito; em particular, consideraremos que o modelo de reparo é o *FA*.

A Figura (VII.3) apresenta os resultados mencionados no parágrafo anterior.

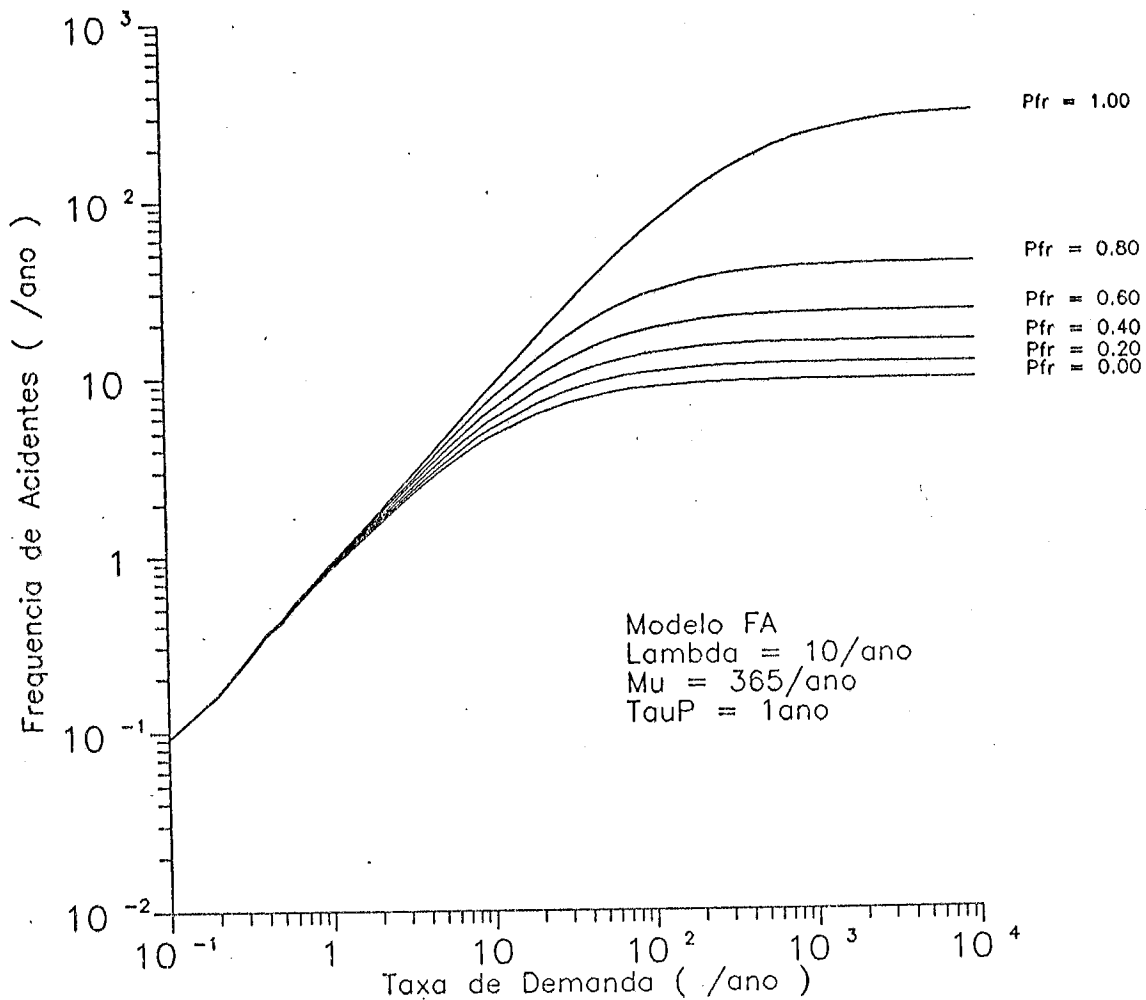


Figura (VII.3) - Variação da Frequência de Ocorrência de Acidentes em Função da Probabilidade de Falha no Reparo dos Canais, para um Canal

Nota-se, da Figura, que, quando a probabilidade de execução de reparo imperfeito é nula, obtém-se a mesma curva que na Figura anterior, com $\eta \rightarrow \lambda$. Já quando se considera que existem chances de que o reparo do canal seja imperfeito, o valor assintótico se torna mais alto, como esperado. Contudo, a variação não é sensível para os valores típicos de p_{fr} (os quais são menores que 10%). Por exemplo, para que o valor assintótico dobre, é necessário que p_{fr} seja igual a 60%. No caso limite, em que o reparo do canal é totalmente imperfeito, η tende assintoticamente a 250/ano, ou seja, 25 vezes

maior. Um outro aspecto interessante deste gráfico, é que, para baixas taxas de demanda ($v \leq 10/\text{ano}$) não são perceptíveis as diferenças entre as curvas, ou seja, não faz muita diferença a eficiência do reparo.

A Figura (VII.4) apresenta a mesma análise considerando o modelo de reparo *QA*. Como este não apresenta comportamento assintótico, o que se nota é que as curvas têm crescimento monotônico. Para a taxa de demanda limite apresentada no gráfico e considerando reparo totalmente imperfeito, chega-se a $\eta = 7 \times 10^3/\text{ano}$, sendo linear a variação de η com v . Já para reparo perfeito, chega-se a $\eta = 200/\text{ano}$.

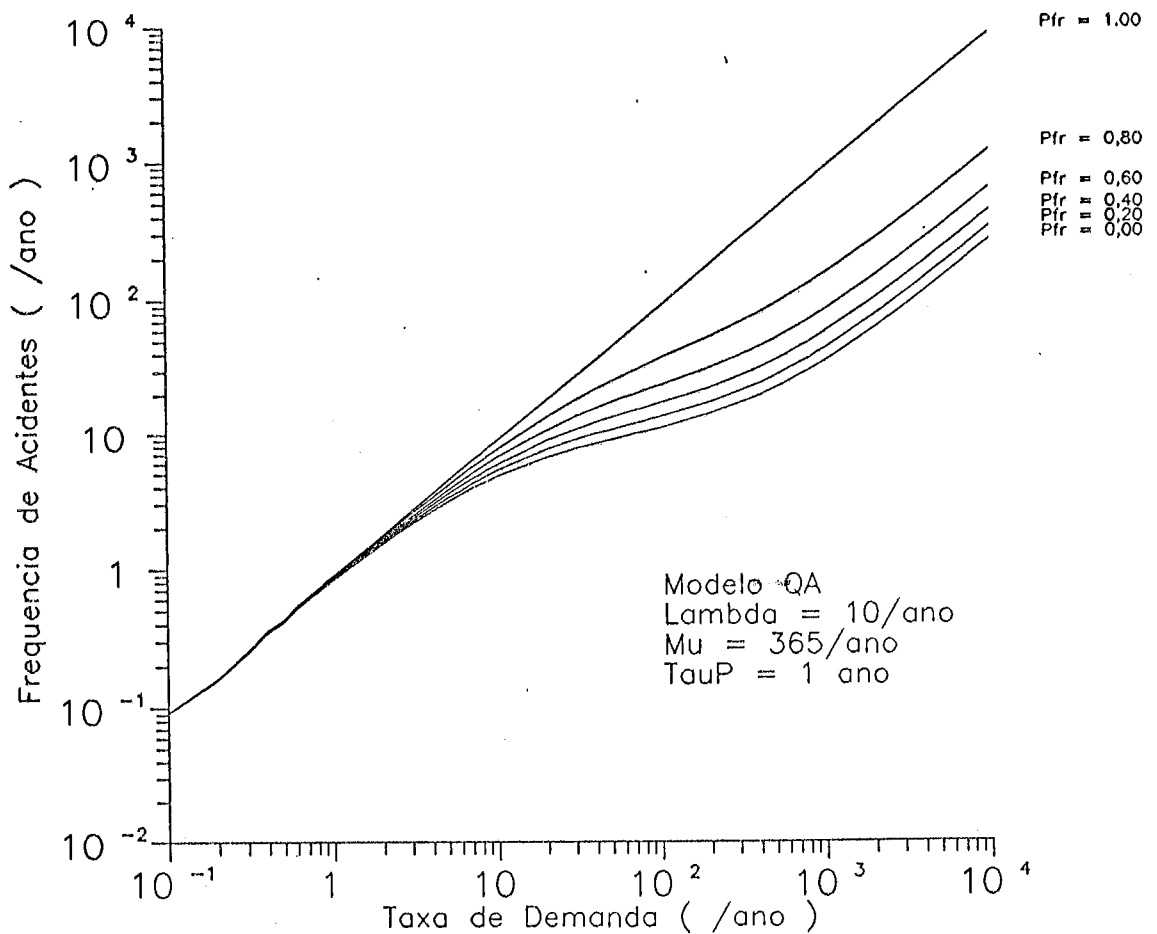


Figura (VII.4) - Variação da Frequência de Acidentes em Função da Probabilidade de Falha do Canal, considerando o Modelo de Reparo *QA* e um Canal

Uma conclusão geral a que se chega, pela análise dos dois gráficos anteriores, é que a influência da eficiência do reparo do canal sobre η só é sentida caso a taxa de demanda seja alta (pelo menos maior que 10/ano) e, além disso, que p_{fr} seja pelo menos igual a 40%, o que não acontece na prática, em geral. É sabido que o desempenho humano

é ineficiente em situações de emergência (acidente). Isto ocorre no contexto do modelo *QA* mas, não no caso do *FA*.

A variação da frequência de ocorrência de acidentes com a taxa de demanda, considerando o aspecto relativo à correção ou não do intervalo de tempo, questão discutida na seção IV.2, é apresentada nas Figuras (VII.5) e (VII.6).

Para proceder à análise, consideraram-se dois valores para a taxa de reparo, 52/ano e 8760/ano, uma vez que a partida dos estados de falha está diretamente relacionada com esta. Assim, verifica-se a influência de μ sobre η .

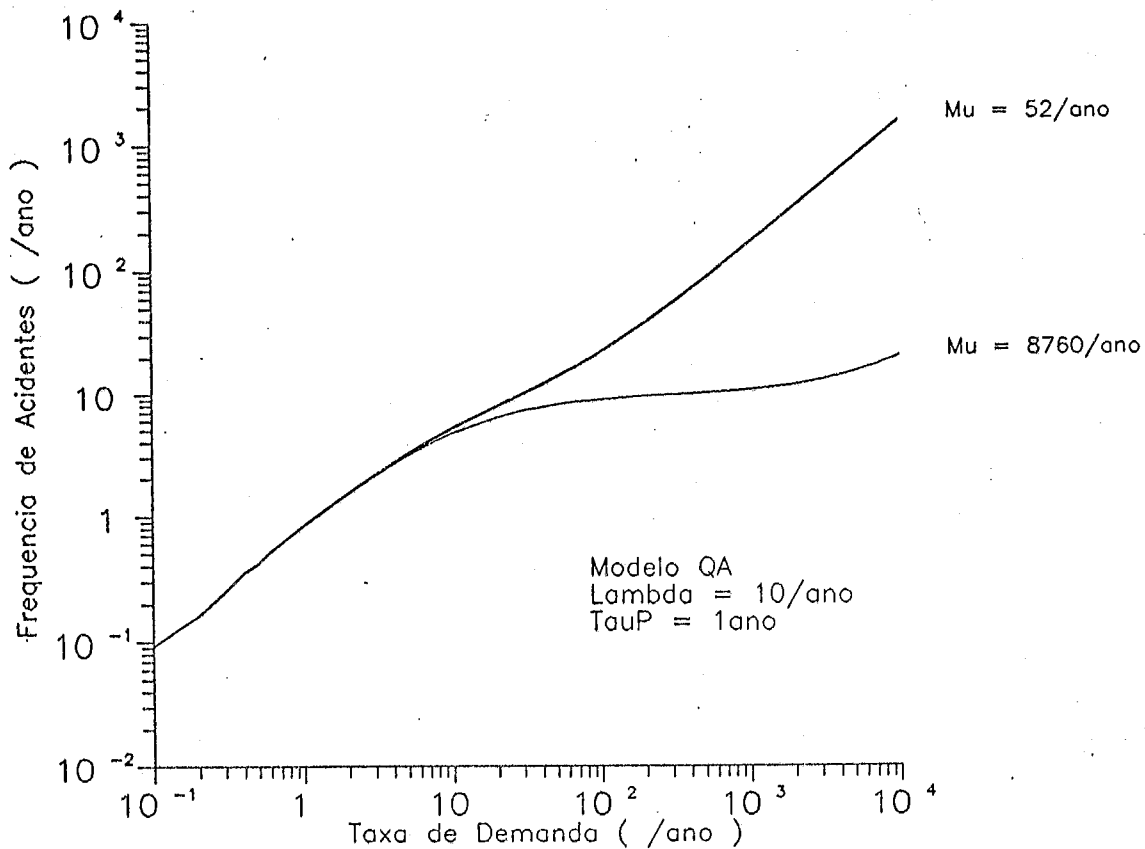


Figura (VII.5) - Variação de η em função de ν Considerando Correção do Intervalo de Análise, para um Canal

A Figura (VII.5) ilustra os resultados obtidos considerando o modelo QA de reparo. As curvas foram geradas considerando λ igual a 10/ano e τ_p igual a 1 ano. Nota-se que, para o modelo QA, a taxa de reparo menor apresenta resultados piores, i. e., maiores frequências de acidentes, o que é razoável, uma vez que, aqui, é feito reparo tanto *on line* como *off line*. Contudo, as duas curvas geradas para esta taxa de reparo se confundem, não

apresentando diferença significativa: se tomarmos uma taxa de demanda igual a 10.000/ano, veremos que, levando em conta a correção no intervalo, teremos $\eta = 1624/\text{ano}$, ao passo que, não a considerando, encontraremos $\eta = 1593/\text{ano}$. Para $\mu = 8760/\text{ano}$, os valores da frequência de acidentes são iguais a aproximadamente 21/ano. A conclusão a que se chega, neste caso, é que a correção não produz alterações muito significativas para este modelo.

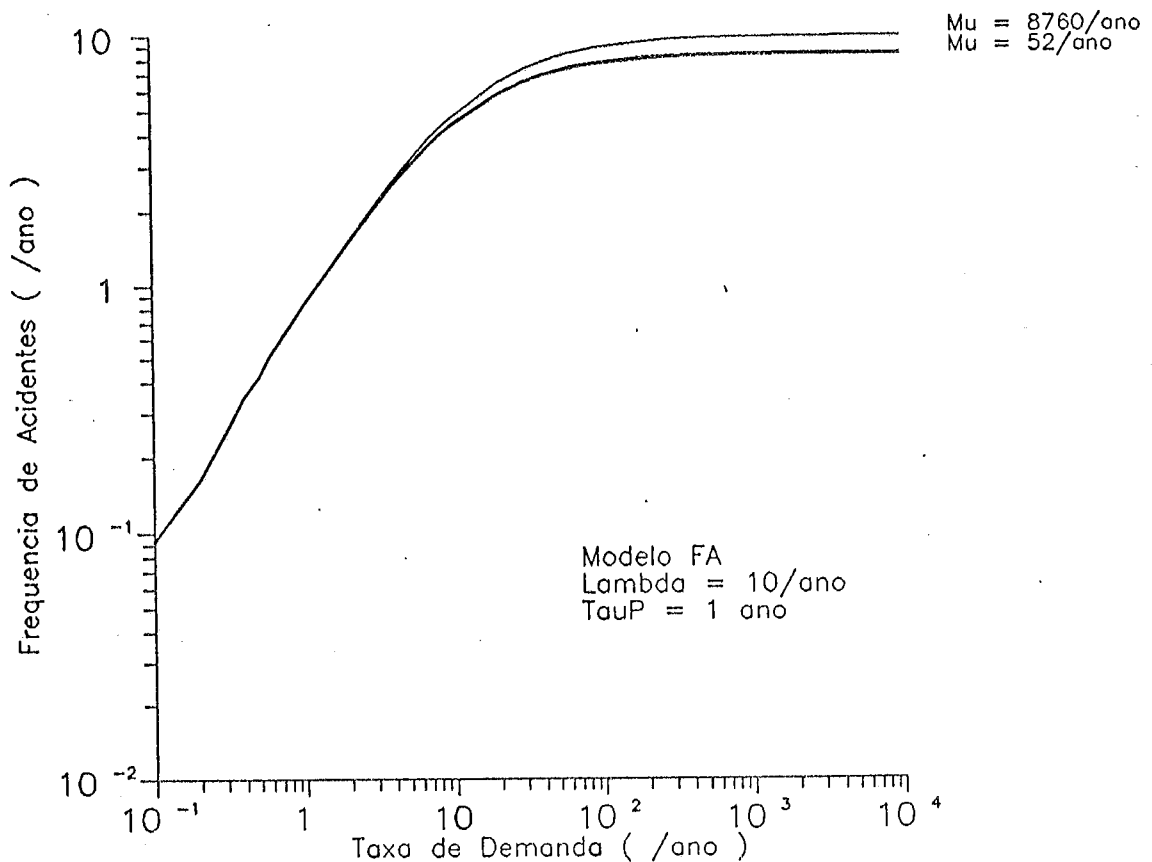


Figura (VII.6) - Variação de η em função de ν Considerando o Modelo de Reparo FA a Correção do Intervalo de Análise, para um Canal

Com relação à Figura (VII.6), nota-se que o comportamento é o inverso do apresentado na figura anterior, isto é, a curva superior está relacionada com $\mu = 8760/\text{ano}$. Assim como no caso do modelo QA, a correção temporal não apresentou efeito significativo: para $\mu = 8760/\text{ano}$ e considerando $\nu = 10.000/\text{ano}$, η com correção é igual a 8,522/ano e sem, 8,358/ano. Já para $\mu = 8760/\text{ano}$, obteve-se 9,927/ano (considerando a correção) e 9,925/ano, não considerando. Neste caso, como o reparo só é permitido *off line*, a influência da correção é bem menos significativa, pois os estados de falha revelada não são levados em conta. Daí a inversão das curvas.

VII.2.2) Resultados do modelo M para 2 canais

Oliveira *et alii* (1990) apresentam a discussão para o sistema de 2 canais considerando um modelo markoviano que leva em conta o reparo dos componentes, conforme já foi discutido no Capítulo IV.

As características gerais do modelo do presente trabalho não se diferenciam das apresentadas na referência citada no parágrafo anterior, com a exceção da abordagem das falhas de causa comum e da política de reparo, a qual será discutida mais adiante.

A Figura (VII.7) apresenta a comparação entre os modelos QAU e FAU para dois canais. Como antes, estão sendo usados valores típicos dos parâmetros. Um fato interessante a notar, é que a revelação da falha de um canal só é significativa para taxas de demanda maiores que cerca de 10/ano, sendo sensível o efeito na região de altas taxas de demanda, típicas em instalações petroquímicas, por exemplo. As taxas de demanda corriqueiramente encontradas em centrais nucleares não justificam esta diferenciação. Assim como para o modelo FA para um canal, o modelo FAU apresenta um valor assintótico para a frequência de acidentes devido à existência de estados absorventes.

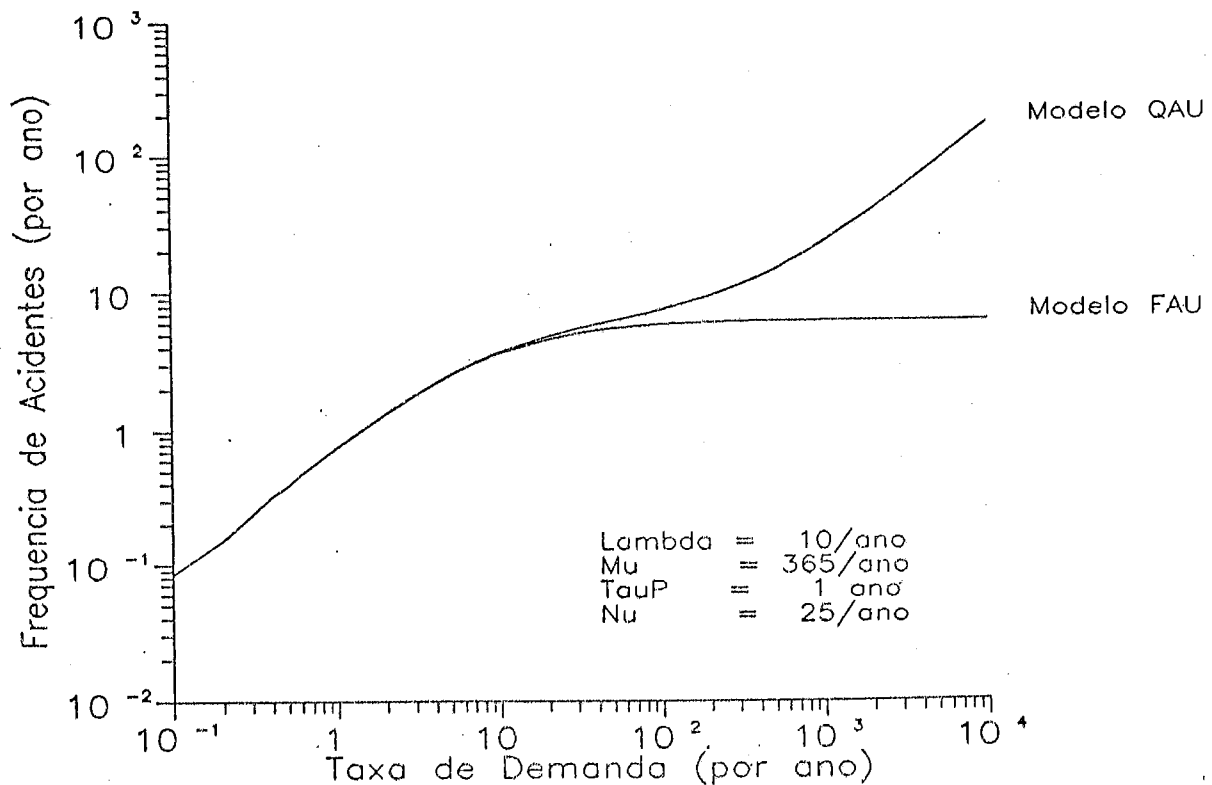


Figura (VII.7) - Frequência de Acidente para os Modelos de reparo QAU e FAU Considerando 2 Canais

A Figura (VII.8) apresenta o comportamento do modelo de reparo *on line* considerando a revelação da falha de um canal com a alternativa de só ocorrer a revelação da falha dos dois. Mais uma vez, apenas para taxas de demanda maiores que cerca de 10/ano se justifica a política de revelação da falha de um canal.

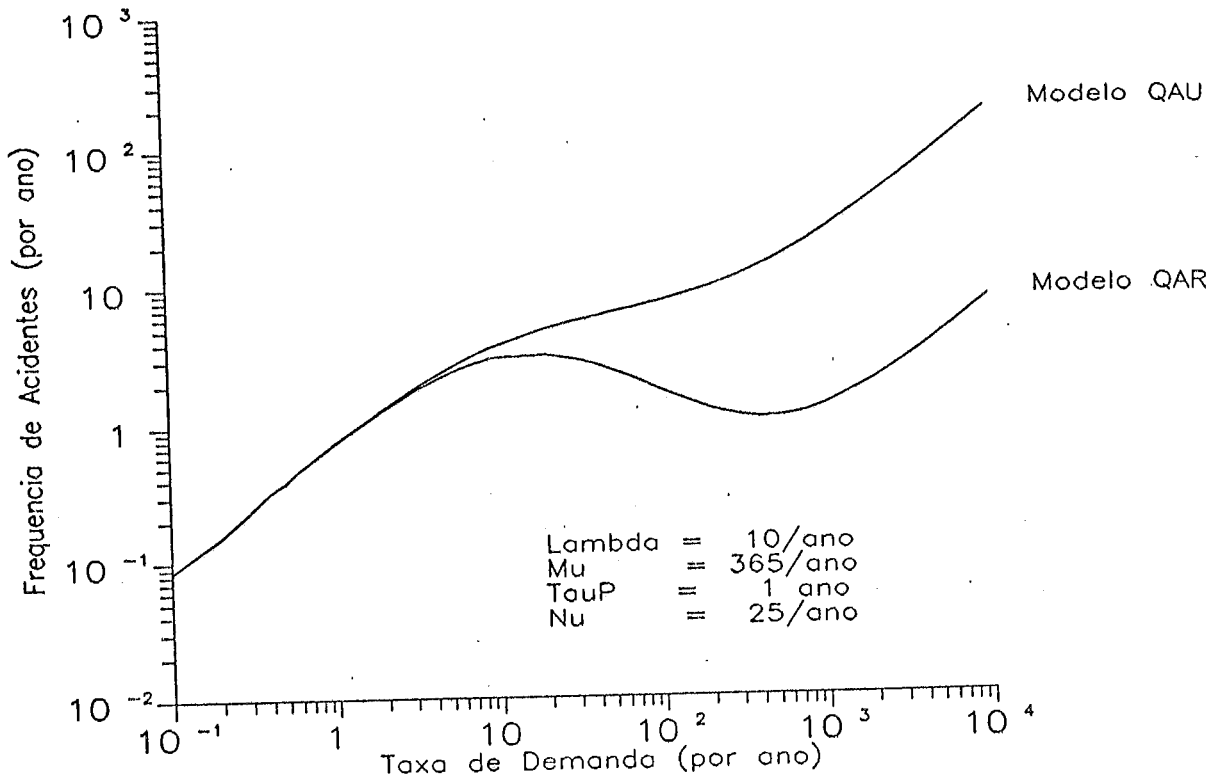


Figura (VII.8) - Frequência de Acidente Considerando os Modelos QAU e QAR de Reparo para 2 Canais

A situação em que somente o reparo *off line* dos canais é permitido, no contexto da revelação da falha de um canal, é ilustrada na Figura (VII.9). As mesmas conclusões do caso anterior são válidas aqui.

A abordagem de falhas de causa comum foi feita via modelo α , conforme discutido no Capítulo IV. Para ilustrar este ponto, as Figuras (VII.10) e (VII.11) apresentam análises da sensibilidade dos modelos QAR e FAR em relação a diferentes vetores α de falhas de causa comum.

Nota-se, em ambos os casos, que a ocorrência somente de falhas independentes (i. e., $\alpha_2 = 0$) reproduz resultados já conhecidos: a incidência de 10% e 20% de falhas duplas devido a uma causa comum, em ambos os casos pode chegar a afetar a frequência

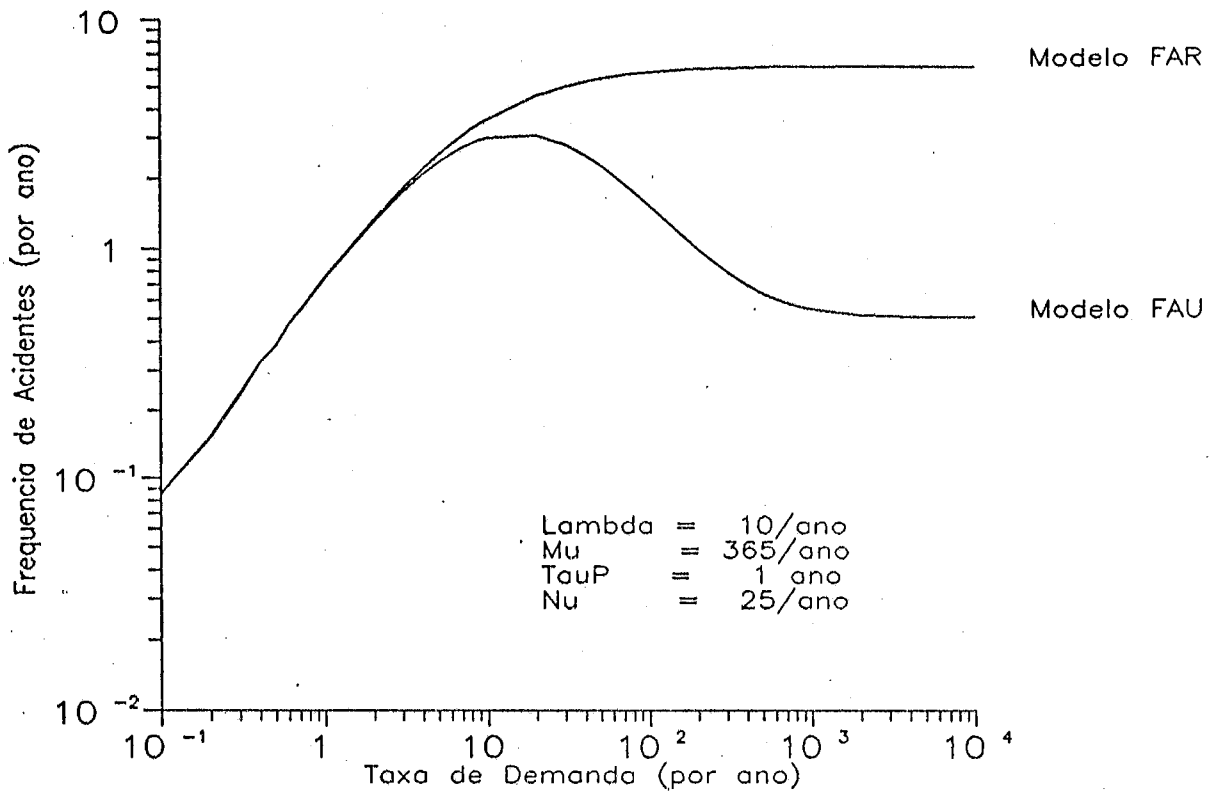


Figura (VII.9) - Freqüência de Acidente Considerando os Modelos de Reparo Off Line para 2 Canais

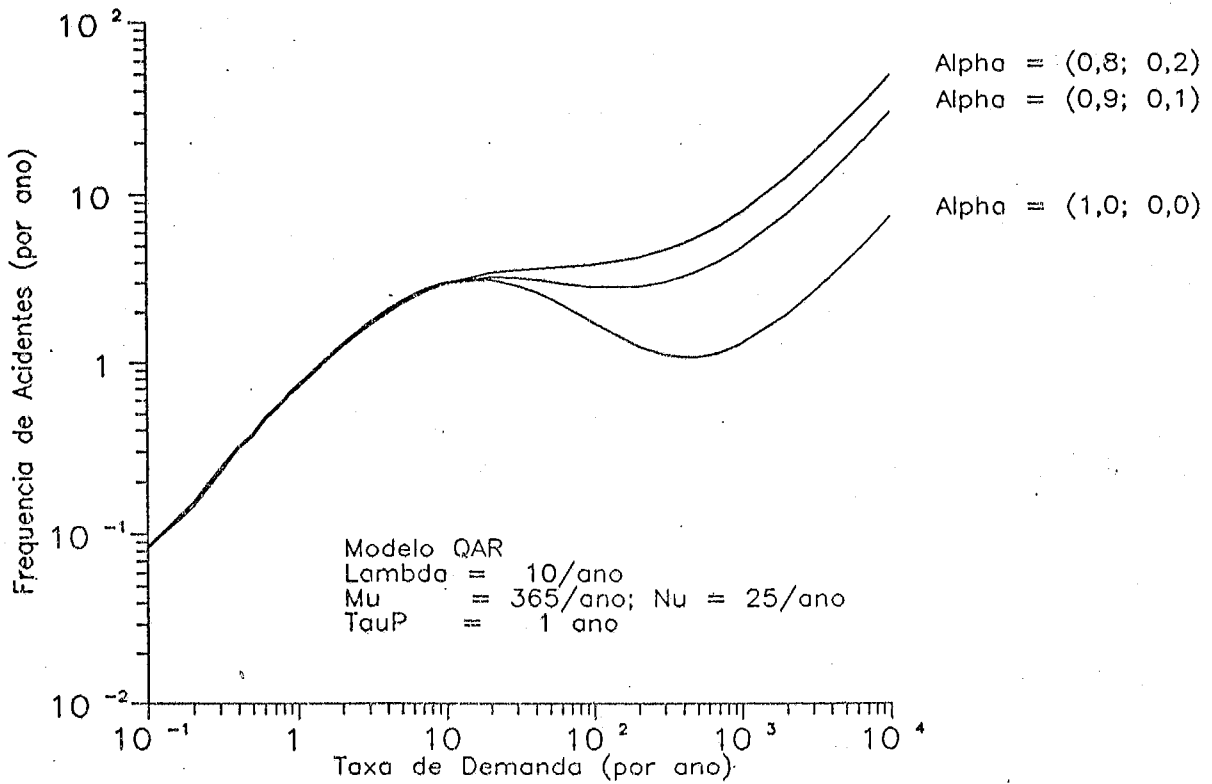


Figura (VII.10) - Efeito de Falhas de Causa Comum sobre a Freqüência de Acidentes Considerando o Modelo de Reparo QAR e 2 Canais

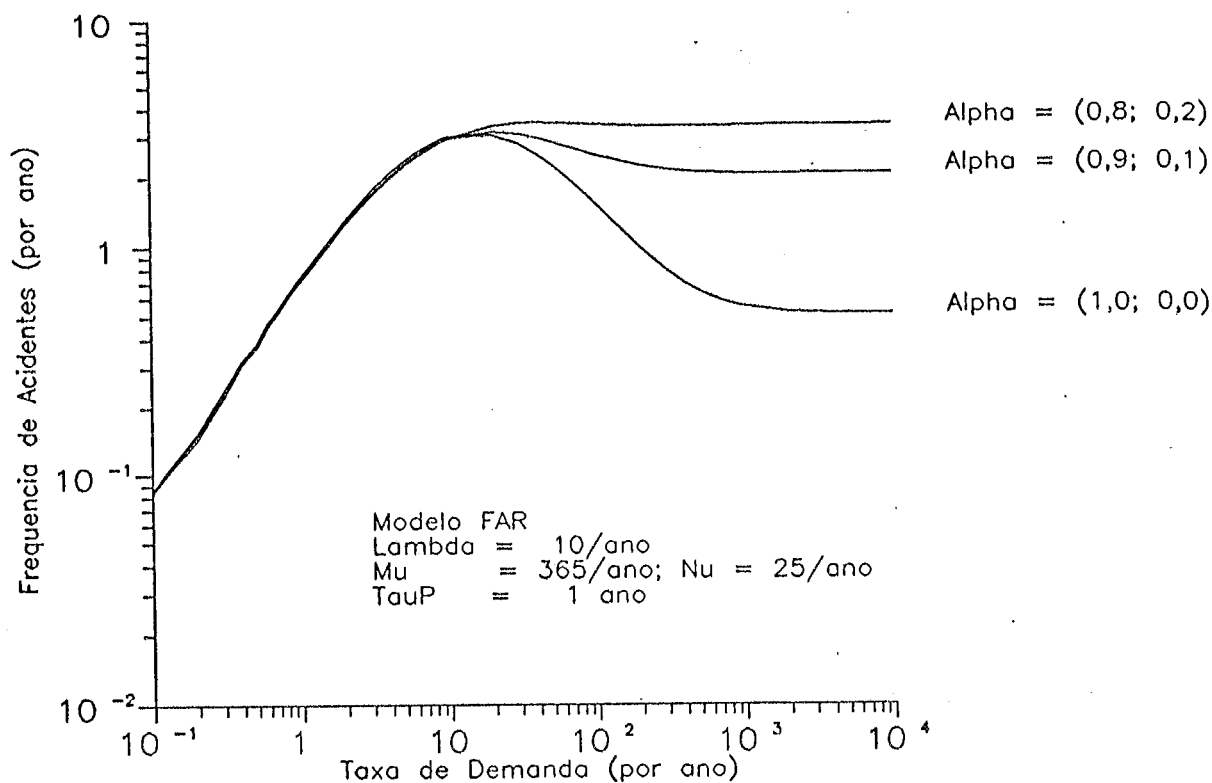


Figura (VII.11) - Efeito de Falhas de Causa Comum sobre a Frequência de Acidentes Considerando o Modelo de Reparo FAR para 2 Canais

de acidentes por ordens de magnitude. Os efeitos são sensíveis apenas para taxas de demanda maiores que cerca de 10/ano.

O papel desempenhado pelo reparo imperfeito de canais é apresentado nas Figuras (VII.12) a (VII.15). Os resultados referentes ao modelo *QAR* aparecem na Figura (VII.12). Para valores típicos da probabilidade de ocorrência de reparo imperfeito ($P_{fr} = 5\%$) os efeitos sobre η são pouco sensíveis, mesmo para altas taxas de demanda. Diferenças em termos de ordens de magnitude só aparecem para probabilidades maiores ou iguais a 40%, as quais não surgem na imensa maioria das situações operacionais encontráveis na prática, ou seja, operação normal ou pequenos distúrbios operacionais. Observa-se que a situação limite em que a eficiência das equipes de reparo é nula, produz uma variação linear de η com a taxa de demanda, a qual se repete no caso do modelo *QAU*.

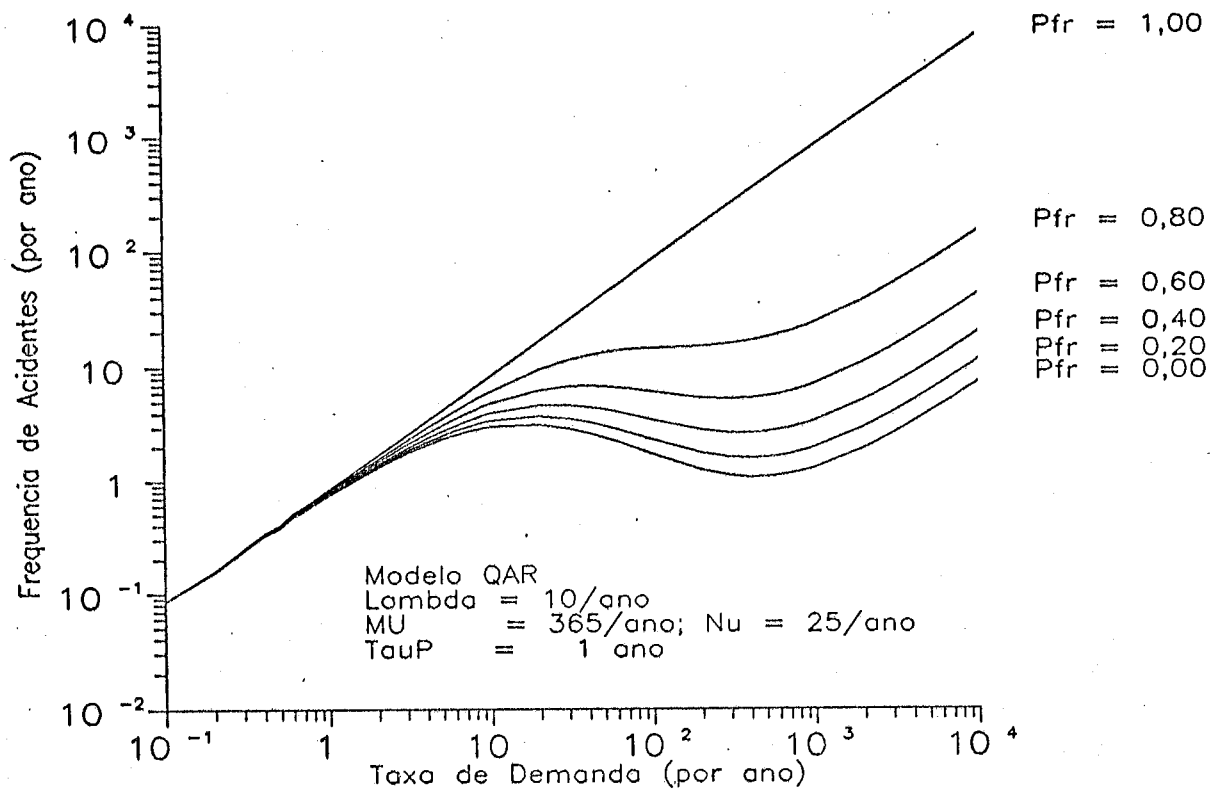


Figura (VII.12) - Influência da Eficiência de Reparo sobre a Frequência de Acidentes considerando o Modelo de Reparo QAR para 2 Canais

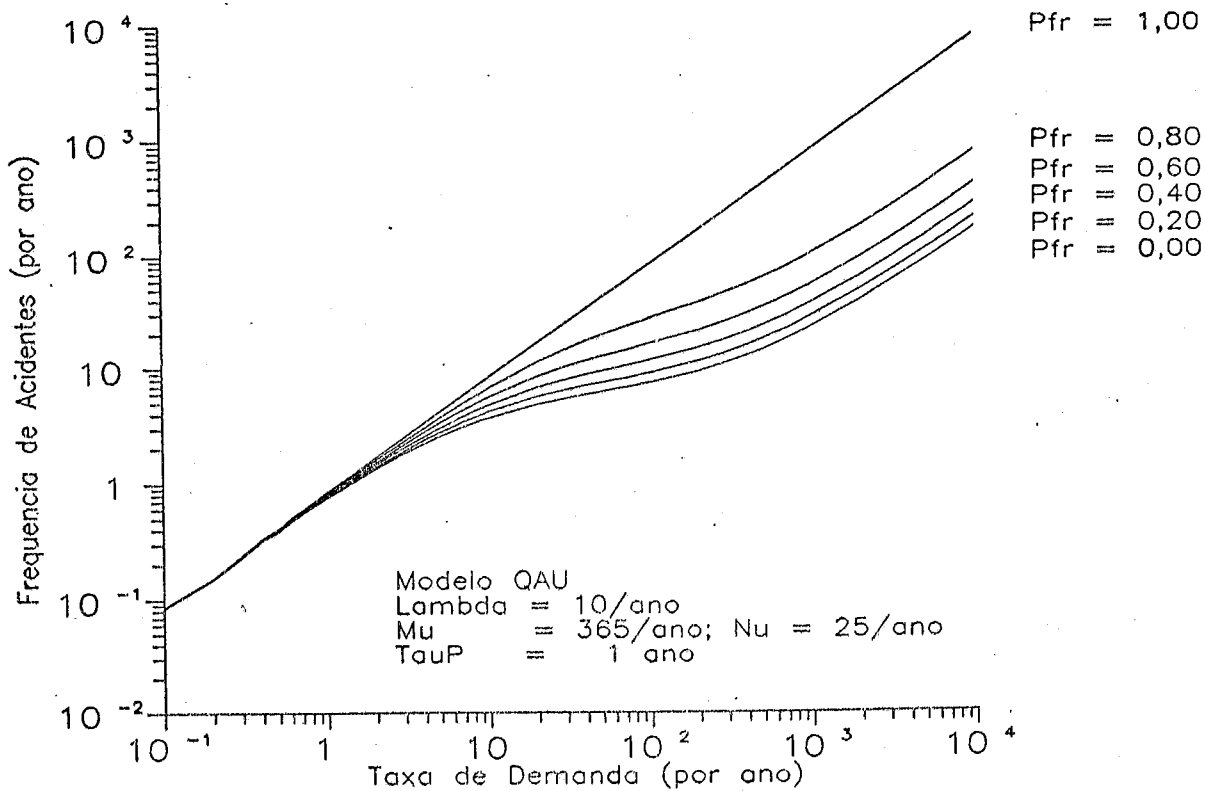


Figura (VII.13) - Influência da Eficiência do Reparo sobre a Frequência de Acidentes Considerando o Modelo de Reparo QAU para 2 Canais

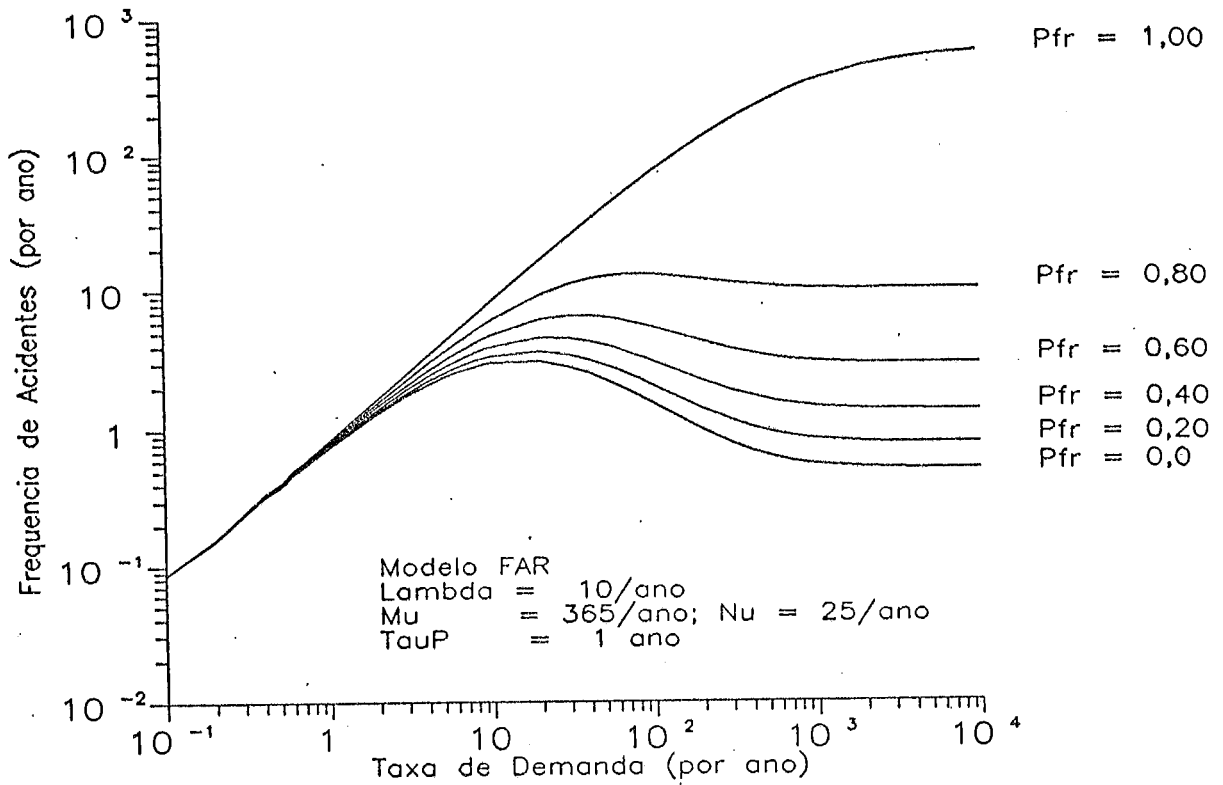


Figura (VII.14) - Influência da Eficiência de Reparo sobre a Frequência de Acidente considerando o Modelo de Reparo FAR para 2 Canais

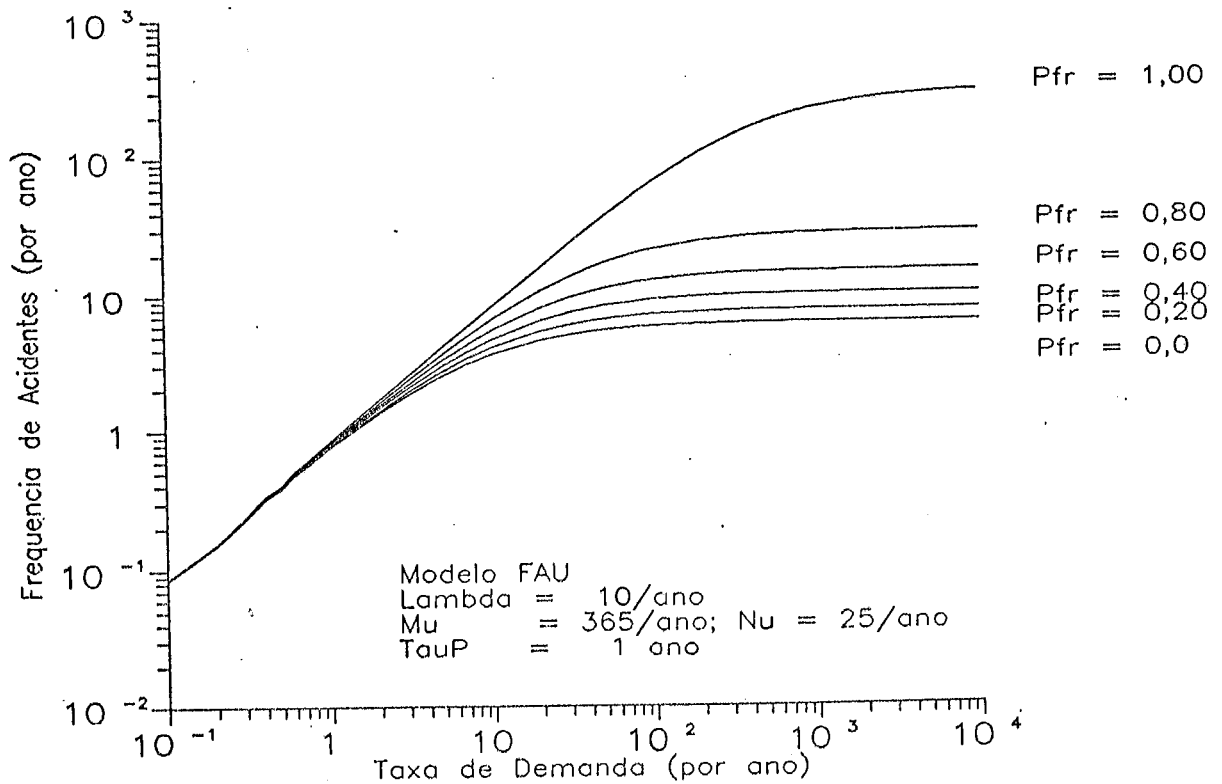


Figura (VII.15) - Influência da Eficiência de Reparo sobre a Frequência de Acidentes considerando o Modelo de Reparo FAU para 2 Canais

Em relação aos modelos *FAR* e *FAU*, aplicam-se as conclusões gerais discutidas no parágrafo anterior. Note-se que o reparo totalmente imperfeito produz um comportamento linear que tende para um valor assintótico para taxas de demanda acima de cerca de 1.000/ano.

As Figuras (VII.16) e (VII.17) apresentam os resultados da análise relativa à influência da correção temporal sobre a frequência de acidentes: a primeira, considera o modelo de reparo *QAR*, enquanto a segunda, contempla o modelo *FAR*. Assim como no caso de 1 canal, dois valores bastante diferentes da taxa de reparo foram considerados: 52/ano e 8.760/ano.

Em particular, a Figura (VII.16) mostra que os efeitos são bastante semelhantes aos encontrados em relação ao sistema de proteção com 1 canal, ou seja, a correção não apresenta influência significativa. O único ponto a mencionar, aqui, refere-se à queda pronunciada de η para o maior valor da taxa de reparo, considerando altas taxas de demanda. Conclusões gerais semelhantes aplicam-se em relação ao modelo de reparo *FAR*, cujos resultados são apresentados na Figura (VII.17).

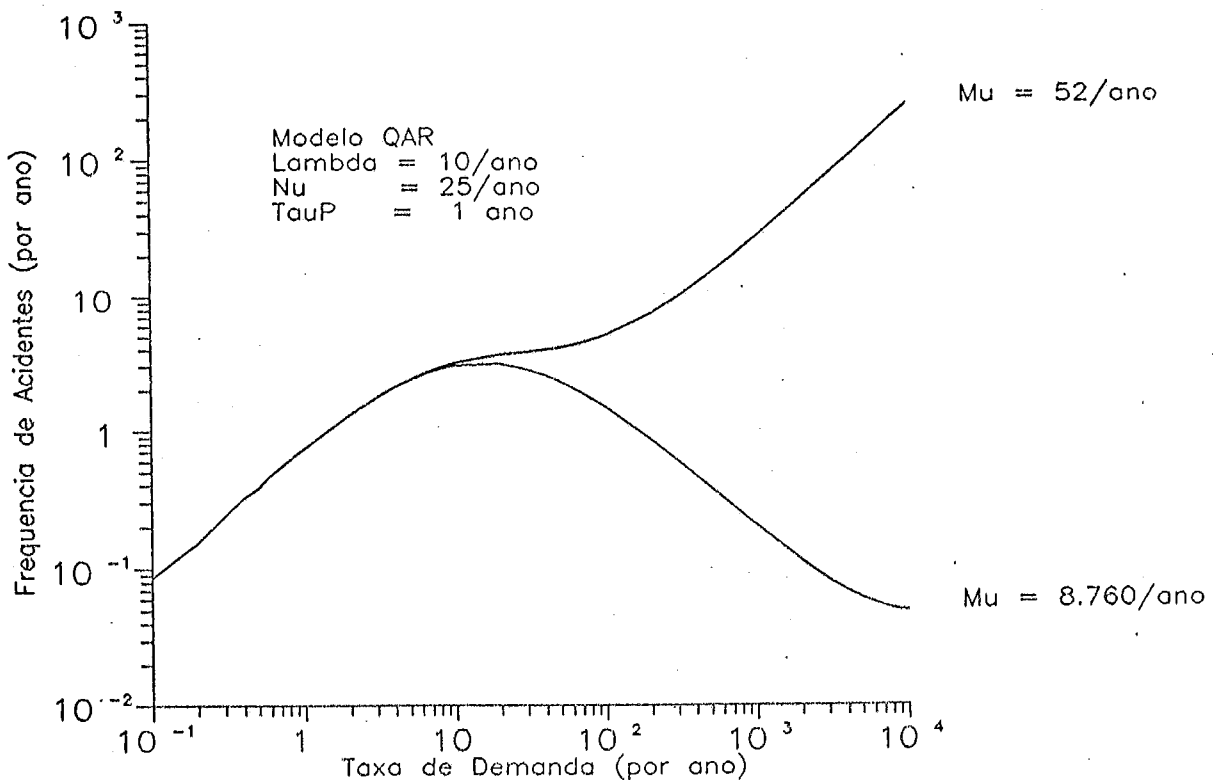


Figura (VII.16) - Influência da Correção Temporal sobre a Frequência de Acidentes considerando o Modelo de Reparo *QAR* para 2 Canais

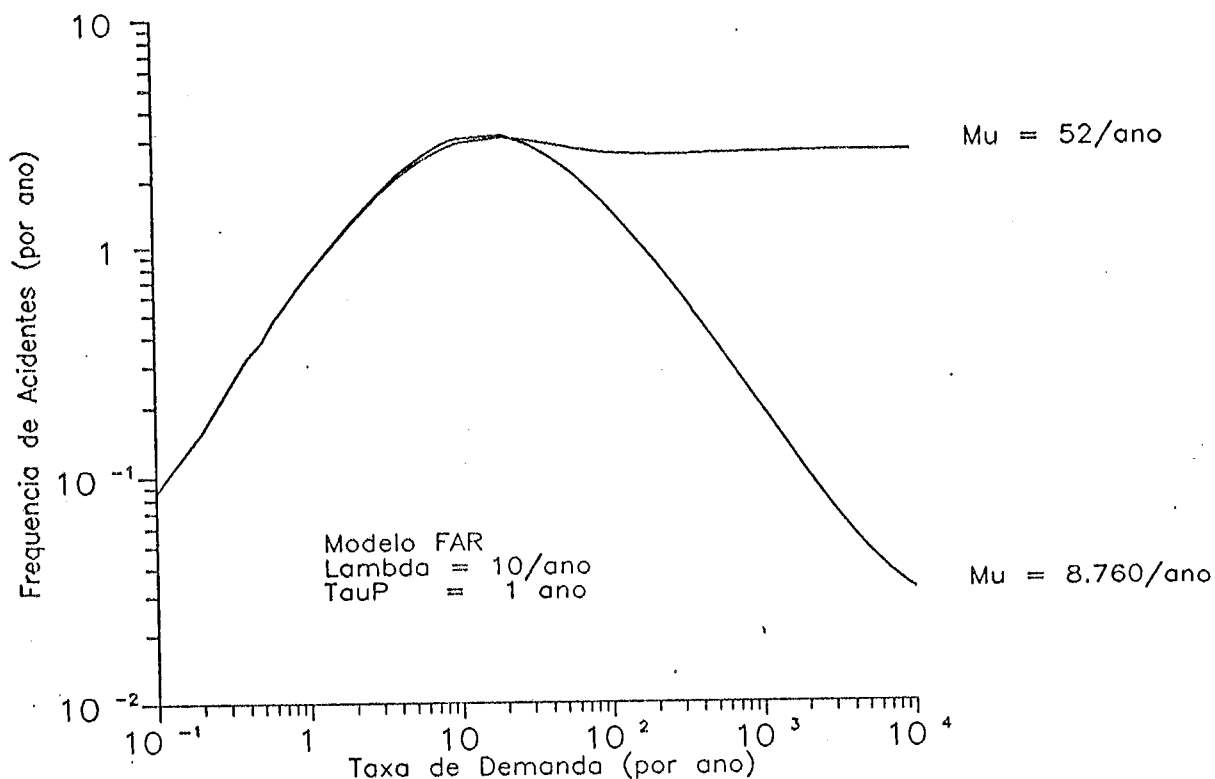


Figura (VII.17) - Influência da Correção Temporal sobre a Frequência de Acidentes considerando o Modelo de Reparo FAR para 2 Canais

Um aspecto novo, que surge quando o sistema é constituído por 2 ou mais canais, está relacionado com o número de equipes de reparo e com a forma como elas trabalham.

Conforme pode ser observado na Figura (IV.8), admite-se, a priori, que existem 2 equipes de reparo e que, quando os 2 canais estão falhos, uma delas é escolhida e posta para trabalhar no canal falho. Desta forma, os canais são reparados um por vez.

Uma segunda alternativa, é colocar as duas equipes de reparo para trabalharem concomitantemente e, com isto, retornar o sistema para o estado 1 (vindo do 6). Considerando que o reparo pode não ser perfeito, o sistema pode retornar para o estado 2 (quando o reparo de um dos canais não for perfeito) ou para o 4 (quando o de ambos não o for).

A Figura (VII.18) apresenta a análise desenvolvida considerando as duas políticas de reparo descritas.

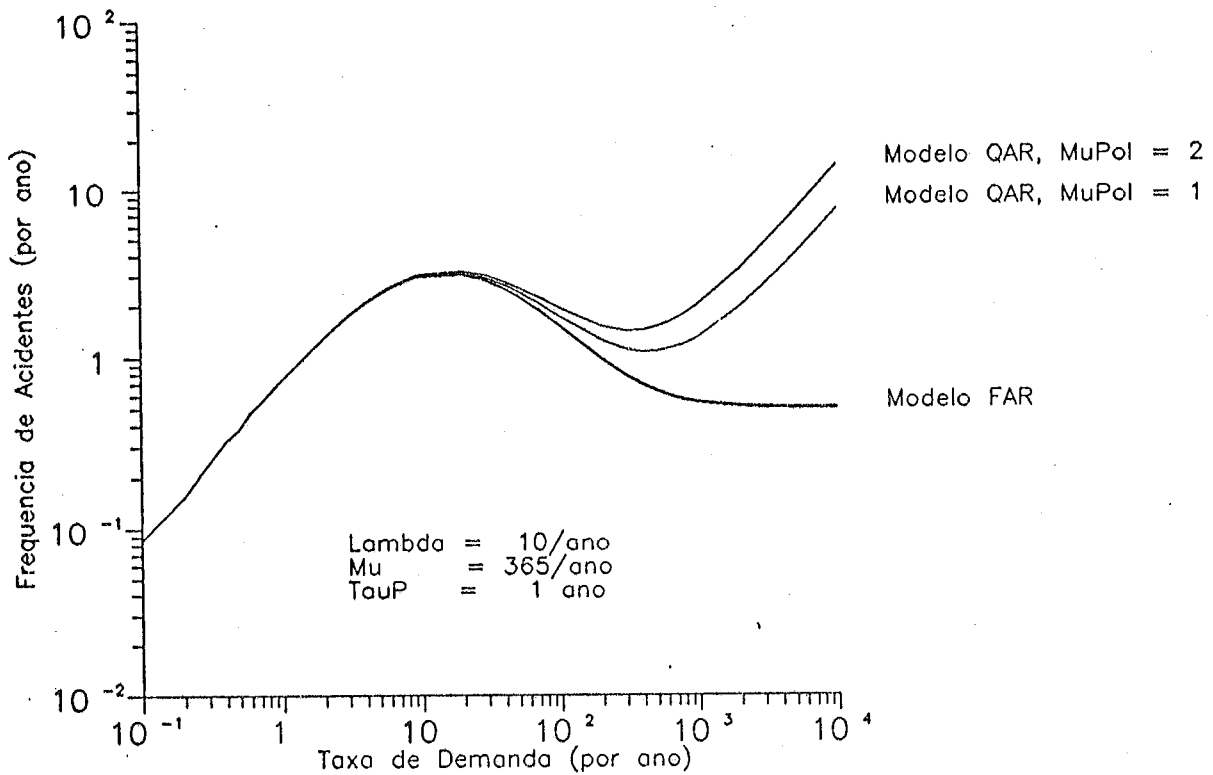


Figura (VII.18) - Influência das Políticas de Reparo sobre a Frequência de Acidente para 2 canais ($\text{MuPol} = 2$: Reparo Concomitante, $\text{MuPol} = 1$: Reparo Individual)

Em primeiro lugar, observa-se que os efeitos das diferentes políticas de reparo só se fazem notar para taxas de demanda maiores que cerca de 10/ano. Em termos do modelo *FAR*, as diferenças entre ambas não são sensíveis, nem mesmo para altas taxas de demanda: por exemplo, para $v = 10^4$ /ano, a diferença é da ordem de 1%.

Já para o modelo *QAR*, nota-se uma diferença um pouco mais pronunciada mas, mesmo assim, considerando altas taxas de demanda, esta diferença não chega a uma ordem de magnitude. Naturalmente, reparar ambos os canais ao mesmo tempo redundaria em uma maior indisponibilidade do sistema, se se considera que a taxa de reparo é a mesma.

VII.2.3) Resultados do modelo M para 3 canais

Para o caso de 3 canais, inicia-se a discussão apresentando-se os resultados obtidos para a confrontação dos modelos *QAR* e *FAR*, na Figura (VII.19). Nota-se que o comportamento das curvas não muda em relação aos resultados para um ou dois canais; no presente caso, só se observam diferenças significativas para taxas de demanda maiores que cerca de 30/ano.

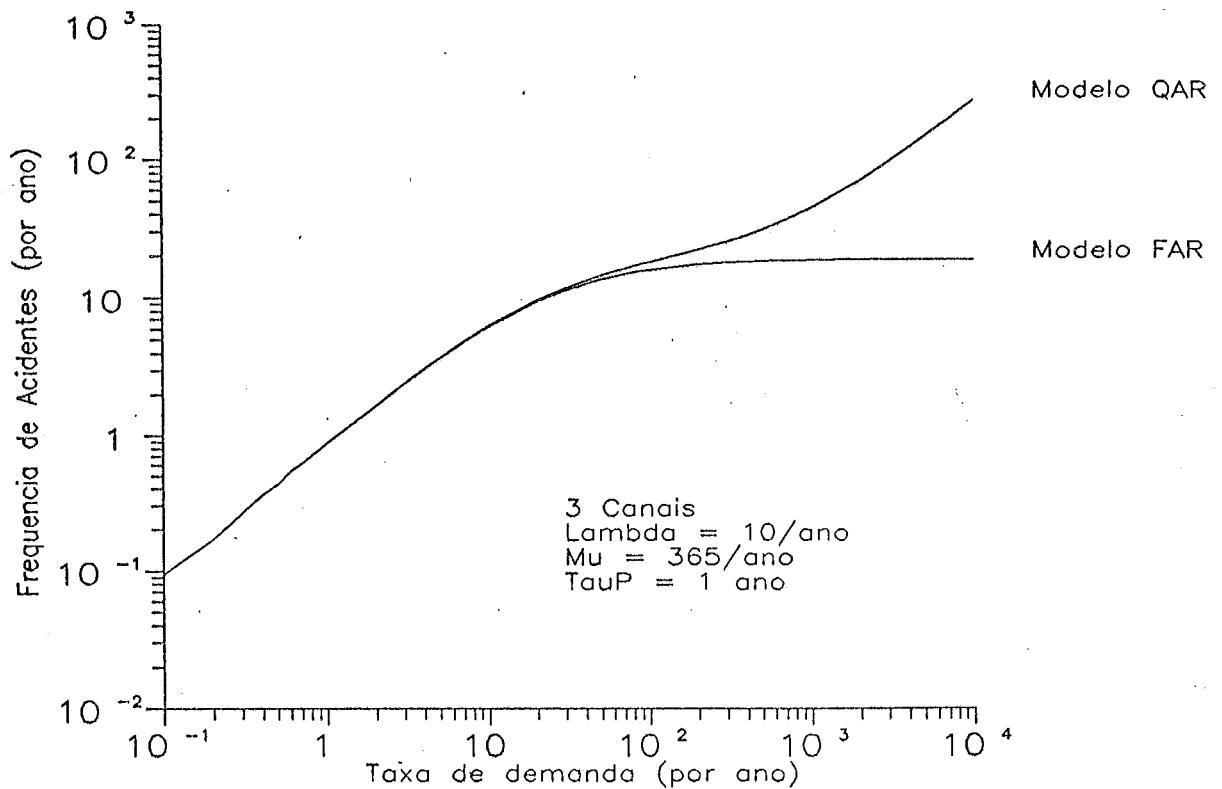


Figura (VII.19) - Comparação entre os Resultados dos Modelos *QAR* e *FAR* para a Frequência de Acidentes considerando 3 Canais

A influência da taxa de reparo sobre a frequência de acidente é exibida na Figura (VII.20). Aqui, duas curvas são apresentadas, a superior considerando uma taxa de falha dos canais de 10/ano e a inferior, de 1/ano. A taxa de falha maior, produz um efeito menos sensível sobre a frequência de acidente: para uma taxa de demanda da ordem de 1/ano, η é dada por cerca de 22/ano, ao passo que para $v = 10^4/\text{ano}$, obtém-se η aproximadamente igual a 15/ano, que não chega a ser um decréscimo de 50%; por outro lado, quando a taxa de falha é de 1/ano, a variação referida é de um fator de cerca de 7.

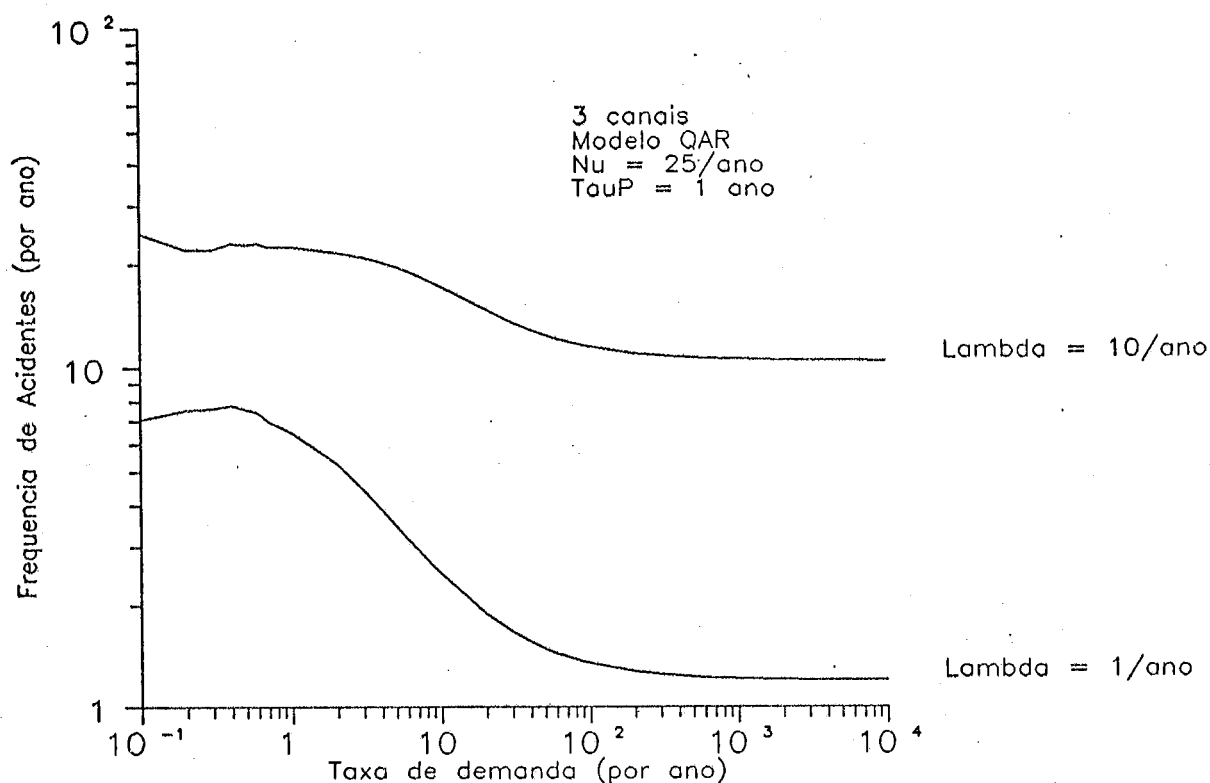


Figura (VII.20) - Influência da Taxa de Reparo sobre a Frequência de Acidentes considerando o Modelo QAR para 3 Canais

Observe-se que o comportamento genérico das curvas da Figura (VII.20) é decrescente. Em primeiro lugar, estamos considerando a lógica de falha 3 - 4 : F e, em segundo, o modelo de reparo, é o QAR. Para valores mais baixos da taxa de falha, η decresce de forma mais pronunciada, devido à maior capacidade de reparo dos canais já falhos, antes que ocorram novas falhas de canais que conduzam à falha do sistema. Uma diferença marcante em relação ao sistema de 2 canais, é que neste último caso, taxas de falha maiores produzem um comportamento distinto, ou seja, η tende para um valor assintótico mas, antes, apresenta um comportamento crescente, Oliveira *et alii* (1990). Esta diferença pode ser explicada porque, com três canais, o nível de redundância é consideravelmente maior do que com 2 (mesmo que não estejamos considerando a lógica de falha 3 - 3 : F).

A Figura (VII.21) apresenta a comparação entre os resultados para os modelos QAU e FAU. Ressalte-se que, de uma forma genérica, os modelos de falha não reveladas para um sistema $k - N : F$ pressupõem a não revelação da falha de $k - 1$ canais.

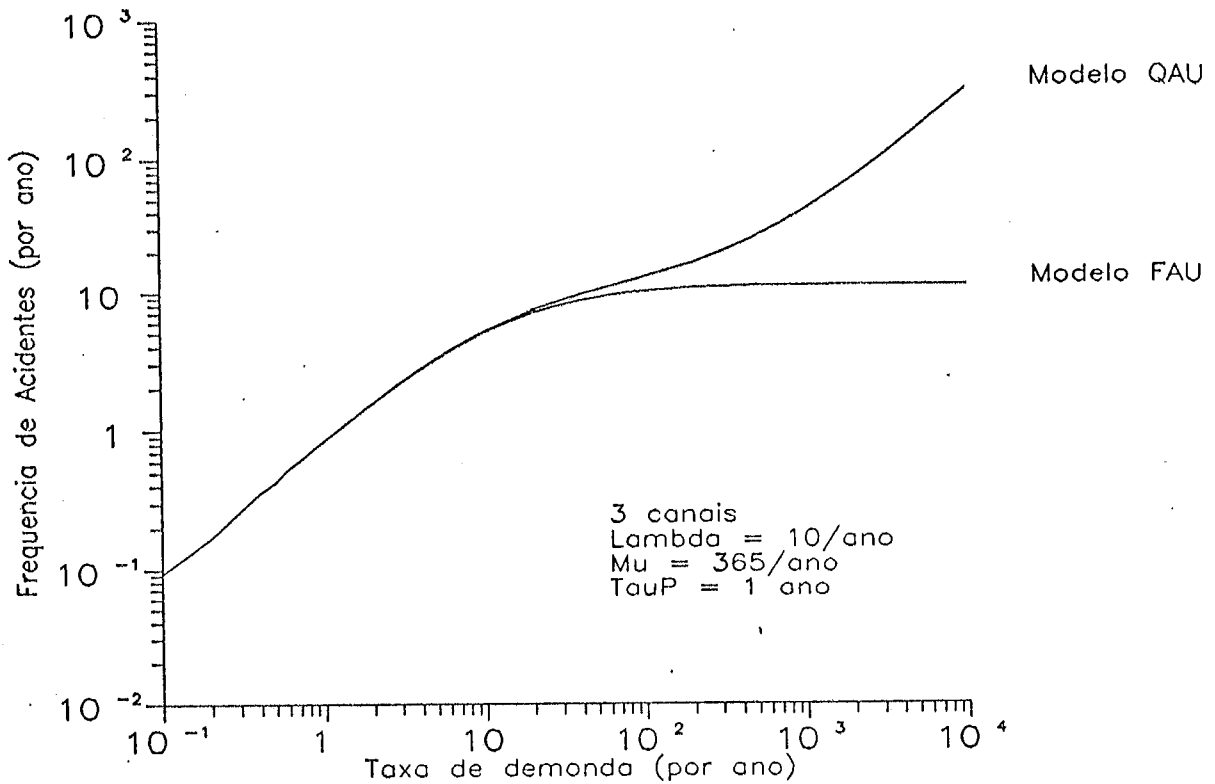


Figura (VII.21) - Comparação entre os Modelos de Reparo QAU e FAU para o Sistema com 3 Canais

Assim como ocorreu com o sistema de 2 canais (Figura VII.7), é extremamente significativo o efeito da política de revelação de falhas adotada, desde que se esteja trabalhando com altas taxas de demanda.

A Figura (VII.22) apresenta a comparação entre os modelos QAR e QAU para o sistema. Três regiões podem ser distinguidas na mesma.

Em primeiro lugar, para taxas de demanda inferiores a cerca de 6/ano, não se percebe diferença sensível entre os dois modelos. Aparece, então, uma região onde, claramente, um modelo se sobrepõe ao outro e, finalmente, há uma inversão das curvas, para uma taxa de demanda de cerca de 1000/ano mas, mesmo assim, o efeito não é muito sensível. Na região central, a curva do modelo QAR se sobrepõe à do modelo QAU mas, a diferença não chega a 20%: para uma taxa de demanda de cerca de 500/ano, a frequência de acidentes dada pelo modelo QAR, é de cerca de 31/ano, enquanto que a do QAU, é de cerca de 25/ano. Para uma taxa de demanda de 10.000/ano, os dois modelos fornecem uma frequência de acidentes da ordem de 200/ano. Mesmo com a distinção de três regiões, as diferenças observadas não são significativas.

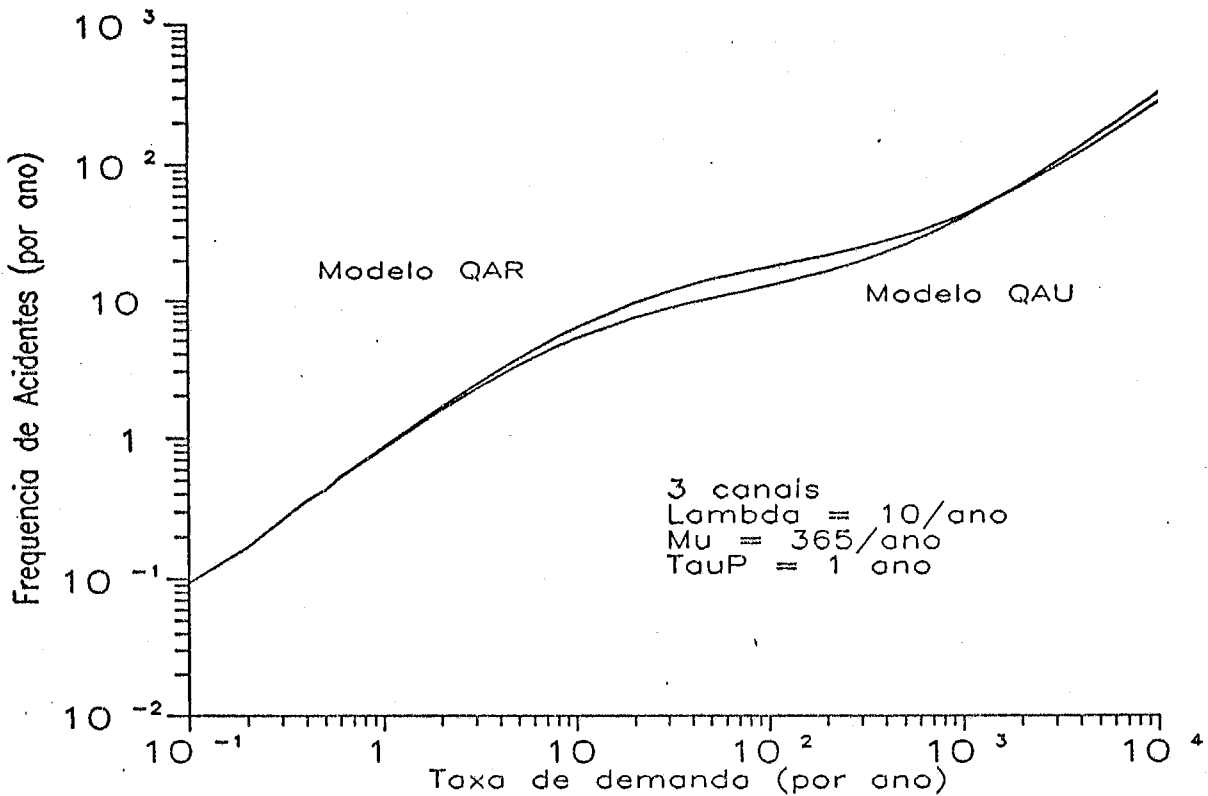


Figura (VII.22) - Comparação entre os Modelos QAR e QAU para 3 Canais

Comparação semelhante à apresentada na Figura (VII.22) é agora focalizada em relação aos modelos FAR e FAU, na Figura (VII.23). Aqui, o comportamento não foge ao padrão já conhecido, em virtude do modelo só permitir reparo *off line*. As diferenças, só são percebidas para taxas de demanda maiores que cerca de 10/ano, podendo chegar a um fator de 2 na região assintótica.

A influência de falhas de causa comum é exibida nas Figuras (VII.24) e (VII.25). Três vetores alfa são empregados, conforme mostrado nas figuras. Note-se que, em virtude do modelo empregado para a análise, é possível considerar falhas de causa comum intermediárias, o que, aqui, significa, a falha de 2 canais devido a causas comuns. Em ambas, as divergências começam quando as taxas de demanda são maiores que cerca de 10/ano. Os efeitos das falhas de causa comum são bem conhecidos, sendo os resultados aqui apresentados consistentes com os mesmos, ou seja, obtêm-se freqüências de acidente maiores devido à possibilidade de ocorrência de falhas múltiplas em um intervalo Δt .

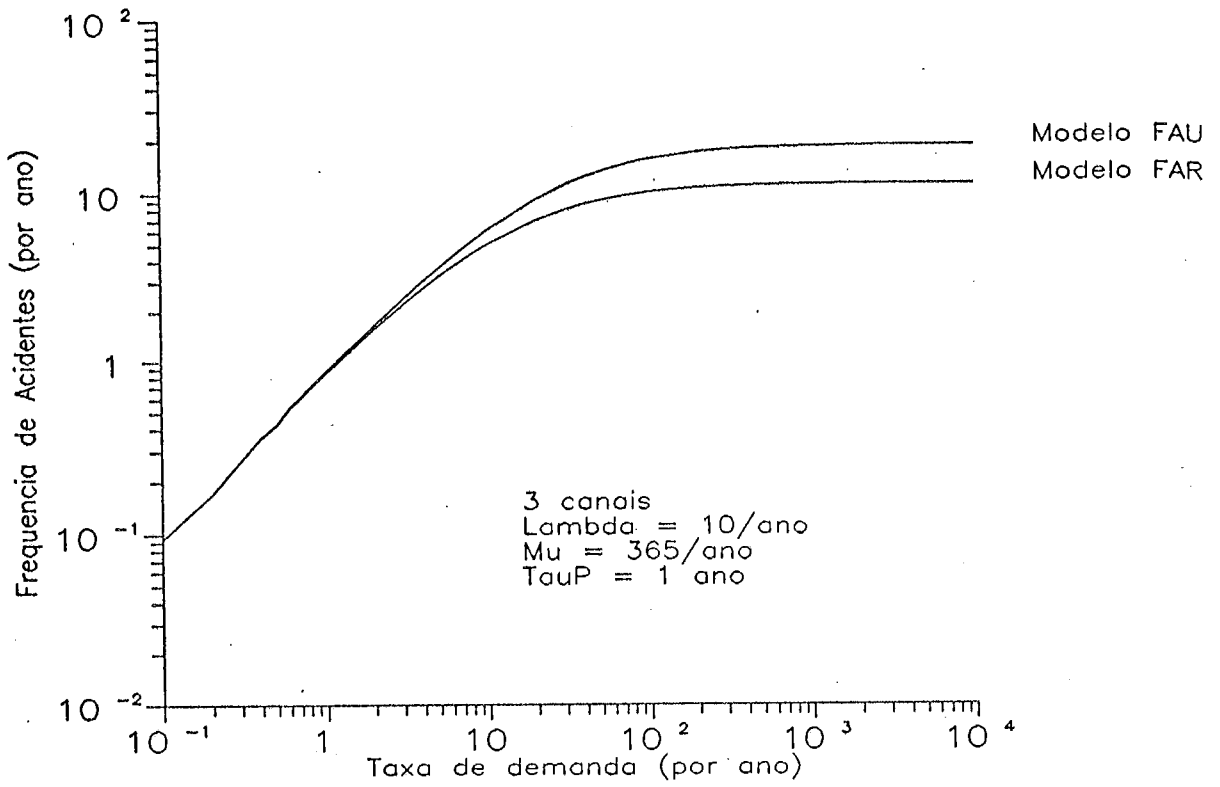


Figura (VII.23) - Comparação entre os Modelos FAR e FAU para 3 Canais

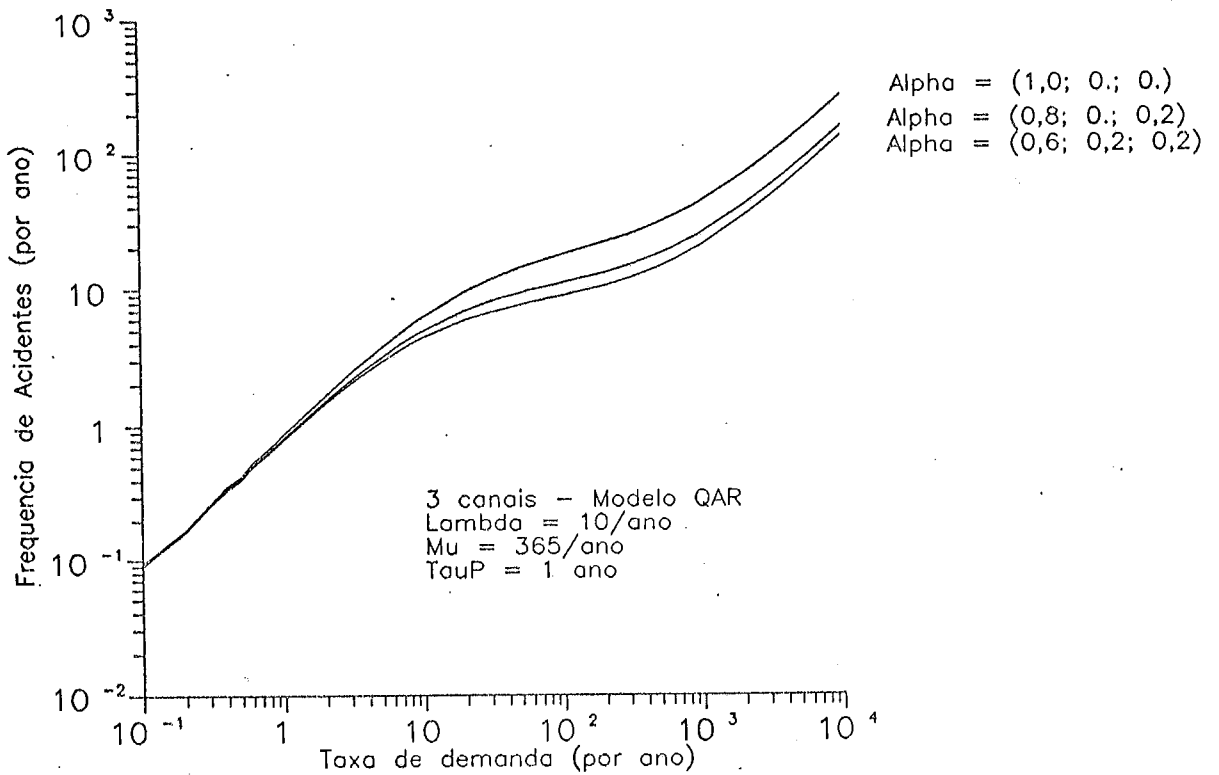


Figura (VII.24) - Influência de Falhas de Causa Comum sobre a Frequência de Acidentes Considerando o Modelo QAR para 3 Canais

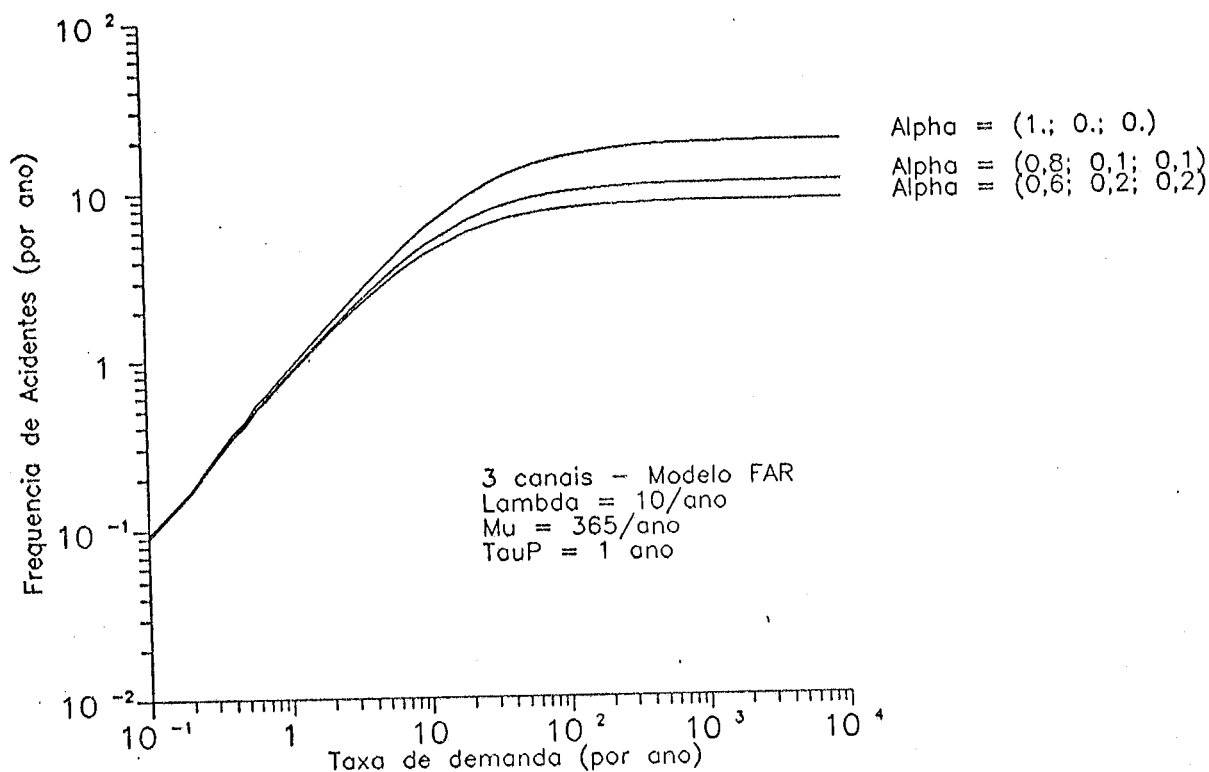


Figura (VII.25) - Influência de Falhas de Causa Comum sobre a Frequência de Acidentes Considerando o Modelo FAR para 3 Canais

A influência da eficiência do reparo dos canais sobre η é apresentada nas Figuras (VII.26) a (VII.29). De uma forma geral, ao se compararem estes resultados com os relativos ao sistema com 2 canais, percebem-se os mesmos padrões de comportamento.

A influência da correção temporal sobre a frequência de acidentes, para o caso do sistema com 3 canais, é apresentada nas Figuras (VII.30) e (VII.31). Na primeira, são exibidos os resultados pertinentes ao modelo *QAR* de reparo, enquanto na segunda, os relativos ao modelo *FAR*.

Para o modelo *QAR*, os resultados são semelhantes aos obtidos para um e dois canais, do ponto de vista qualitativo. Inicialmente, observa-se que só aparecem divergências e resultados para taxas de demanda maiores que 10/ano. A influência da correção não é sensível (conforme já não o fora nos casos anteriores): considerando $\mu = 52/\text{ano}$, a consideração da correção temporal fornece $\eta = 1724/\text{ano}$, ao passo que, em caso contrário, obtém-se $\eta = 1682/\text{ano}$. Por outro lado, para $\mu = 8760/\text{ano}$, em ambos os casos, obtém-se η aproximadamente igual a 30/ano.

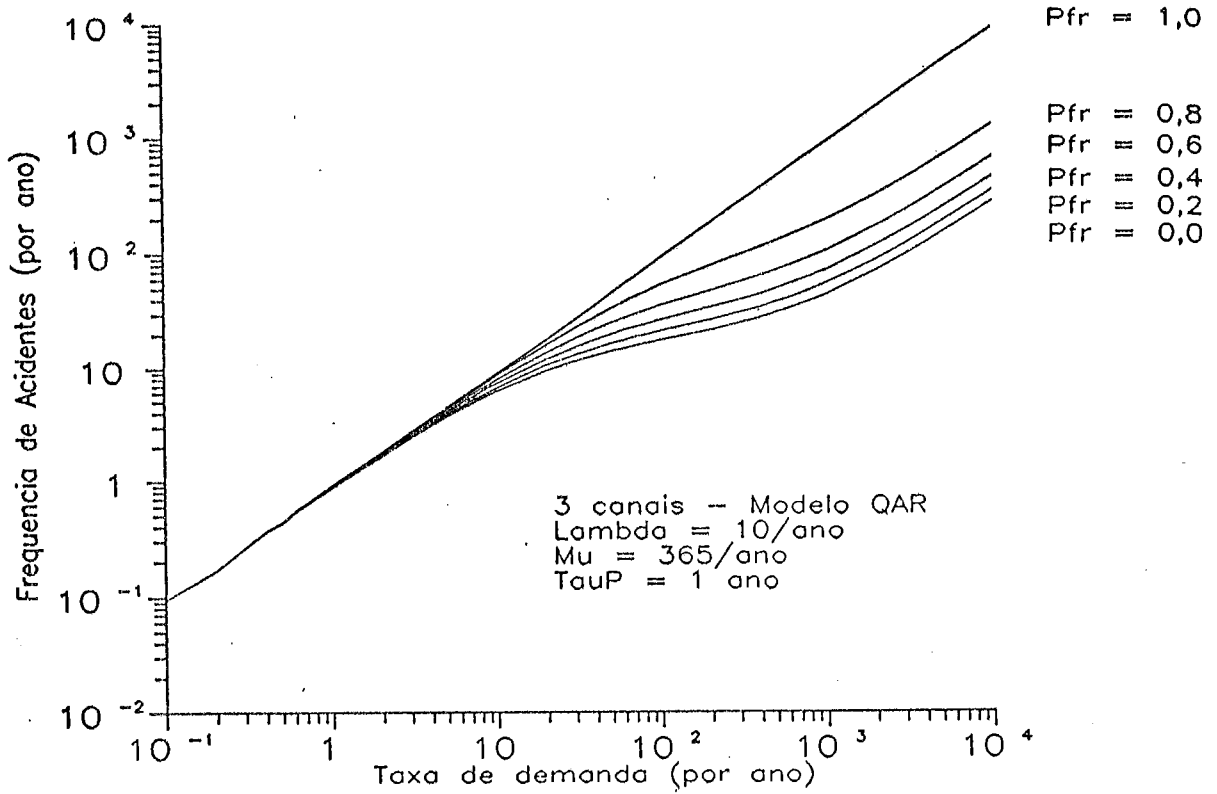


Figura (VII.26) - Influência da Eficiência do Reparo dos Canais considerando o Modelo de Reparo QAR para 3 Canais

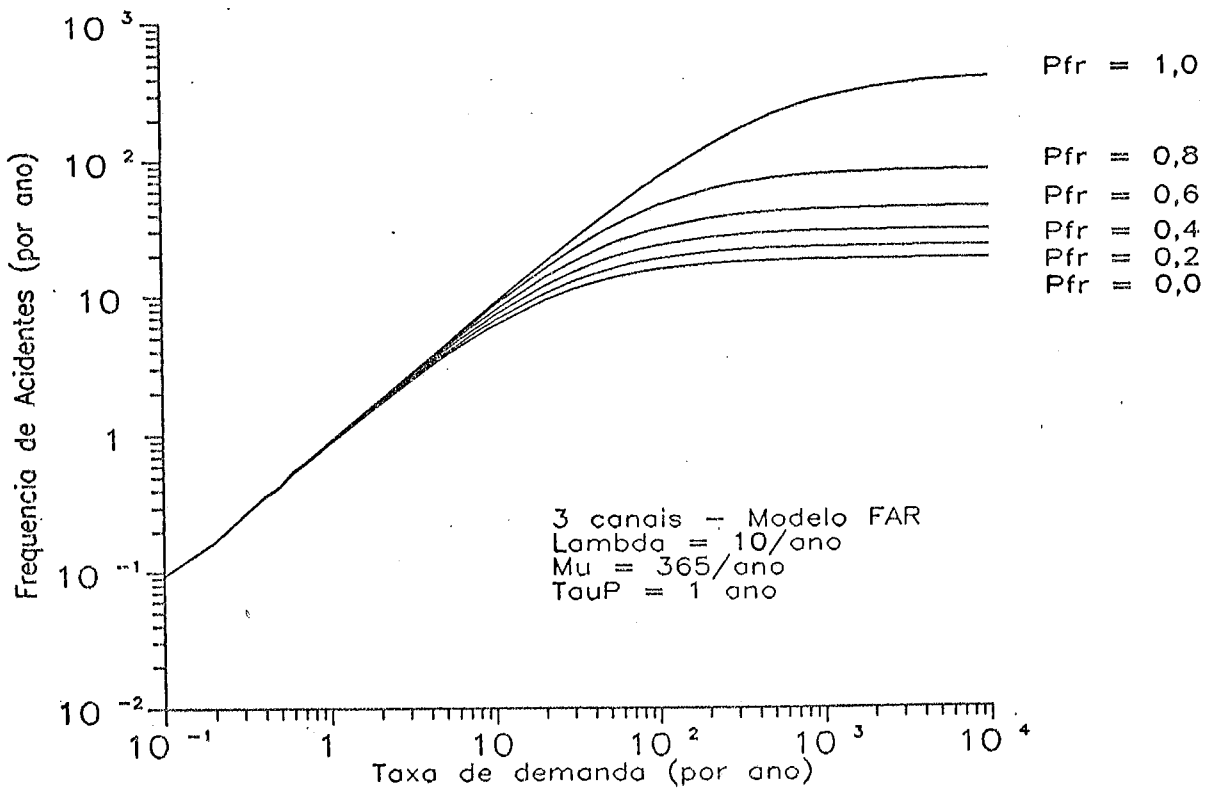


Figura (VII.27) - Influência da Eficiência de Reparo dos Canais Considerando o Modelo de Reparo FAR para 3 Canais

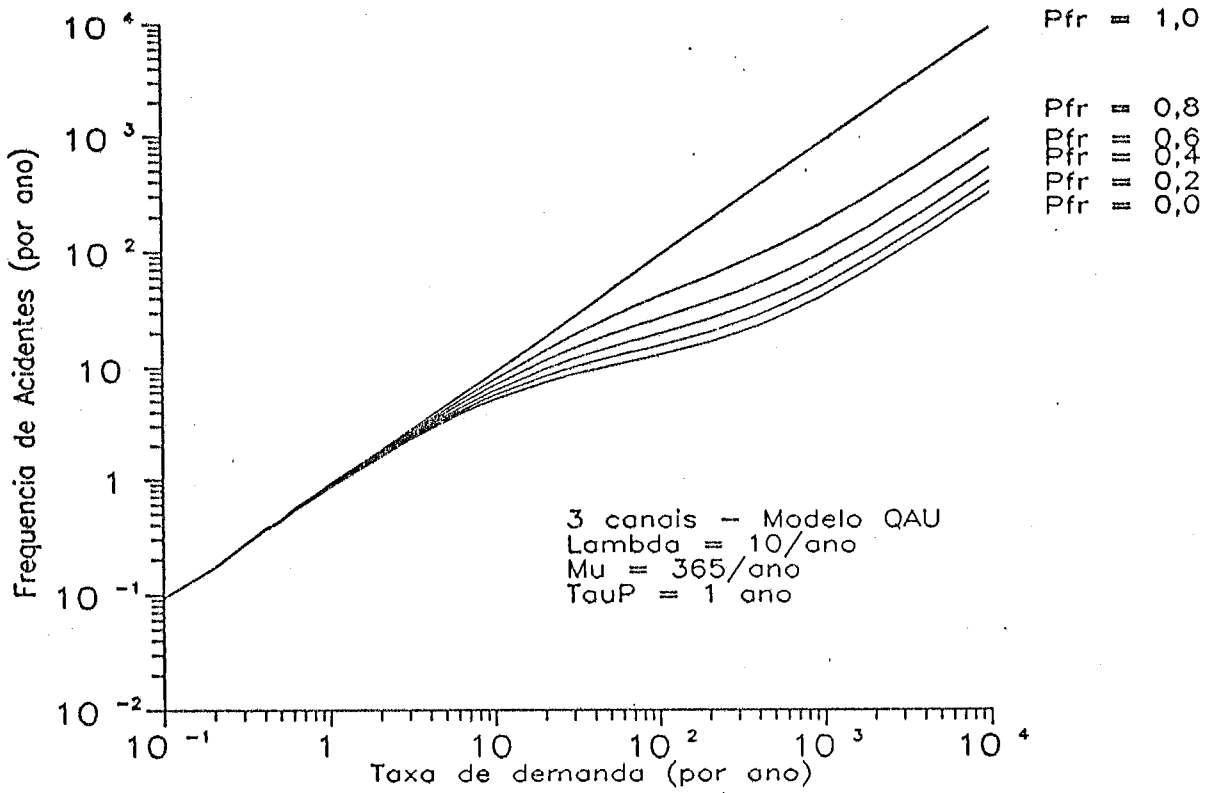


Figura (VII.28) - Influência da Eficiência do Reparo Considerando o Modelo AU para 3 Canais

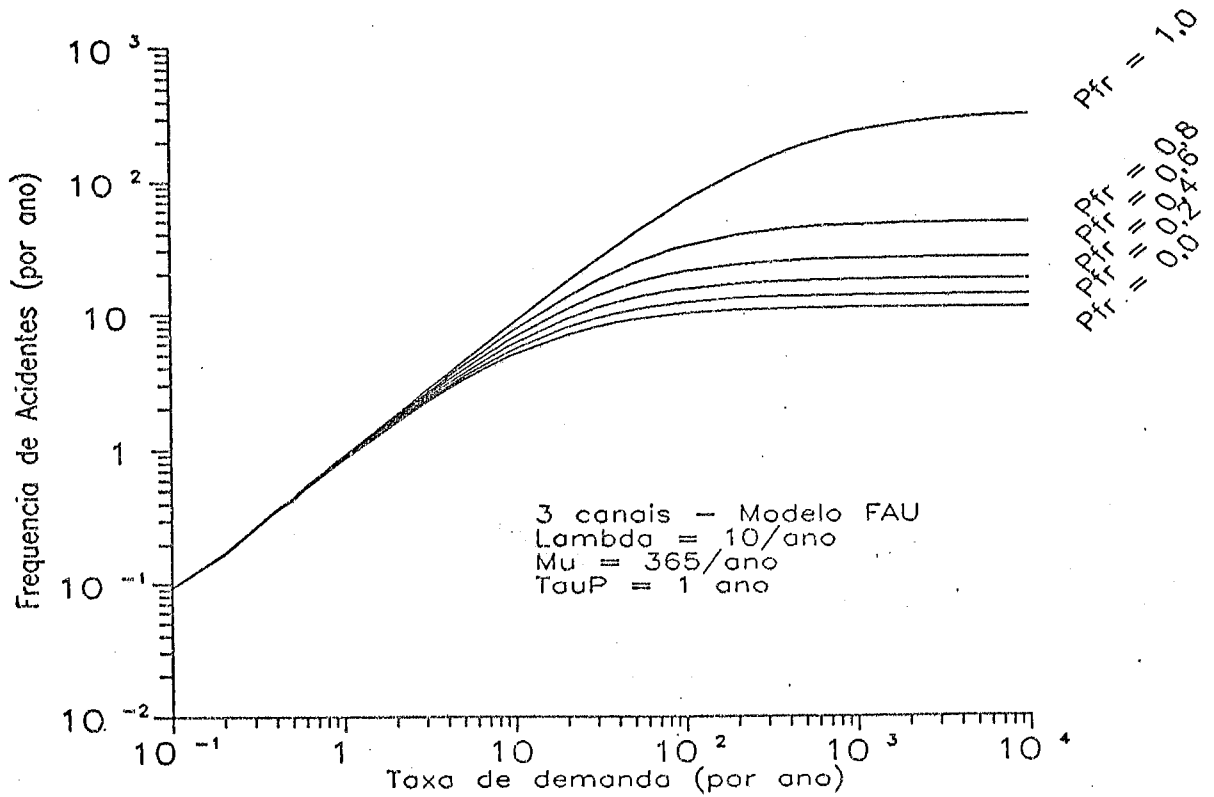


Figura (VII.29) - Influência da Eficiência do Reparo Considerando o Modelo FAU para 3 Canais

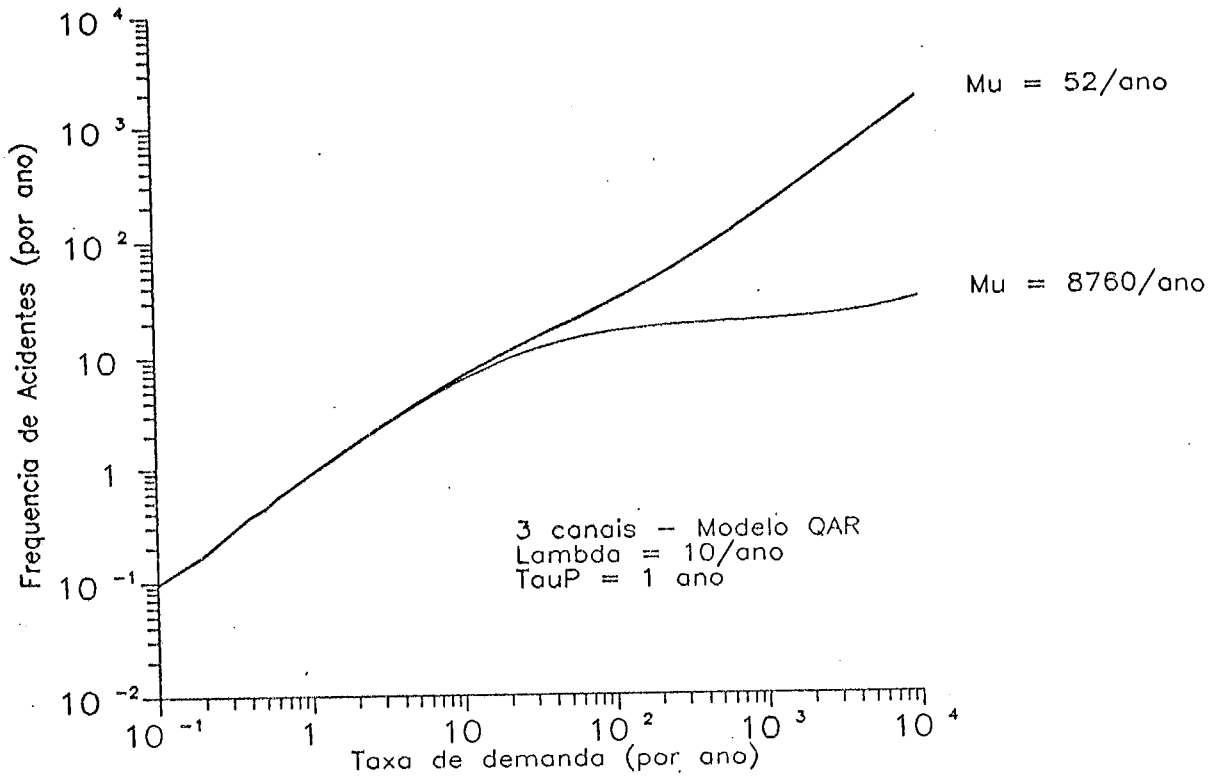


Figura (VII.12) - Influência da Correção Temporal Considerando o Modelo QAR para 3 Canais

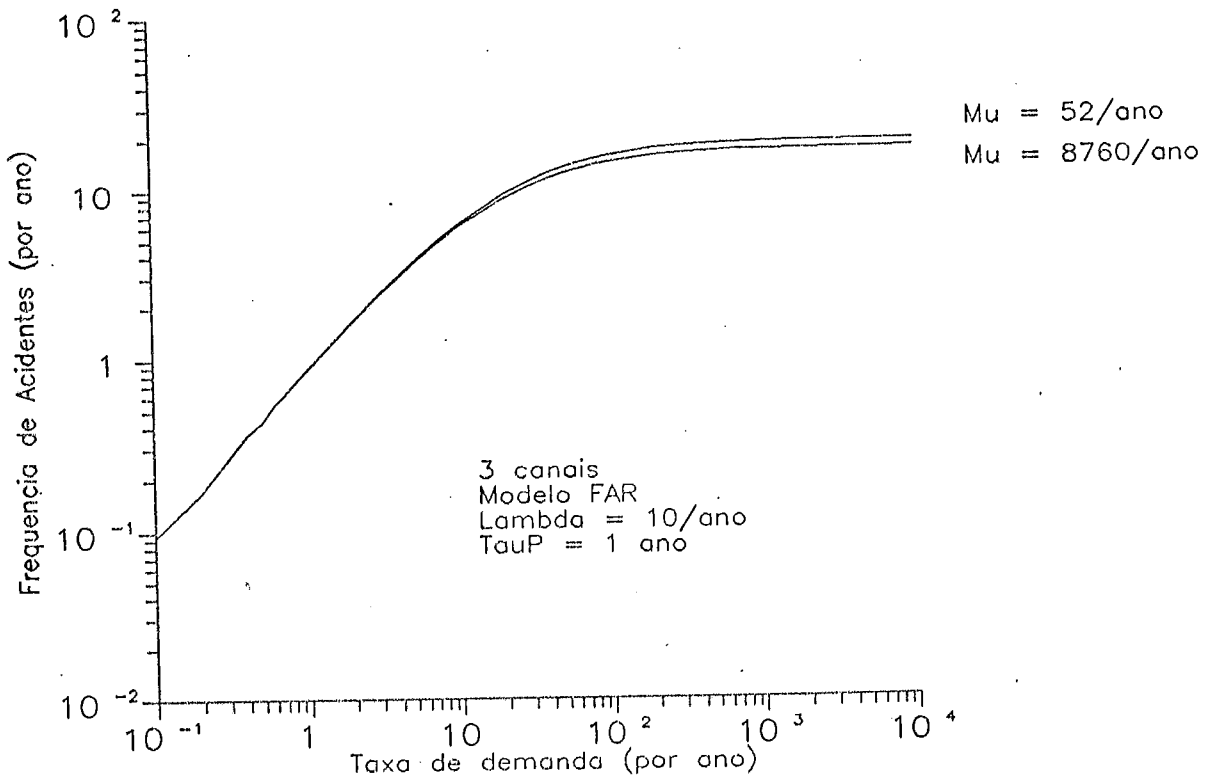


Figura (VII.31) - Influência da Correção Temporal Considerando o Modelo FAR para 3 Canais

Já para o modelo de reparo *FAR*, ocorre a inversão das curvas, fato já discutido nos dois casos anteriores. Como as condições de reparo são bem mais favoráveis, a frequência de acidente cai e, assim, a correção temporal exerce um efeito menos sensível.

A Figura (VII.32) apresenta os resultados de uma análise desenvolvida em relação às falhas de causa comum que é inédita, em termos deste trabalho, pois leva em conta a influência da consideração de falhas de causa comum parciais no contexto do modelo α .

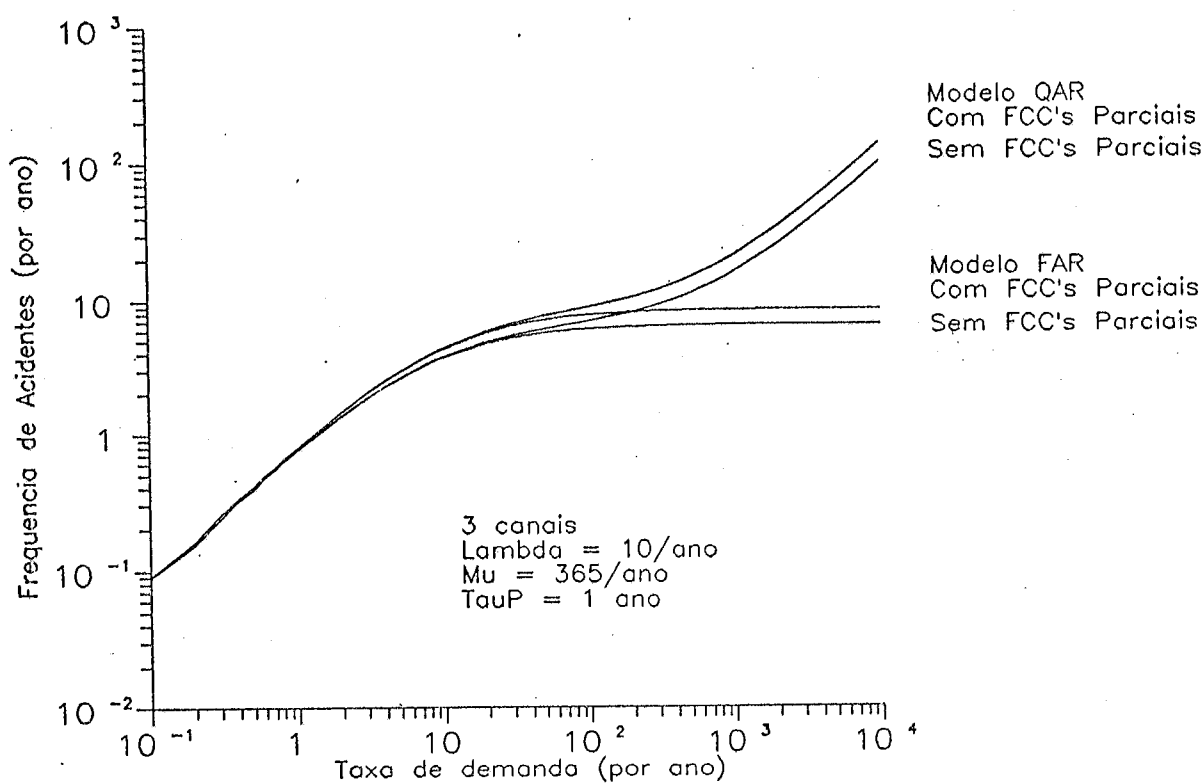


Figura (VII.32) - Influência de Falhas de Causa Comum Parciais Considerando 3 Canais

Observa-se, da figura, que, como neste caso só existe a possibilidade da falha parcial de 2 canais, o efeito é relativamente pequeno. Considerando uma taxa de demanda de 10.000/ano, para o modelo *QAR*, a não consideração das falhas de causa comum parciais redundaria em uma diferença de cerca de 11%, a qual cresce para cerca de 30% no caso do modelo *FAR*. Como dantes, para pequenas taxas de demanda, os efeitos são absolutamente desprezíveis.

Finalmente, a Figura (VII.33) apresenta a análise considerando as duas

políticas de reparo já mencionadas na seção anterior. Considerando as mesmas políticas, as conclusões a que se pode chegar são semelhantes às do caso dos 3 canais: primeiro, os efeitos só são sentidos para valores altos da taxa de demanda. No caso do modelo FAR, por exemplo, se considerarmos o valor assintótico de η , observa-se que para a política 1, $\eta = 19/\text{ano}$, enquanto que para a política 2, $\eta = 12/\text{ano}$. Já para o modelo QAR, considerando uma taxa de demanda de $10^4/\text{ano}$, obtém-se $\eta = 280/\text{ano}$ para a política 1 e cerca de $330/\text{ano}$, para a política 2.

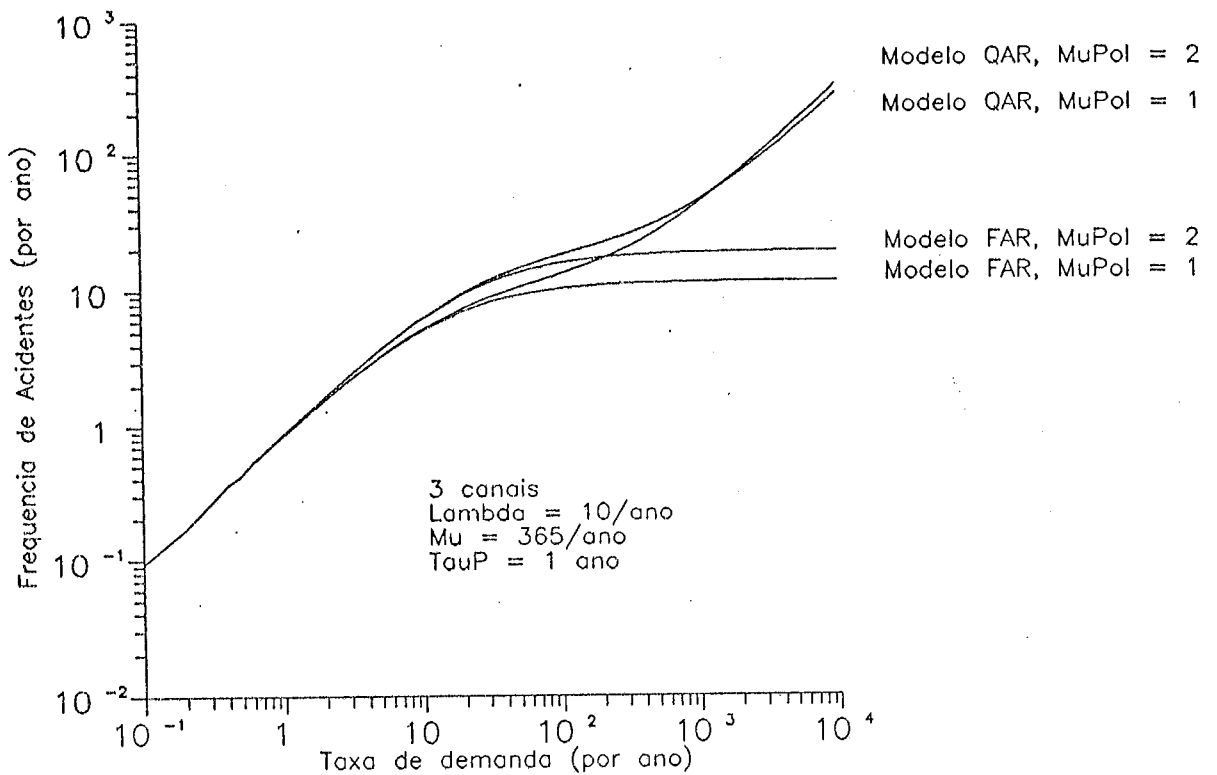


Figura (VII.33) - Influência das Políticas de Reparo sobre a Frequência de Acidente Considerando 3 Canais

VII.2.4) Resultados do modelo *M* para 4 canais

Os primeiros resultados obtidos no contexto do sistema com 4 canais, referem-se à comparação entre os modelos *QAR* e *FAR*. A Figura (VII.34) apresenta os gráficos gerados. Os parâmetros empregados são os mesmos que nos casos anteriores. A lógica de falha do sistema, é 3 - 4 : *F*.

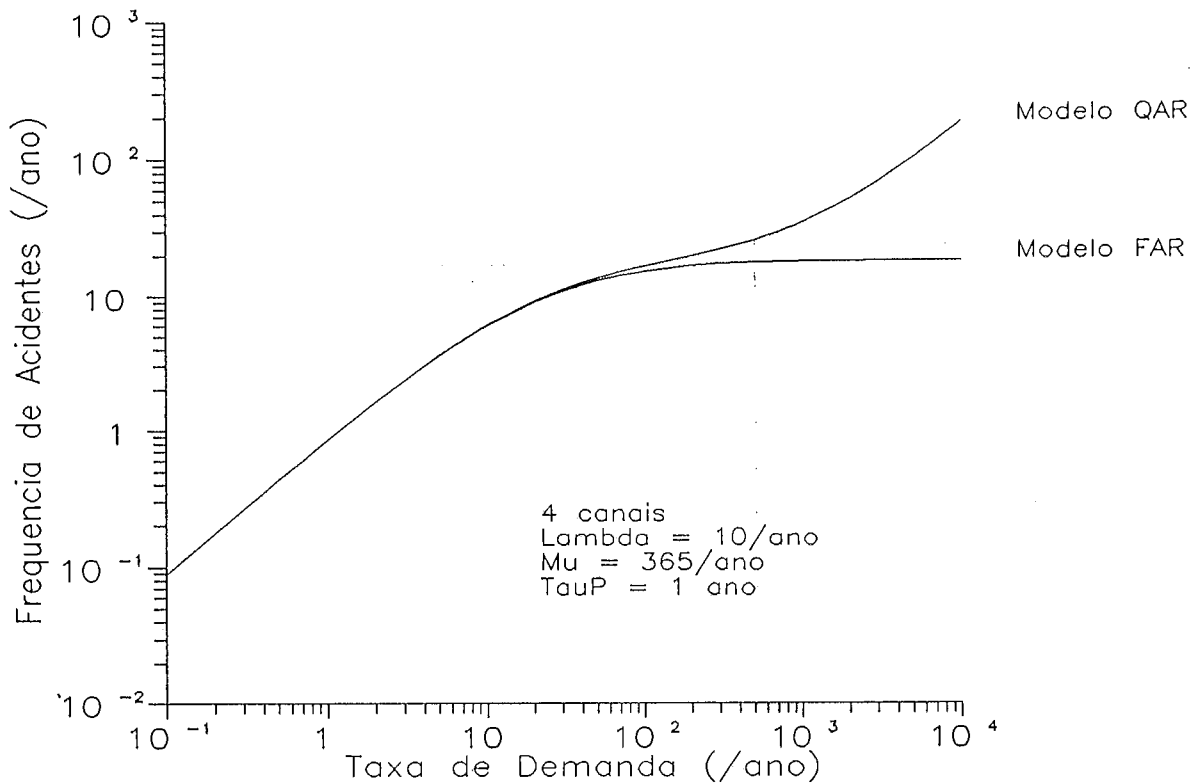


Figura (VII.34) - Comparação entre os Modelos *QAR* e *FAR* para 4 Canais

Observa-se, da figura, que, para taxas de demanda inferiores a cerca de 40/ano, não faz diferença o modelo de reparo empregado. A razão deste valor, prende-se a que o primeiro canal tem uma probabilidade de falha, em um Δt pequeno, igual a $4\lambda_1\Delta t$ e, a primeira transição de revelação de falha ocorre justamente aqui. Assim, enquanto se consideram taxas de demanda inferiores a $4\lambda_1$, não existe diferença perceptível entre os valores de η obtidos.

A Figura (VII.35) mostra a influência da taxa de reparo sobre η quando se tem o sistema com 4 canais. Observa-se que a influência não é tão pronunciada como no caso de 3 canais. No caso do maior valor da taxa de falha, η cai de cerca de 11/ano (para $v =$

0,1/ano) para cerca de 0,8/ano (para $\eta = 10^4/\text{ano}$), enquanto que, para a menor taxa de demanda, a queda é bem menos pronunciada: vai de cerca de 5/ano para 1/ano.

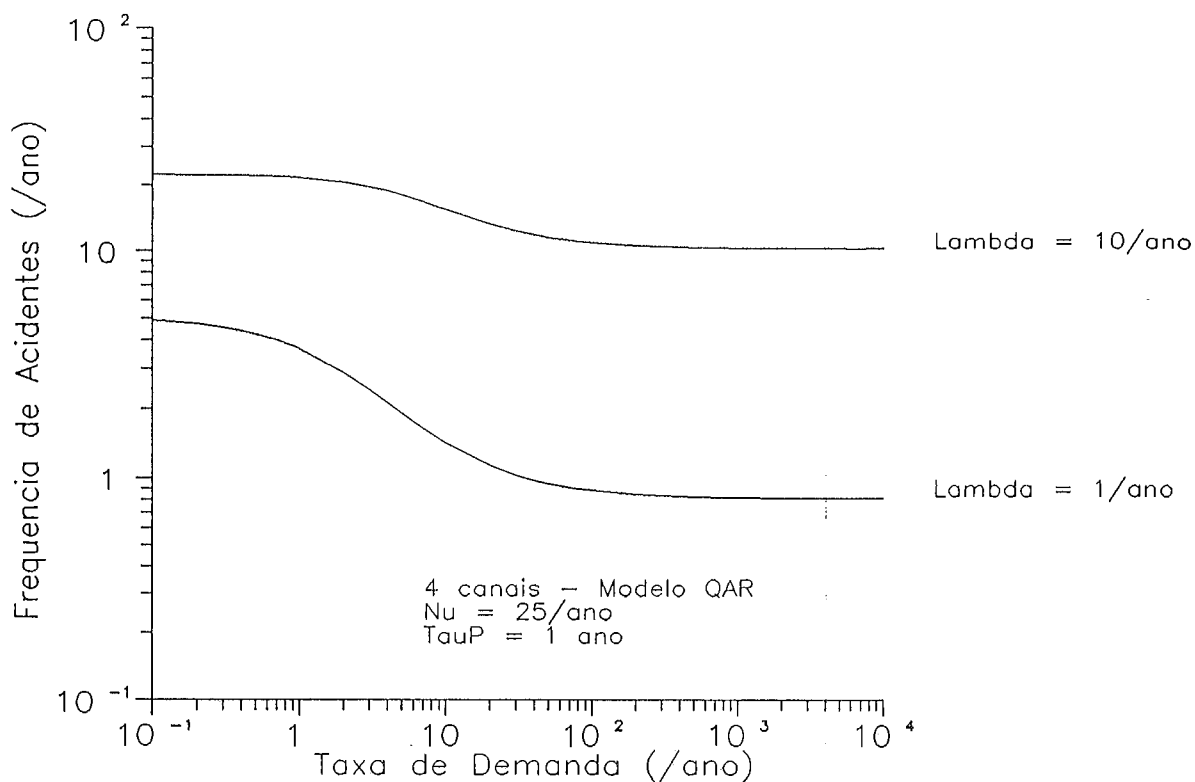


Figura (VII.35) - Influência da Taxa de Reparo sobre a Frequência de Acidentes Considerando o Modelo QAR para 4 Canais

A comparação entre os modelos *QAU* e *FAU* para este caso, em que o número mínimo de falhas reveladas, nos modelos *U*, é de 3, é apresentada na Figura (VII.36). Um aspecto interessante a se ressaltar aqui, refere-se a que a divergência entre as curvas começa bem mais cedo: com taxas de demanda superiores a cerca de 1/ano. Isto se relaciona com o fato de que o número mínimo de falhas não reveladas é muito grande.

A comparação entre os modelos de falhas reveladas e não reveladas no contexto do reparo tanto *on line* como *off line* é feita na Figura (VII.37). Pode-se notar, claramente, a diferença considerável entre ambos, a partir de $v = 10/\text{ano}$: o modelo *QAU* chega a produzir frequências de acidente de 1200/ano (para taxas de demanda de 10000/ano), enquanto que o *QAR*, chega a, no máximo, ceca de 190/ano.

A comparação entre os modelos de reparo *off line* é apresentada na Figura

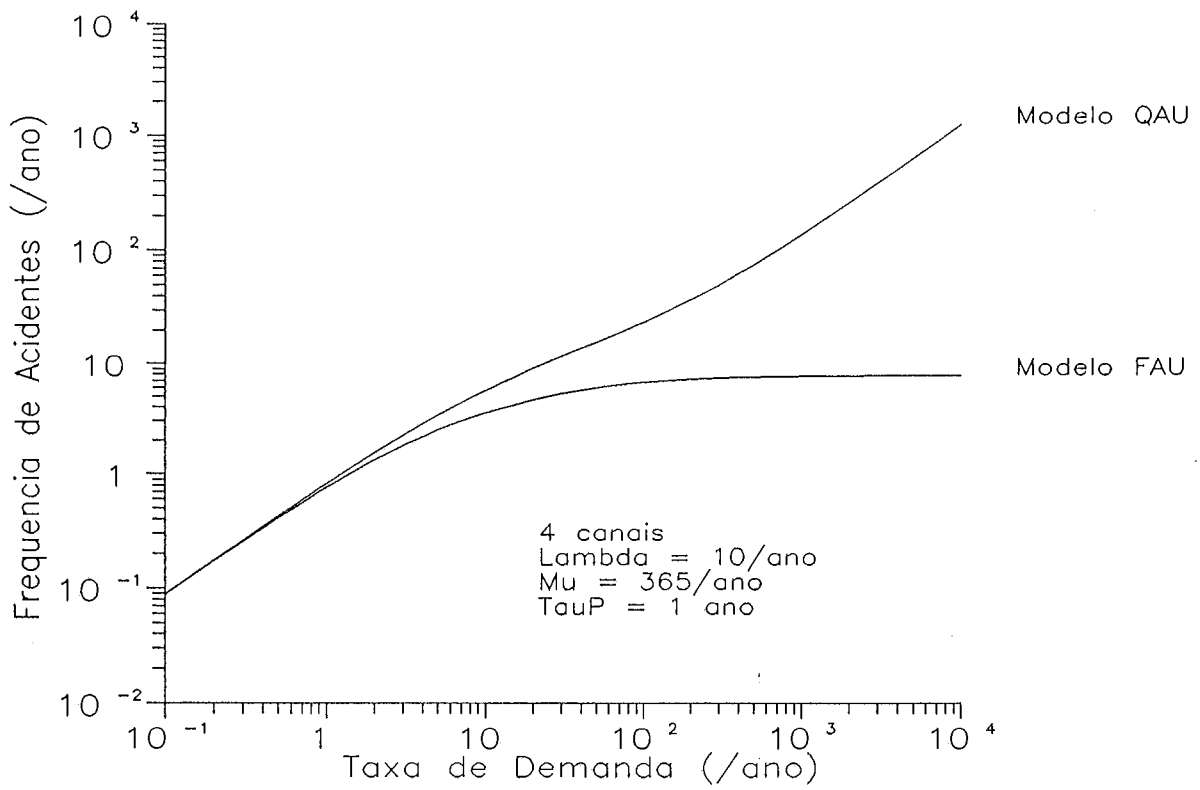


Figura (VII.36) - Comparação entre os Modelos QAU e FAU para 4 Canais

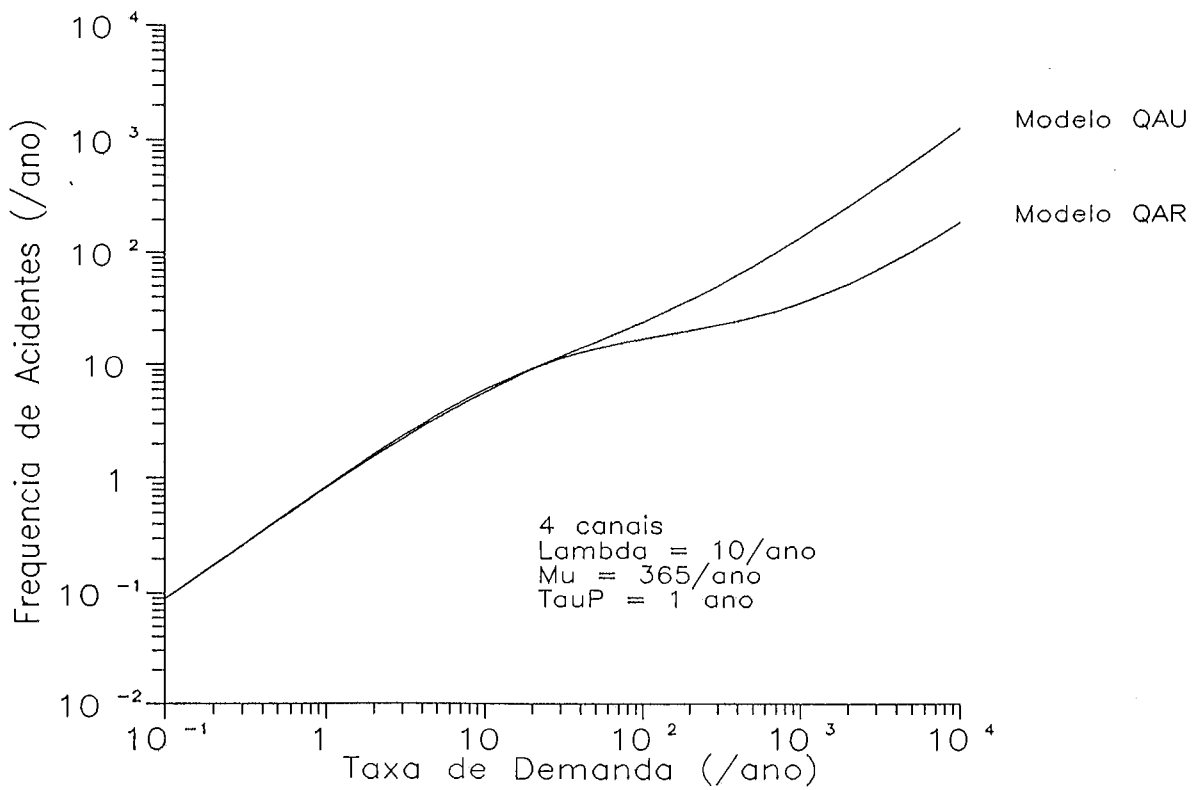


Figura (VII.37) - Comparação entre os Modelos QAR e QAU para 4 Canais

(VII.38).

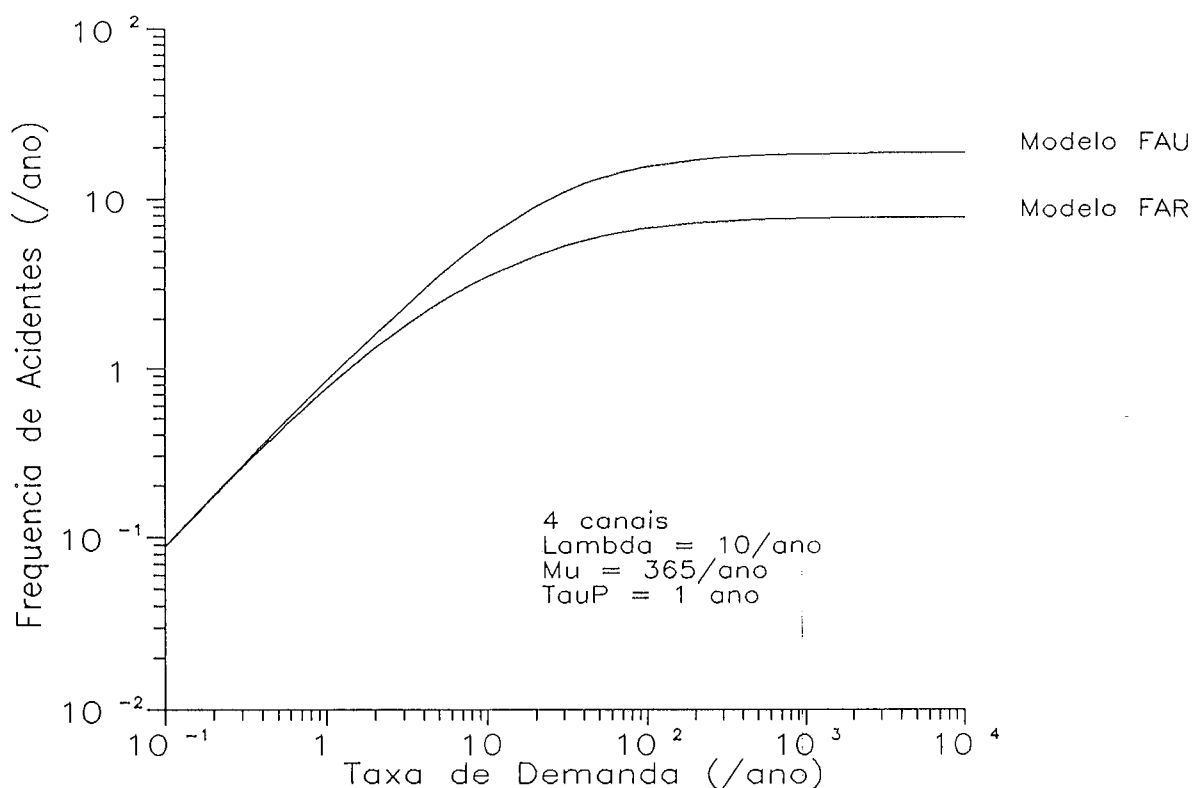


Figura (VII.38) - Comparação entre os Modelos FAR e FAU para 4 Canais

Conforme pode ser observado da figura, a diferença entre os 2 modelos não é muito grande, e, além disso, só se pronuncia para taxas de demanda maiores que cerca de 1/ano.

As Figuras (VII.39) e (VII.40) apresentam os resultados da consideração de falhas de causa comum, por intermédio do modelo α , para o sistema com 4 canais, a primeira para o modelo *QAR* e a segunda, para o *FAR*.

No caso do modelo *QAR* e considerando os vetores α apresentados na figura, observam-se diferenças marcantes somente a partir de taxas de demanda de cerca de 40/ano, podendo chegar a frequências de acidente 4 vezes maiores, se considerarmos a taxa de demanda igual a 10.000/ano, comparando os vetores α_1 e α_3 . O efeito é semelhante para o modelo *FAR*, conforme apresentado na Figura (VII.40), o que mostra, conforme esperado, a importância desta classe de falhas.

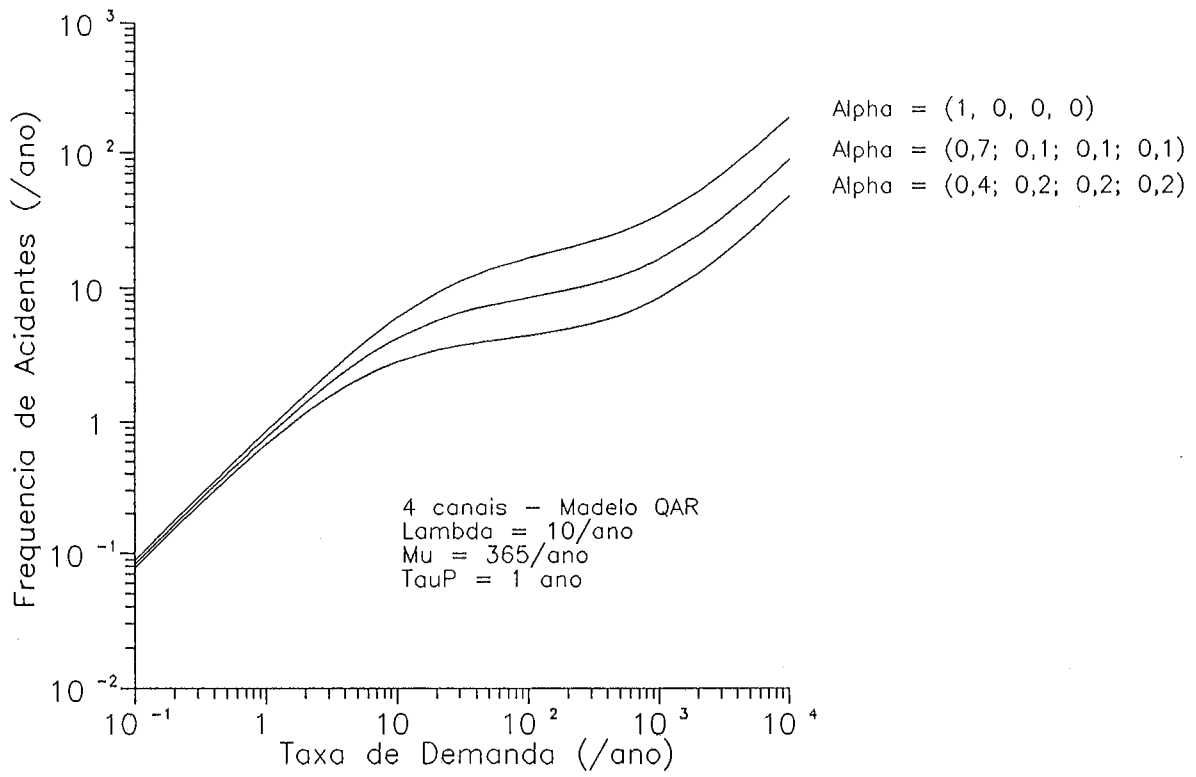


Figura (VII.39) - Influência de Falhas de Causa Comum considerando o Modelo QAR para 4 Canais

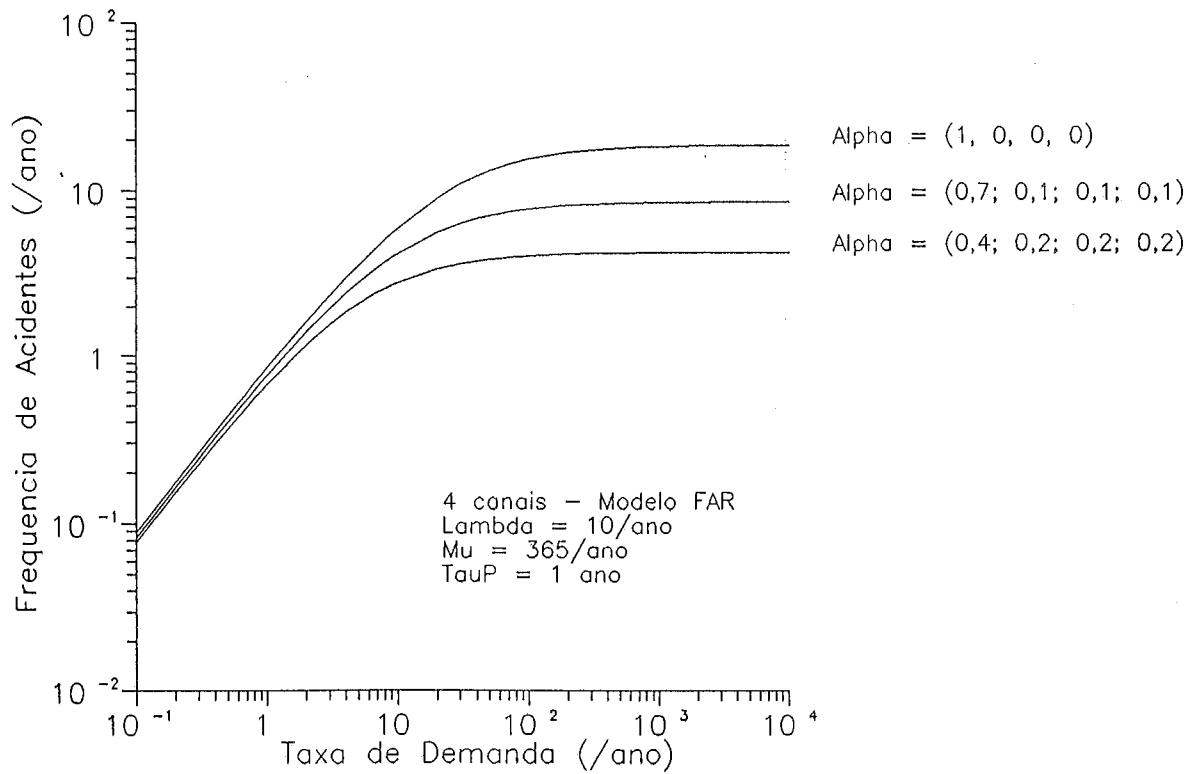


Figura (VII.40) - Influência de Falhas de Causa Comum considerando o Modelo FAR para 4 Canais

A análise relativa à influência desempenhada pela eficiência do reparo dos canais, para o caso este caso, é apresentada nas Figuras (VII.41) a (VII.44). Pode-se observar, claramente, que as características gerais exibidas pelo sistema permanecem inalteradas.

Assim, para o modelo *QAR*, observa-se que, a partir de uma taxa de demanda de cerca de 10/ano, começam a surgir divergências, que atingem 2 ordens de magnitude para os valores mais altos da taxa de demanda.

Efeito semelhante se observa também para o modelo *FAR*.

É interessante notar que, no caso do modelo *QAU*, a divergência é de cerca de uma ordem de magnitude, apesar dos valores da frequência de acidente serem bem mais altos.

Finalmente, uma conclusão análoga é válida para o modelo *FAU*.

Vale lembrar, neste contexto, que estão sendo consideradas as mesmas probabilidades de erro humano anteriormente aludidas. As conclusões a respeito de que valores destas probabilidades produzem efeitos mais significativos permanecem válidas aqui.

É válida aqui também a conclusão sobre a linearidade de η em relação a v quando se considera ineficiência de 100% do reparo dos canais.

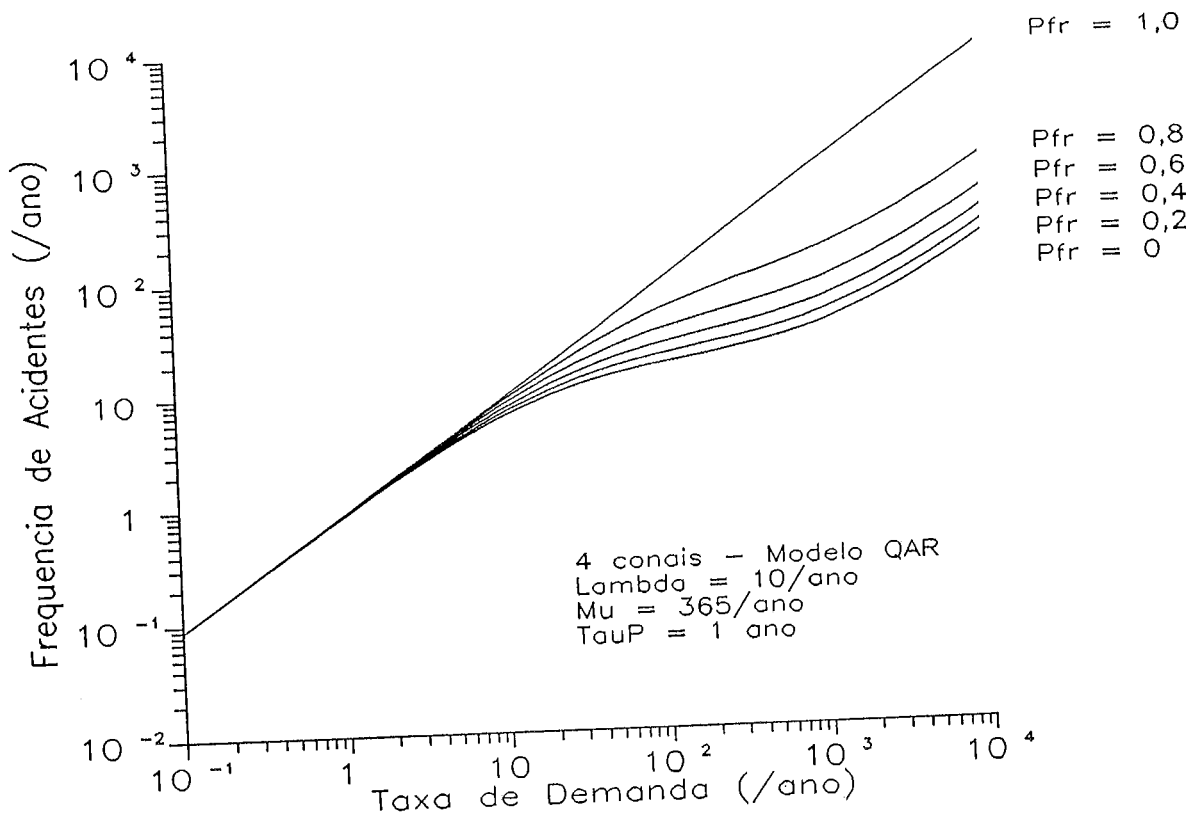


Figura (VII.41) - Influência da Eficiência do Reparo dos Canais para 4 Canais

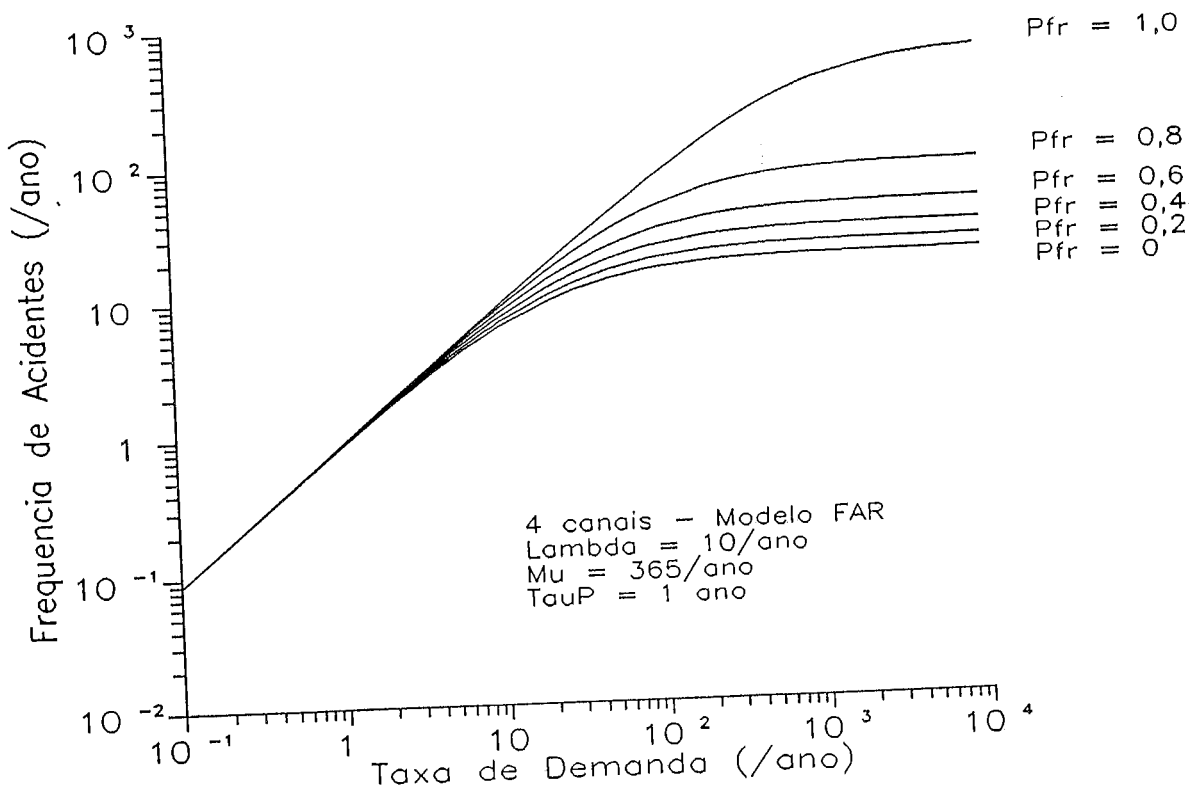


Figura (VII.42) - Influência da Eficiência do Reparo para o Modelo FAR considerando 4 Canais

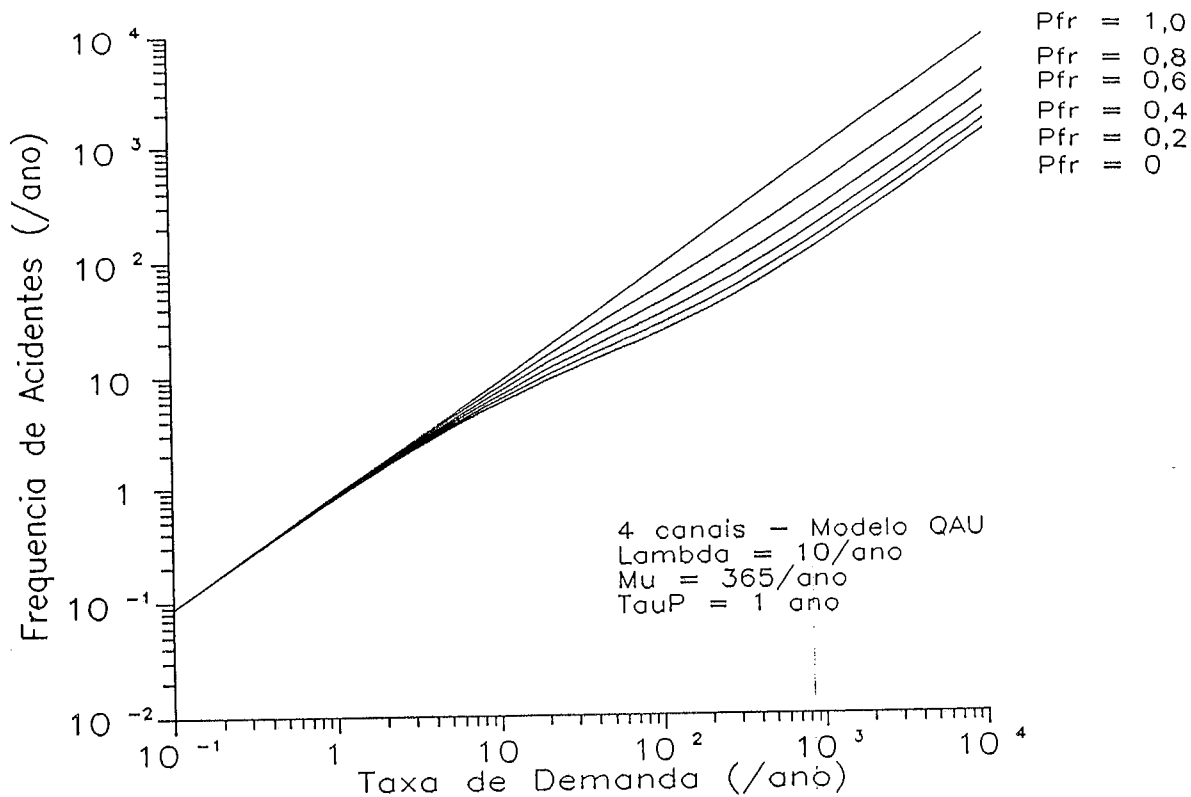


Figura (VII.43) - Influência da Eficiência do Reparo dos Canais considerando o Modelo QAU para 4 Canais

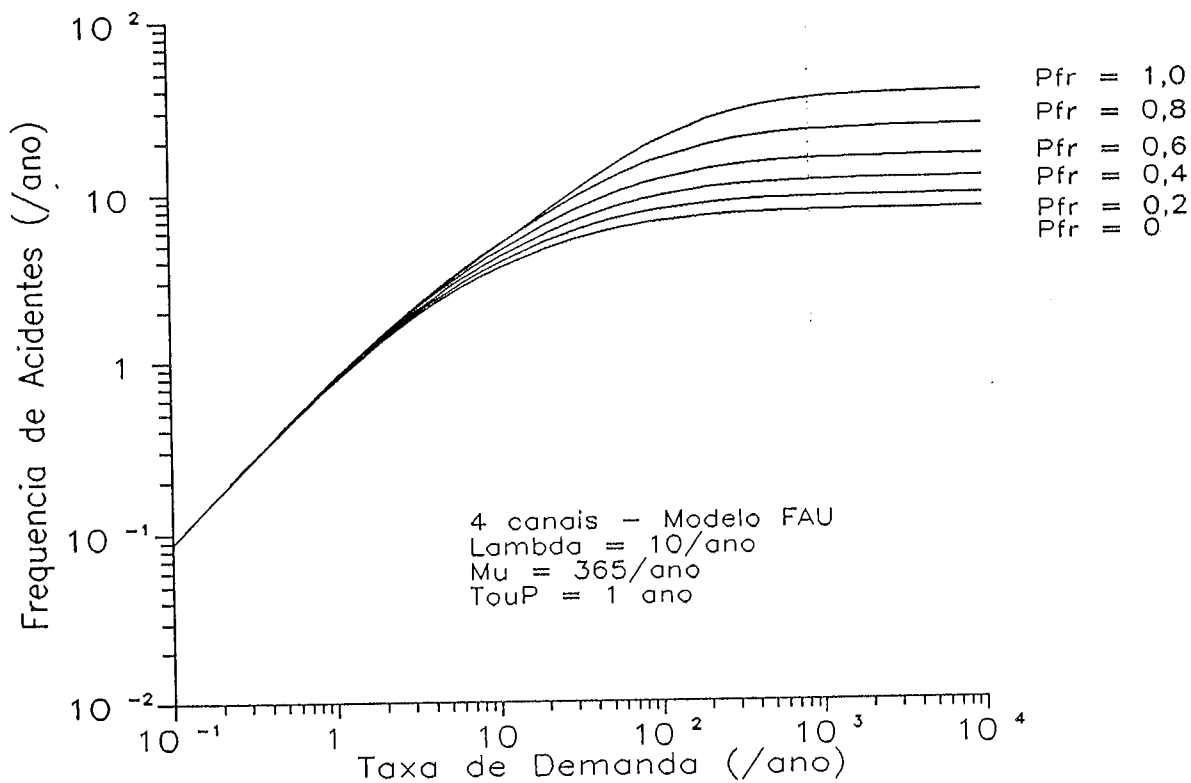


Figura (VII.44) - Influência da Eficiência do Reparo dos Canais considerando o Modelo FAU para 4 Canais

A influência da correção temporal sobre a frequência de acidentes é apresentada nas Figuras (VII.45) e (VII.46), respectivamente para os modelos de reparo *QAR* e *FAR*.

O modelo *QAR* exhibe resultados que não fogem ao padrão que tem sido aqui apresentado. A influência da correção, também aqui, não é sensível. Para $\mu = 52/\text{ano}$, considerar a correção, implica em $\eta = 1160/\text{ano}$ ($v = 10.000/\text{ano}$), ao passo que, a não consideração, fornece $\eta = 1140/\text{ano}$, para os valores limite da taxa de demanda apresentados no gráfico. A maior taxa de reparo, por outro lado, produz diferença imperceptível.

Já para o caso do modelo *FAR*, Figura (VII.46), não foram observadas diferenças perceptíveis. O padrão de comportamento do sistema permanece inalterado, em comparação com os de número inferior de canais.

A Figura (VII.47) apresenta os resultados relativos à consideração de falhas de causa comum parciais. O efeito é sensível para os dois modelos de reparo mas, somente para valores mais altos da taxa de demanda, chegando a um fator de 30% na região de altas taxas de demanda.

Por último, a Figura (VII.48) ilustra a influência das duas políticas de reparo sobre o sistema de 4 canais. Não foram observados, conforme mostra a figura, efeitos distintos dos apresentados nos casos anteriores.

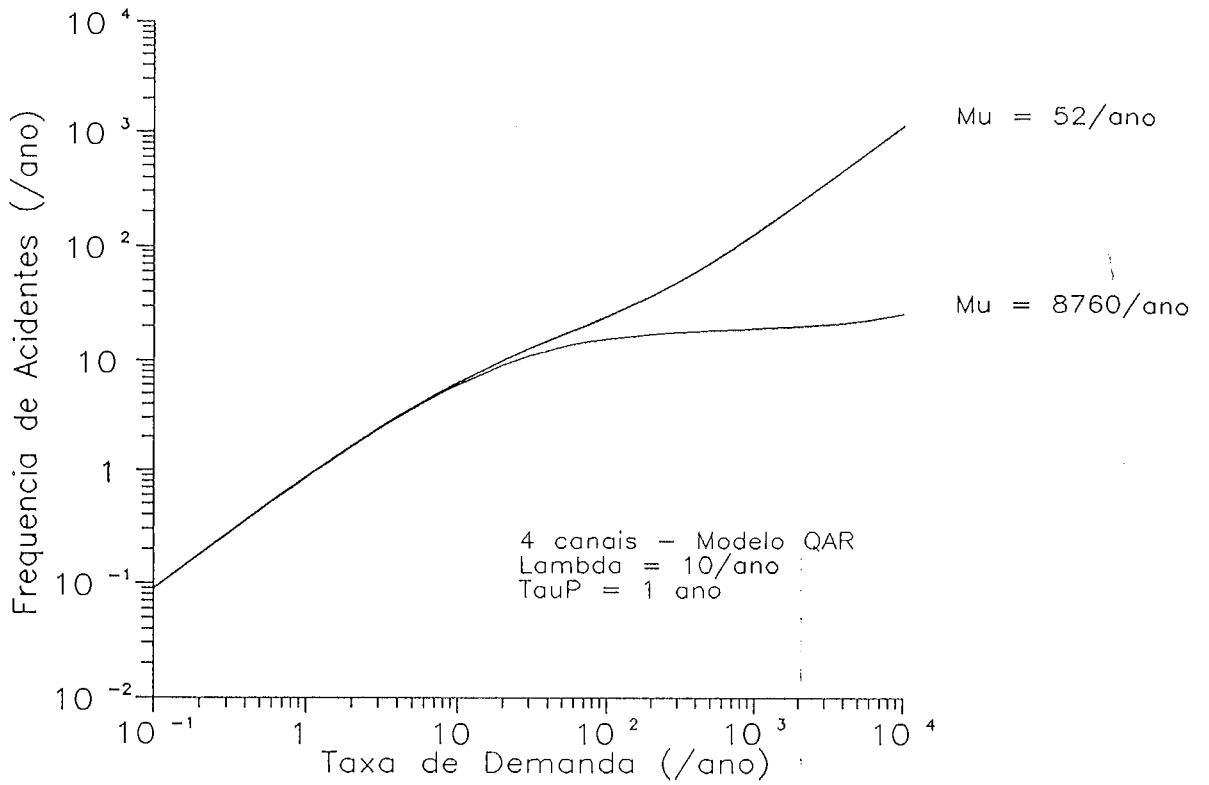


Figura (VII.45) - Influência da Correção Temporal considerando o Modelo QAR para 4 Canais

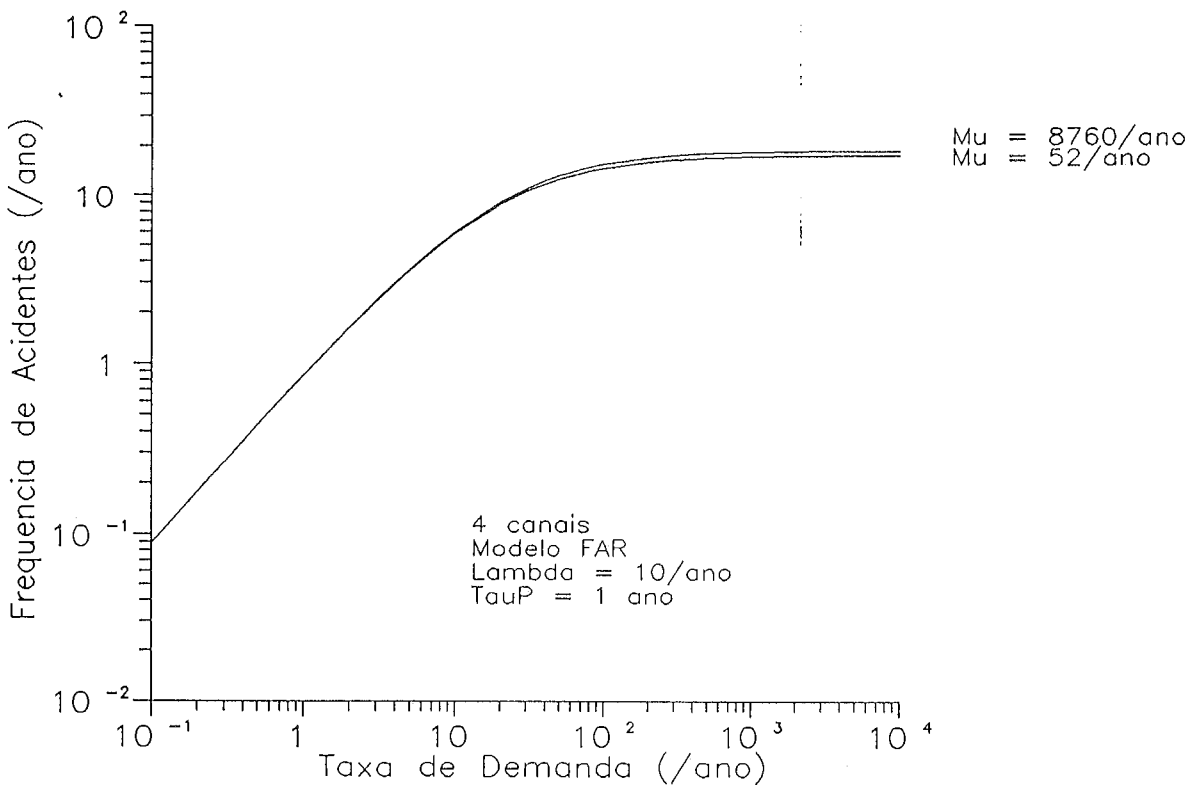


Figura (VII.46) - Influência da Correção Temporal considerando o Modelo FAR para 4 Canais

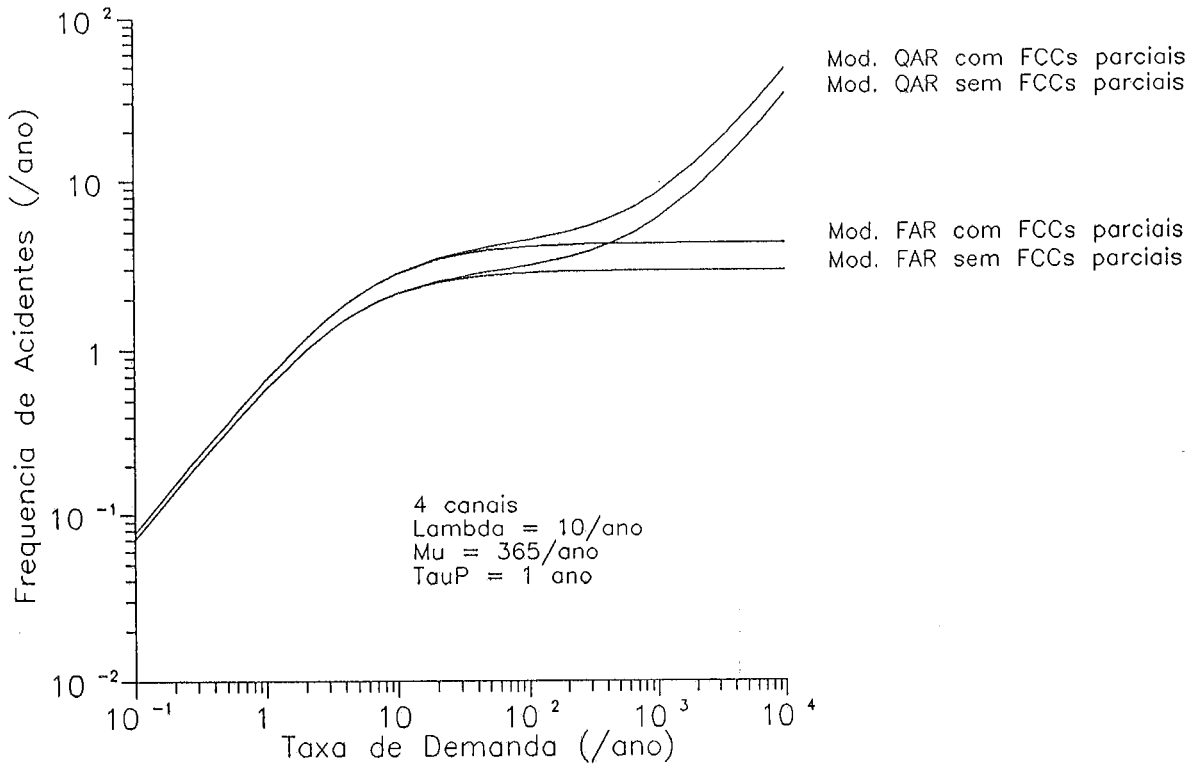


Figura (VII.47) - Influência da Consideração de Falhas de Causa Comum parciais para 4 Canais

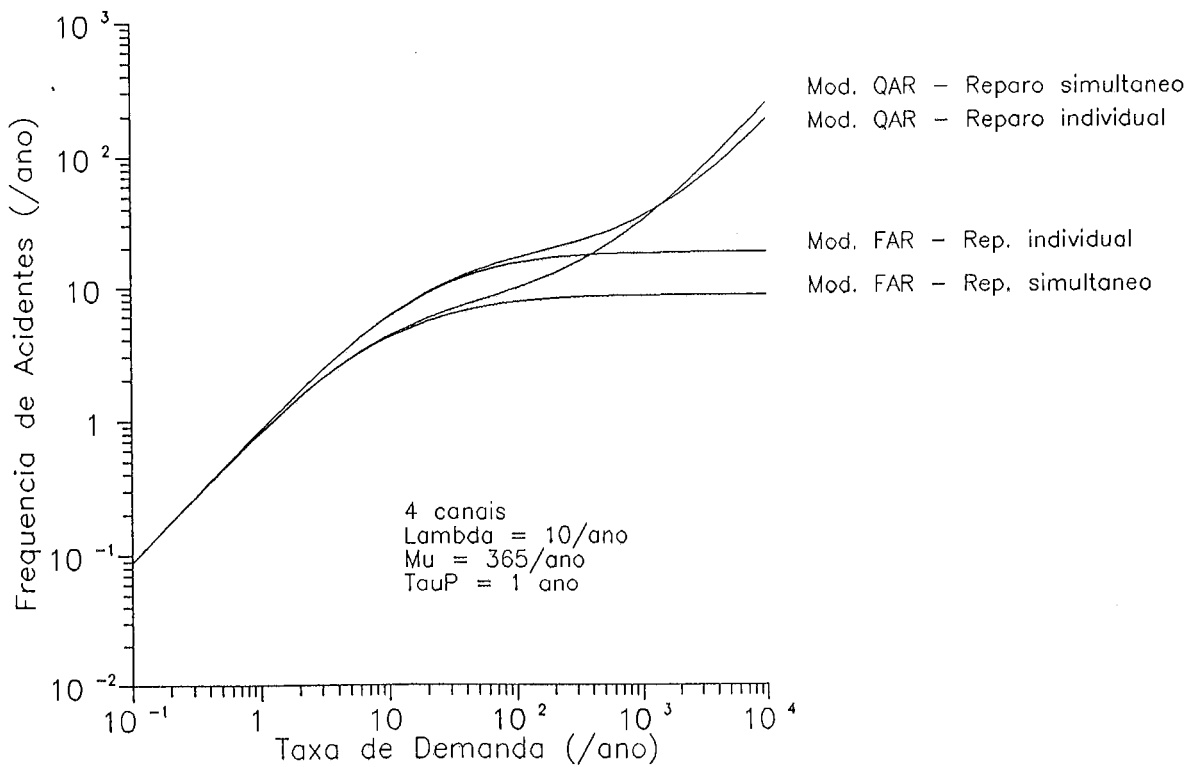


Figura (VII.48) - Influência das Políticas de Reparo considerando 4 Canais

VII.3 - Casos Analisados e Resultados Obtidos com o Modelo $M - SM$ VII.3.1) Resultados do modelo $M - SM$ para 1 Canal

Considerando a Figura (IV.2), observa-se que, para o intervalo $(0, T_f)$, onde $t_f^f < T_f < t_2^i$, o problema a resolver é o seguinte:

- intervalo 1, $0 \leq t < t_1^i = \tau_p$

$$P_{j+1} = P_j P(\Delta t), \quad P_0 = (1, 0, 0), \quad j = 1, 2, \dots, \frac{\tau_p}{\Delta t},$$

onde $P(\Delta t)$ é a mesma matriz A apresentada na Eq. (IV.1).

- intervalo 2, $t_1^i = \tau_p \leq t < t_1^f = \tau_p + t_D$

$$P(\tau_p + t_D) = P(\tau_p) \Phi_s(t_D),$$

onde a condição inicial $P(\tau_p)$ é obtida como solução da equação do intervalo 1 em $t = \tau_p$ e $\Phi_s(t_D)$ é dada pela Eq. (V.37).

- intervalo 3, $t_1^f = \tau_p + t_D \leq t \leq T_f$

$$P_{j+1} = P_j P(\Delta t), \quad j = 1, \dots, \frac{T_f - (\tau_p + t_D)}{\Delta t},$$

sendo $P(\Delta t)$ dada pela Eq. (IV.1) e a condição inicial pelo vetor $P(\tau_p + t_D)$, solução do intervalo 2 em $t = \tau_p + t_D$.

A frequência de acidentes considerando o intervalo (1) será dada por:

$$\eta_1 = v(P_T \cdot \bar{P}),$$

onde:

$$P_T = (0, 1, 1), \quad \text{modelo QA}$$

$$P_T = (0, 1, 0), \quad \text{modelos FA e FN}$$

e \bar{p} é o vetor média do intervalo:

$$\bar{p}_i = \int_0^I p(t) dt,$$

sendo I o intervalo de interesse.

Para o intervalo de teste e para o segundo intervalo interteste, teremos frequências de acidente iguais a η_2 e η_3 , respectivamente. Resultará, portanto, uma frequência de ocorrência de acidentes igual a:

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 + \eta_3.$$

O critério adotado para a escolha de um passo Δt apropriado foi proposto por Papazoglou & Gyftopoulos (1978). Basicamente, consiste no exposto a seguir.

Sejam a_{ii} os elementos da diagonal principal da matriz das taxas de transição definida para o problema sob consideração e:

$$s_i = -a_{ii}, \quad i = \overline{1, 3}$$

e

$$s = \text{máx}(s_i) = \text{máx}(\lambda, \nu, \mu).$$

Deve ser escolhido um passo tal que obedeça, a menos de um ϵ , à equação transcendental:

$$e^{-s\Delta t} \approx 1 - \Delta t,$$

desde que

$$\Delta t < \frac{1}{\text{mín}(s_i)}.$$

Os resultados gerados, no contexto do modelo $M - SM$ para um canal são apresentados e discutidos à seguir.

A Tabela (VII.8) ilustra a frequência de ocorrência de acidentes considerando o modelo de reparo QA , sujeito a valores típicos de taxas de falha e reparo do canal, onde se pode observar que, atendendo ao que dita a prática, $\mu > \lambda$ (sendo 4 ou 40 vezes maior, nos dois casos considerados). Taxas de demanda variando de 1 por ano a 25 por ano são

empregadas. O tempo de duração do teste varia de zero (teste instantâneo) a 2 dias, onde se admite que esta última duração é pessimista. Além disso, a frequência de testes é mensal e $T_f = 45$ dias é o intervalo de análise. Para completar os dados, considera-se que o reparo do canal é perfeito ($\gamma = 1,0$) e que $p_0 = p_1 = p_2 = 1,0$.

TABELA (VII.8) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QA-M^(a)

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	v (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	1,66-4 ^(b)	2,17-4	2,17-4
		10	1,61-3	1,96-3	1,97-3
		25	3,82-3	4,33-3	4,38-3
	335	1	1,62-4	2,14-4	2,15-4
		10	1,39-3	1,77-3	1,79-3
		25	2,80-3	3,43-3	3,50-3
10	40	1	1,47-3	1,75-3	1,76-3
		10	1,42-2	1,60-2	1,62-2
		25	3,37-2	3,58-2	3,65-2
	335	1	1,36-3	1,73-3	1,75-3
		10	1,18-2	1,47-2	1,49-2
		25	2,43-2	2,94-2	3,01-2

(a) Considerando: $T_f = 45$ dias, $\tau_p = 30$ dias, $\gamma = 1,0$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 1,0$ e $p_2 = 1,0$

(b) $1,66-4 = 1,66 \times 10^{-4}$

Note-se que, nesse tocante, a situação analisada é fictícia, pois se considera uma eficiência humana de 100% na realização do reparo do canal, bem como na capacidade do teste não induzir falha do canal, revelá-la e, ainda, no *test override*.

O comportamento apresentado pela frequência de acidentes é o esperado. Observe-se, particularmente, que, à medida que t_D aumenta, η aumenta, pois a indisponibilidade média do canal aumenta.

Para um par de valores das taxas de falha e de reparo observa-se que η cresce à medida que a taxa de demanda cresce, sendo este comportamento mais pronunciado para a menor taxa de reparo (ou seja, para maiores tempos de reparo, que resultam em maior indisponibilidade do canal).

Por outro lado, caso se aumente a taxa de falha, observa-se que o comportamento anteriormente descrito é o mesmo, apenas com uma diferença marcante: obtêm-se frequências de acidentes menores.

As tendências apresentadas explicam-se em função do modelo proposto, ou seja, quanto maiores forem λ e μ , menor será η , pois a indisponibilidade do canal é menor no segundo caso. Além disso, observa-se também que aumentar a taxa de demanda v redundará em aumentar η , sendo este efeito mais pronunciado quanto maior a duração do teste. Este comportamento tem origem no conhecido resultado de que, por ser *QA* o modelo de reparo, uma vez que o canal falhe, redundará em uma maior exposição da instalação industrial a acidentes.

Para efeitos comparativos, a Tabela (VII.9) apresenta resultados para as mesmas condições que as da anterior, com a única diferença de que, agora, foram adotados valores mais realistas para γ, p_0, p_1 e p_2 , ou seja, a eficiência do reparo é de 80%, mesmo valor adotado para as probabilidades relacionadas com o *test override* e o teste propriamente dito.

TABELA (VII.9) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QA-M^(a)

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	v (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	1,66-4 ^(b)	9,56-4	9,55-4
		10	1,62-3	9,39-3	9,39-3
		25	3,89-3	2,30-2	2,30-2
	335	1	1,63-3	9,54-4	9,53-4
		10	1,44-3	9,23-3	9,23-3
		25	3,01-3	2,22-2	2,22-2
10	40	1	1,47-3	2,48-3	2,48-3
		10	1,43-2	2,36-2	2,36-2
		25	3,43-2	5,54-2	5,57-2
	335	1	1,36-3	2,46-3	2,47-3
		10	1,22-2	2,25-2	2,26-2
		25	2,59-2	4,97-2	5,01-2

(a) Considerando: $T_f = 45$ dias, $\tau_p = 30$ dias, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 0,8$, $p_1 = 0,8$ e $p_2 = 0,8$

(b) $1,66-4 = 1,66 \times 10^{-4}$

Note-se que, coerentemente, η cresce de acordo, aproximando-se este crescimento, de um fator de cerca de 10, para valores maiores de λt_D (chegando a ser cerca de 50% maior).

Um aspecto interessante pode ser notado ao se compararem as colunas correspondentes a $t_D = 0$, ou seja, teste instantâneo do canal, nas 2 tabelas anteriores. O comportamento de η segue o mesmo já descrito anteriormente. Desta maneira, o modelo proposto contempla a situação de teste instantâneo (ou, de curta duração).

As Tabelas (VII.10) e (VII.11) apresentam resultados semelhantes, considerando apenas uma alteração: o intervalo de análise é de 18 meses, sendo igual a 1 ano o intervalo entre testes.

Para valores de λt_D menores, observam-se maiores variações de η (por um fator que chega quase a 10), principalmente para valores menores de νt_D . Na região oposta, as variações chegam a quase 50%. Este comportamento, já foi encontrado anteriormente, para o caso de 45 dias.

As Tabelas (VII.12) e (VII.13) apresentam resultados para parâmetros semelhantes aos apresentados nas Tabelas (VII.8) e (VII.9), com a única exceção de que o modelo de reparo é o *FA*. Observa-se comportamento semelhante ao já descrito, com a exceção de que, conforme já sabido, o modelo *FA* tende para valores assintóticos de η e, em função disso, apresenta valores de freqüências de acidente menores.

TABELA (VII.10) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QA-M^(a)

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	v (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	1,30-3 ^(b)	1,59-3	1,60-3
		10	5,28-3	6,02-3	6,06-3
		25	7,85-3	8,91-3	9,01-3
	335	1	1,27-3	1,57-3	1,57-3
		10	4,41-3	5,08-3	5,12-3
		25	5,32-3	6,12-3	6,22-3
10	40	1	4,36-3	4,97-3	5,01-3
		10	2,86-2	3,25-2	3,28-2
		25	5,20-2	5,92-2	6,02-2
	335	1	4,30-3	4,95-3	4,99-3
		10	2,57-2	2,96-2	3,00-2
		25	3,95-2	4,55-2	4,65-2

(a) Considerando: $T_f = 540$ dias, $\tau_p = 365$ dias, $\gamma = 1,0$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 1,0$ e $p_2 = 1,0$

(b) $1,30-3 = 1,30 \times 10^{-3}$.

TABELA (VII.11) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QA-M^(a)

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	v (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	1,35-3 ^(b)	2,40-3	2,40-3
		10	6,15-3	1,44-2	1,44-2
		25	9,44-3	2,92-2	2,92-2
	335	1	1,32-3	2,38-3	2,38-3
		10	5,20-3	1,34-2	1,34-2
		25	6,48-3	2,59-2	2,60-2
10	40	1	4,42-3	5,77-3	5,80-3
		10	3,10-2	4,25-2	4,28-2
		25	5,86-2	8,48-2	8,54-2
	335	1	4,36-3	5,75-3	5,78-3
		10	2,83-2	3,97-2	4,00-2
		25	4,55-2	7,06-2	7,12-2

(a) Considerando: $T_f = 540$ dias, $\tau_p = 365$ dias, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 0,8$, $p_1 = 0,8$ e $p_2 = 0,8$

(b) $1,35-3 = 1,35 \times 10^{-3}$

TABELA (VII.12) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FA-M^(a)

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	ν (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	1,64-4 ^(b)	2,14-4	2,14-4
		10	1,45-3	1,72-3	1,74-3
		25	2,99-3	3,20-3	3,27-3
	335	1	1,62-4	2,14-4	2,14-4
		10	1,35-3	1,73-3	1,74-3
		25	2,62-3	3,21-3	3,28-3
10	40	1	1,45-3	1,72-3	1,74-3
		10	1,28-2	1,40-2	1,43-2
		25	2,61-2	2,64-2	2,72-2
	335	1	1,35-3	1,73-3	1,74-3
		10	1,15-2	1,43-2	1,45-2
		25	2,27-2	2,75-2	2,83-2

(a) Considerando: $T_f = 45$ dias, $\tau_p = 30$ dias, $\gamma = 1,0$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 1,0$ e $p_2 = 1,0$

(b) $1,64-4 = 1,64 \times 10^{-4}$

TABELA (VII.13) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FA-M^(a)

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	ν (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	1,64-4 ^(b)	6,23-4	6,21-4
		10	1,46-3	5,78-3	5,71-3
		25	3,05-3	1,31-2	1,27-2
	335	1	1,62-4	6,24-4	6,22-4
		10	1,40-3	5,82-3	5,75-3
		25	2,81-3	1,33-2	1,28-2
10	40	1	1,45-3	2,12-3	2,13-3
		10	1,29-2	1,82-2	1,82-2
		25	2,66-2	3,70-2	3,70-2
	335	1	1,36-3	2,13-3	2,13-3
		10	1,19-2	1,87-2	1,87-2
		25	2,42-2	3,90-2	3,90-2

(a) Considerando: $T_f = 45$ dias, $\tau_p = 30$ dias, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 0,8$, $p_1 = 0,8$ e $p_2 = 0,8$

(b) $1,64-4 = 1,64 \times 10^{-4}$

TABELA (VII.14) - *Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FA-M^(a)*

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	ν (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	1,27-3 ^(b)	1,56-3	1,56-3
		10	4,26-3	4,86-3	4,90-3
		25	4,91-3	5,59-3	5,69-3
	335	1	1,27-3	1,56-3	1,57-3
		10	4,29-3	4,94-3	4,98-3
		25	4,95-3	5,70-3	5,79-3
10	40	1	4,26-3	4,86-3	4,90-3
		10	2,30-2	2,62-2	2,66-2
		25	3,25-2	3,73-2	3,82-2
	335	1	4,29-3	4,94-3	4,98-3
		10	2,50-2	2,87-2	2,91-2
		25	3,67-2	4,24-2	4,34-2

(a) Considerando: $T_f = 540$ dias, $\tau_p = 365$ dias, $\gamma = 1,0$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 1,0$ e $p_2 = 1,0$

(b) $1,27-3 = 1,27 \times 10^{-3}$

TABELA (VII.15) - *Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FA-M^(a)*

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	ν (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	1,32-3 ^(b)	2,03-3	2,04-3
		10	4,96-3	9,70-3	9,66-3
		25	5,90-3	1,65-2	1,61-2
	335	1	1,32-3	2,05-3	2,05-3
		10	5,05-3	9,85-3	9,81-3
		25	6,03-3	1,67-2	1,63-2
10	40	1	4,32-3	5,33-3	5,35-3
		10	2,50-2	3,24-2	3,26-2
		25	3,66-2	5,14-2	5,15-2
	335	1	4,35-3	5,41-3	5,44-3
		10	2,75-2	3,54-2	3,56-2
		25	4,24-2	5,83-2	5,85-2

(a) Considerando: $T_f = 540$ dias, $\tau_p = 365$ dias, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 0,8$, $p_1 = 0,8$ e $p_2 = 0,8$

(b) $1,32-3 = 1,32 \times 10^{-3}$

Para completar a análise do presente modelo, foram feitas algumas análises de sensibilidade para avaliar o comportamento da frequência de acidente em relação a alguns parâmetros relevantes.

A Figura (VII.49) apresenta as curvas geradas considerando $T_f = 30$ dias e 365 dias, para três conjuntos de valores de γ , p_0 , p_1 e p_2 , considerando o modelo de reparo QA . Na figura, menciona-se o modelo $QA - M$ apenas para indicar que o modelo adotado nos períodos intertestes é o markoviano.

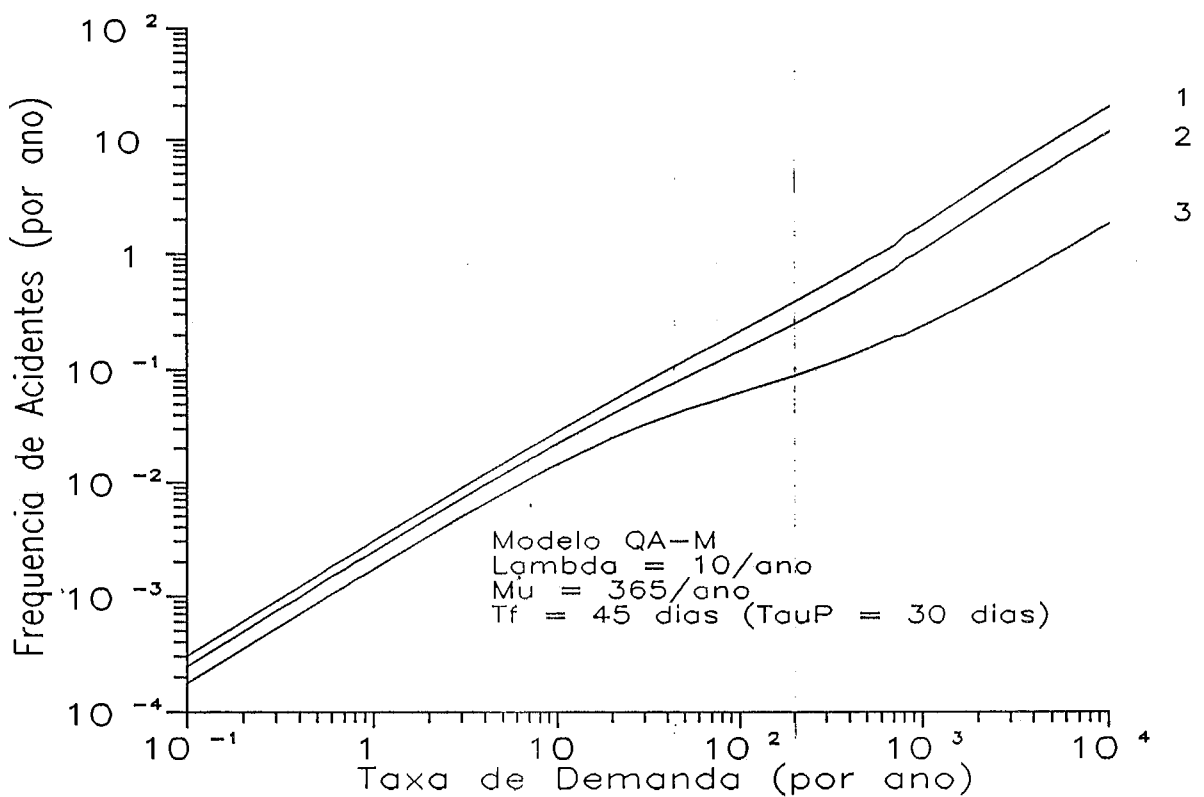


Figura (VII.49) - Comportamento de η considerando $\gamma = p_0 = p_1 = p_2 = 0,6$ (curva 1), $0,8$ (curva 2) e $1,0$ (curva 3), Modelo de Reparo QA e 1 Canal

Observa-se, da figura, que o comportamento do sistema é o esperado, havendo um comportamento monotonicamente crescente, por ser o modelo QA e, uma degradação (ou seja, maiores valores de η) quando mais diminuem as probabilidades que ditam a eficiência do canal, em termos de reparo, *test override* e indução e detecção de falha pelo teste.

A Figura (VII.50) apresenta as curvas geradas considerando também $T_f = 30$ dias e 365 dias, para os mesmos conjuntos de valores de γ , p_0 , p_1 e p_2 mas, agora, para o modelo *FA* de reparo.

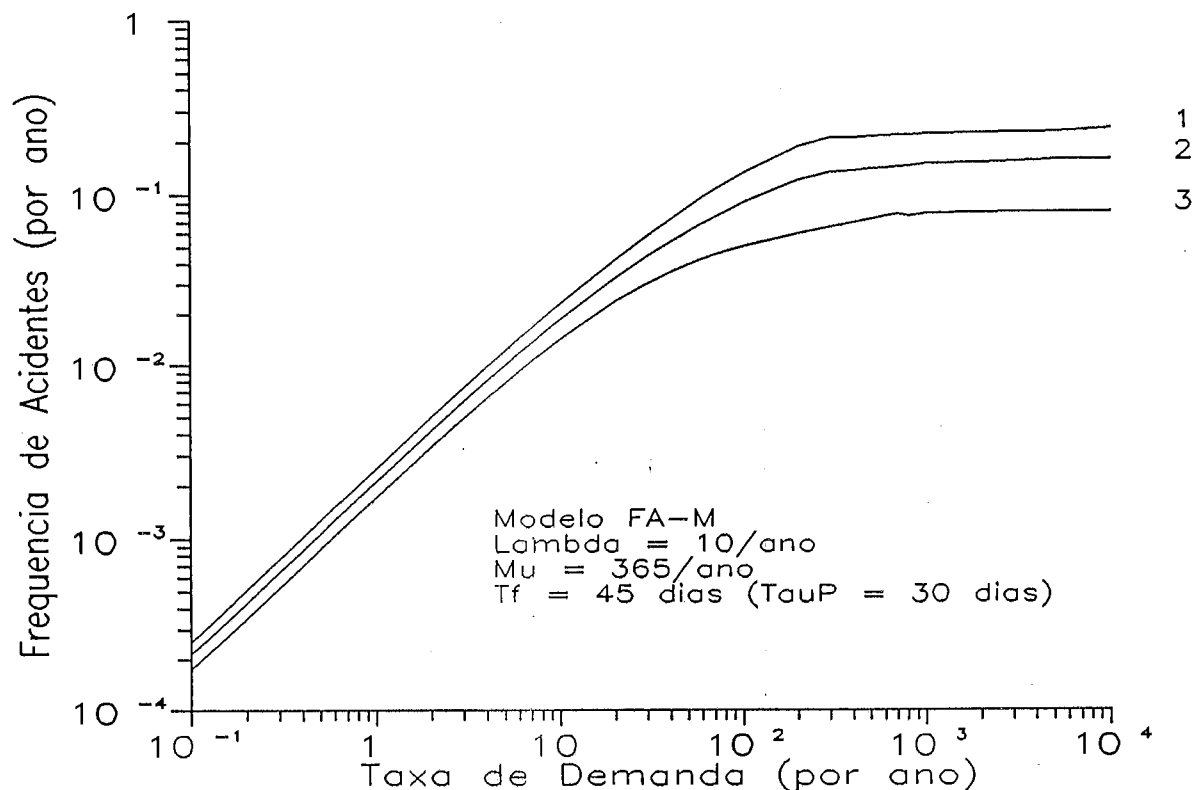


Figura (VII.50) - Comportamento de η para o Modelo *FA-M*, considerando os Mesmos Parâmetros da Figura (VII.49)

Assim como ocorreu para o modelo *QA - M*, observa-se um comportamento do sistema já esperado, no sentido de ocorrer a saturação, em vista do estado 3 ser absorvente. A degradação observada na Figura (VII.49) ocorre também aqui, para os mesmos conjuntos de valores dos parâmetros γ , p_0 , p_1 e p_2 .

O comportamento de η em relação ao tempo de duração do teste, t_D , é analisado nas Figuras (VII.51) e (VII.52). Na primeira, é considerado o modelo de reparo *QA - M*, ao passo que, na segunda, é adotado o modelo *FA - M*. Nestes dois gráficos, os parâmetros γ , p_0 , p_1 e p_2 recebem valores ideais, ou seja, 1,0. Cada gráfico apresenta três curvas, correspondentes a três valores do tempo de duração do teste: 0, 1 e 2 dias.

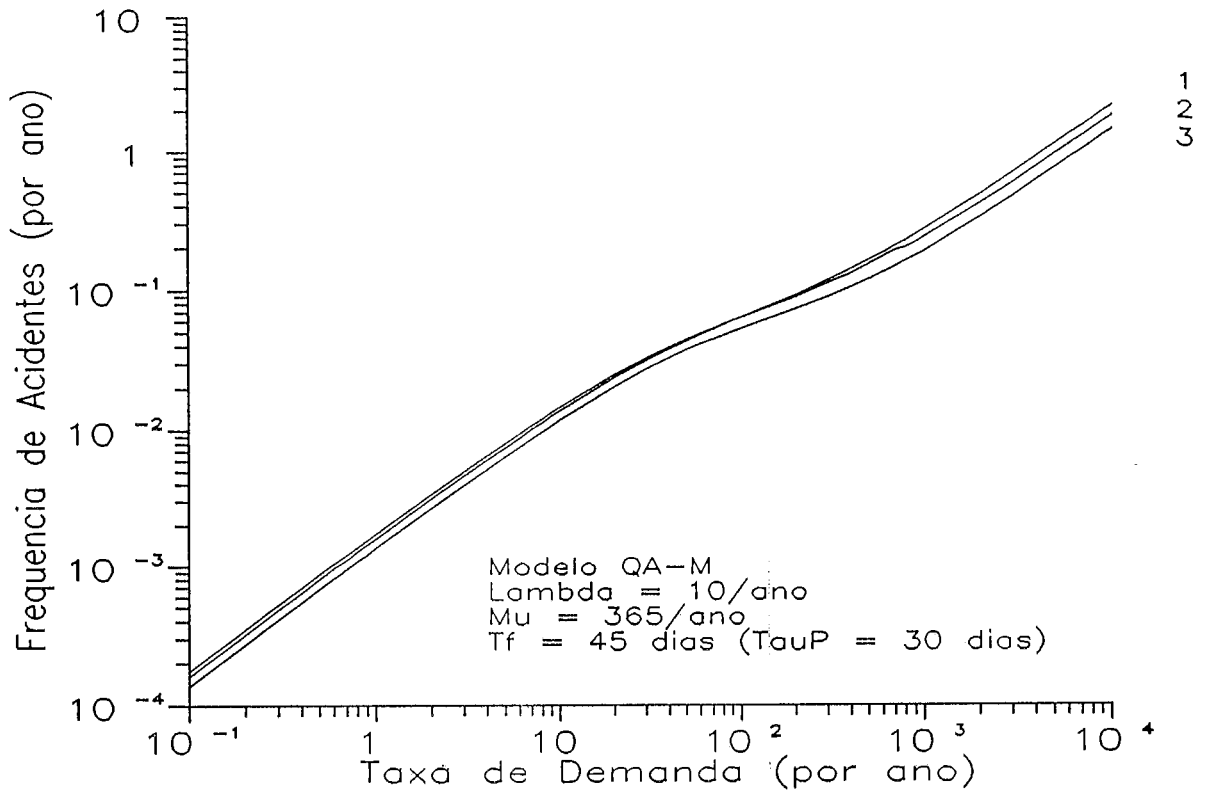


Figura (VII.51) - Comportamento de η considerando diversos Tempos de Duração do Teste para o Modelo QA - M e 1 Canal

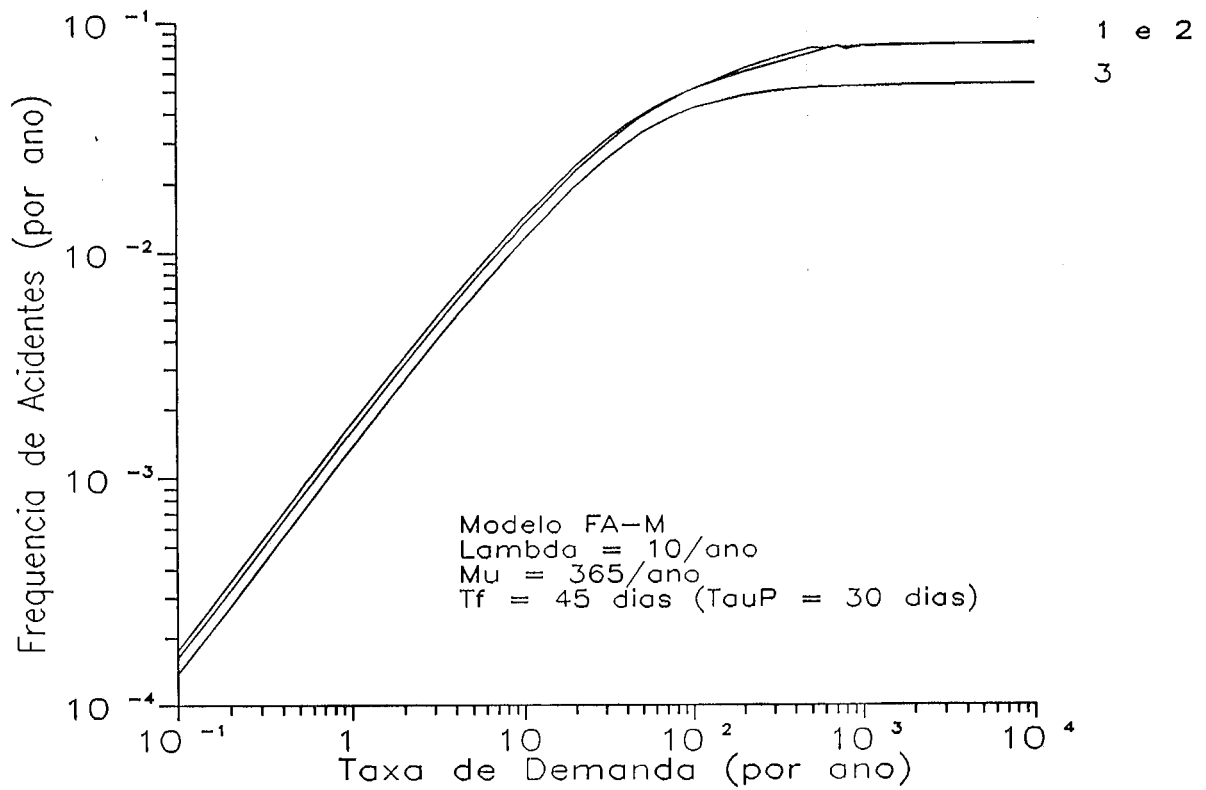


Figura (VII.52) - Influência do Tempo de Duração do Teste Considerando o Modelo de Reparo FA - M e 1 Canal

Observa-se, das duas figuras anteriores, que o comportamento da frequência de acidente é o esperado, considerando os dois modelos de reparo adotados. A degradação observada não é muito significativa, mesmo para um tempo de duração do teste de 2 dias. Naturalmente, se considerarmos valores mais altos, observaremos uma maior degradação mas, não teria sentido prático a consideração de tempos de duração maiores que 2 dias.

Para o modelo $QA - M$, observa-se que, para pequenos valores de ν , não se nota diferença significativa entre as três curvas, apesar de haver uma maior aproximação das curvas para os tempos não nulos, o que é um comportamento típico; por outro lado, quando a taxa de demanda cresce, as curvas ficam praticamente equidistantes e apresentam o comportamento monotonamente crescente já conhecido.

No caso do modelo $FA - M$, observa-se que só se começa a observar degradação a partir do valor de 2 dias para o tempo de duração do teste do canal. O teste instantâneo, ou de duração igual a 1 dia, produz frequências de acidente praticamente iguais. O próprio modelo de reparo adotado neste caso explica esta diferença quase imperceptível.

VII.3.2) Resultados do modelo $M - SM$ para 2 canais

De forma a tornar mais clara a discussão do modelo $M - SM$ para 2 canais, a Tabela (VII.16) apresenta um sumário dos casos a serem analisados.

TABELA (VII.16) - Casos a Analisar no Contexto do Modelo $M - SM$ para 2 Canais

Mod. Rep./ Rev.	Vet p_T	Teste		$\Phi_M(\Delta t)$		$H(m\Delta t)$	$>W(n\Delta t)$
		Pol.	M_T	Inter-teste	Teste		
<i>QAR</i>	VII.1	SEQ ESC	V.38 V.44	VII.2	VII.3	VII.4	VII.5
<i>QAU</i>	VII.6	SEQ ESC	V.38 V.44	VII.7	VII.8		
<i>FAR</i>	VII.9	SEQ ESC	V.38 V.44	VII.2	VII.3		
<i>FAU</i>	VII.10	SEQ ESC	V.38 V.44	VII.7	VII.8		

Restringir-nos-emos aos 4 modelos de reparo/revelação de falhas de canais apresentados na primeira coluna da Tabela (VII.16).

O primeiro modelo de reparo a considerar é o *QAR - M*. O vetor gerador da solução, p_T , é dado pela Eq. (VII.1):

$$p_T = (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1) . \quad (\text{VII.1})$$

Já para o modelo *QAU - M*, o vetor gerador da solução é dado pela Eq. (VII.6):

$$p_T = (0 \ 0 \ 1 \ 1) .$$

Para o modelo de reparo *FAR - M*, o vetor gerador é dado pela Eq. (VII.9):

$$p_T = (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0) .$$

Finalmente, para o modelo *FAU - M*, o vetor gerador é dado pela Eq. (VII.10):

$$p_T = (0 \ 0 \ 1 \ 0) .$$

Em seguida, vem a definição da política de teste e da respectiva matriz de teste. Neste caso em particular, não será levada em conta a matriz de *test override* porque os testes dos canais nunca são realizados ao mesmo tempo, exatamente para permitir que sempre haja um disponível.

A matriz de teste para a política de testes escalonados é dada pela Eq. (V.38), ao passo que a relacionada com os teste seqüenciais é dada pela Eq. (V.44), com os elementos não nulos subseqüentemente definidos.

Prosseguindo, a próxima definição se refere à matriz das probabilidades de transição, tanto para os períodos intertestes, como para os de teste dos canais. Note-se, da Tabela (VII.16), que existem duas alternativas no contexto do modelo *M - SM*, conforme pode ser observado nas 5ª e 6ª colunas da referida tabela.

A matriz das probabilidades de transição para os modelos *QAR - M* e *FAR - M*, é dada pela equação (VII.2):

$$\Phi_M(\Delta t) = \begin{vmatrix} 1 - (2\lambda_1 + \lambda_2) \Delta t & 2\lambda_1 \Delta t & 0 & \lambda_2 \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 1 - (v + \lambda_1) \Delta t & v \Delta t & \lambda_1 \Delta t & 0 & 0 \\ \bar{\gamma} \mu \Delta t & \gamma \mu \Delta t & 1 - (\lambda_1 + \mu) \Delta t & 0 & \lambda_1 \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - v \Delta t & 0 & v \Delta t \\ 0 & \bar{\gamma} \Delta t & 0 & \gamma \mu \Delta t & 1 - (\mu + v) \Delta t & v \Delta t \\ 0 & 0 & 2\bar{\gamma} \mu \Delta t & 0 & 2\gamma \mu \Delta t & 1 - 2\mu \Delta t \end{vmatrix}.$$

A matriz das probabilidades de transição para o teste considerando os mesmos modelos de reparo é dada pela Eq. (VII.3):

$$\Phi_M(\Delta t) = \begin{vmatrix} 1 - (2\lambda_1 + \lambda_2) \Delta t & 2\lambda_1 \Delta t & 0 & \lambda_2 \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 1 - (v + \lambda_1) \Delta t & v \Delta t & \lambda_1 \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \lambda_1 \Delta t & 0 & \lambda_1 \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - v \Delta t & 0 & v \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - v \Delta t & v \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Para os modelos de reparo *QAU - M* e *FAU - M*, a matriz das probabilidades de transição para os intervalos intertestes é dada pela Eq. (VII.7):

$$\Phi_M(\Delta t) = \begin{vmatrix} 1 - (2\lambda_1 + \lambda_2) \Delta t & 2\lambda_1 \Delta t & \lambda_2 \Delta t & 0 \\ 0 & 1 - \lambda_1 \Delta t & \lambda_1 \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 1 - v \Delta t & v \Delta t \\ \bar{\gamma} \mu \Delta t & 0 & \gamma \mu \Delta t & 1 - \mu \Delta t \end{vmatrix}$$

A matriz das probabilidades de transição para os intervalos de teste é dada pela Eq. (VII.8):

$$\Phi_M(\Delta t) = \begin{vmatrix} 1 - (2\lambda_1 + \lambda_2) \Delta t & 2\lambda_1 \Delta t & \lambda_2 \Delta t & 0 \\ 0 & 1 - \lambda_1 \Delta t & \lambda_1 \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \nu \Delta t & \nu \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Finalmente, as matrizes $\mathbf{H}(m\Delta t)$ e ${}^>\mathbf{W}(n\Delta t)$ são dadas pelas Eqs. (VII.4) e (VII.5), respectivamente:

$$\mathbf{H}(m\Delta t) = \{h_{ij}(m\Delta t)\} = \begin{cases} \delta(m-n), & \text{se } i \leq 5 \\ \delta(m-1), & \text{se } i = 6 \end{cases}$$

$${}^>\mathbf{W}(n\Delta t) = \{{}^>w_{ij}(n\Delta t)\} = \begin{cases} 0, & \text{se } i \leq 5 \\ \delta(n), & \text{se } i = 6 \end{cases}$$

Considerando a Figura (V.2), que apresenta a evolução temporal para o sistema com 2 canais e com o teste escalonado dos mesmos, o problema que se deve resolver, é o especificado a seguir.

- intervalo 1: $0 \leq t < k\tau_p$:

$$\mathbf{P}_{j+1} = \mathbf{P}_j \cdot \Phi_M(\Delta t), \quad \mathbf{P}_0 = (1, 0, 0, 0, 0, 0), \quad j = 1, \dots, \frac{\tau_p}{2\Delta t}.$$

- intervalo 2 (teste do canal 1): $0,5\tau_p \leq t < 0,5\tau_p + t_D$:

Neste intervalo, temos um processo semi-markoviano, pois o tempo de residência em alguns dos estados, antes das possíveis transições são constantes. A equação a resolver, portanto, é:

$$\mathbf{P}(0,5\tau_p + t_D) = \mathbf{P}(0,5\tau_p) \cdot \Phi_S(t_D).$$

O vetor $\mathbf{p}(0,5\tau_p)$ é a solução do sistema do intervalo 1 em $t = 0,5\tau_p$.

- intervalo 3: $0,5\tau_p + t_D \leq t < \tau_p$:

Aqui, deve-se resolver a mesma equação do intervalo 1; a única diferença é

que a condição inicial é dada por $p(0,5\tau_p + t_D)$, solução do sistema do intervalo anterior em $t = 0,5\tau_p + t_D$, ou seja, ao término do teste do canal 1.

- intervalo 4 (teste do canal 2): $\tau_p \leq t < \tau_p + t_D$.

A equação a resolver é a abaixo especificada:

$$p(\tau_p + t_D) = p(\tau_p) \cdot \Phi_S(t_D).$$

Neste intervalo, a condição inicial é dada pela solução do sistema do intervalo anterior em $t = \tau_p$.

- intervalo 5: $\tau_p + t_D \leq t < T_f$.

A equação a resolver aqui é a mesma dos intervalos 1 e 3:

$$p_{j+1} = p_j \Phi_M(\Delta t), \quad j = 1, \dots, \frac{T_f - (\tau_p + t_D)}{\Delta t},$$

com a condição inicial dada pelo vetor $p(\tau_p + t_D)$, solução do sistema do intervalo anterior em $t = \tau_p + t_D$, ou seja, ao término do teste do canal 2.

Uma questão fundamental a considerar neste contexto, se relaciona com a revelação da falha de 1 canal.

De fato, suponhamos que, nos intervalos ímpares apresentados na Figura (V.2), o modelo de revelação/reparo seja o *QAU* (assim como poderia ser o *FAU*, sem perda de generalidade). Ora, isto significa que a falha de um canal não é revelada entre testes. Contudo, esta restrição não tem sentido no teste, pois o mesmo é efetuado canal a canal. Assim, deparamo-nos com a situação de *não* ter a revelação da falha de 1 canal entre testes e tê-la durante o mesmo.

Para resolver o problema acima, já que a matriz das taxas de transição intertestes é de ordem 4 e durante o teste é de ordem 6, lançaremos mão de estados fictícios (*dummy states*), os quais serão exatamente os estados 3 e 5 (nos períodos entre testes), pois são os estados em que ocorre a revelação da falha de um canal. Este procedimento é adotado para permitir a solução das equações. Vejamos, então, como fica

a solução neste caso.

Em $t = 0$, teremos o vetor $\mathbf{p}_T = (1, 0, 0, 0)$. Em $t = 0,5 \tau_p$, será gerado o vetor $\mathbf{p}(0,5 \tau_p) = [p_1(0,5 \tau_p), p_2(0,5 \tau_p), p_3(0,5 \tau_p), p_4(0,5 \tau_p)]$. A equação a resolver neste primeiro intervalo já foi discutida anteriormente.

No intervalo 2, surge a diferença, com a utilização dos estados fictícios. A equação a resolver, já foi discutida. Contudo, a condição inicial, é dada pelo vetor $\mathbf{p}(0,5 \tau_p)$, solução do intervalo anterior, acrescido de dois estados fictícios, que são o 3 e o 5. Logo, o vetor condição inicial para a solução durante o intervalo de teste do canal 1, é dado por $\mathbf{p}(0,5 \tau_p) = [p_1(0,5 \tau_p), p_2(0,5 \tau_p), 0, p_3(0,5 \tau_p), 0, p_4(0,5 \tau_p)]$.

Para o terceiro intervalo, a solução é produzida resolvendo-se a equação que já se discutiu anteriormente. A única consideração cabível, refere-se ao vetor condição inicial: o mesmo é dado pela solução do intervalo 2 em $t = 0,5 \tau_p + t_D$ mas, devem-se suprimir os estados fictícios 3 e 5.

Considerações inteiramente análogas se aplicam ao 4º e 5º intervalos.

Devido ao número de alternativas, podem ser gerados resultados variados, tais que sua análise e comparação tornar-se-ia extremamente tediosa. Sendo assim, apresentar-se-ão apenas alguns deles.

Inicialmente, a Tabela (VII.17) apresenta os resultados para o modelo *QAR-M*, considerando $T_f = 540$ dias, testes escalonados e $\alpha = (0,8, 0,2)$, ou seja, sem a presença de falhas de causa comum; em seguida, a Tabela (VII.18), repete a análise, agora para testes seqüências dos canais. As Tabelas (VII.19) e (VII.20) retomam os dois casos das tabelas anteriores mas, agora, considerando $\alpha = (1, 0)$.

TABELA (VII.17) - Variação da Freqüência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QAR - M considerando 2 Canais^(a)

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	ν (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	4,39-4 ^(b)	6,36-4	6,32-4
		10	2,99-3	4,12-3	4,11-3
		25	5,04-3	6,68-3	6,69-3
	335	1	4,39-4	6,32-4	5,34-4
		10	2,67-3	3,65-3	3,16-3
		25	3,46-3	4,50-3	4,02-3
10	40	1	5,64-3	6,91-3	6,92-3
		10	4,63-2	5,63-2	5,65-2
		25	9,50-2	1,15-1	1,15-1
	335	1	5,58-3	6,90-3	6,25-3
		10	4,37-2	5,35-2	4,88-2
		25	7,81-2	9,48-2	8,69-2

(a) Para: $T_f = 540$ dias, $\tau_p = 365$ dias, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 0,8$, $p_2 = 0,8$, $\alpha = (0,8, 0,2)$ e testes escalonados

(b) $4,39-4 = 4,39 \times 10^{-4}$

TABELA (VII.18) - Variação da Freqüência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QAR - M considerando 2 Canais^(a)

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	ν (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	5,52-4 ^(b)	6,79-4	6,76-4
		10	3,03-3	4,09-3	4,10-3
		25	4,44-3	6,81-3	6,86-3
	335	1	5,50-4	6,75-4	6,55-4
		10	2,63-3	3,66-3	3,61-3
		25	2,84-3	5,07-3	5,14-3
10	40	1	4,14-3	4,55-3	4,58-3
		10	3,35-2	3,69-2	3,71-2
		25	6,77-2	7,50-2	7,57-2
	335	1	4,12-3	4,54-3	4,41-3
		10	3,17-2	3,51-2	3,42-2
		25	5,55-2	6,21-2	6,09-2

(a) Para: $T_f = 540$ dias, $\tau_p = 365$ dias, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 0,8$, $p_2 = 0,8$, $\alpha = (0,8, 0,2)$ e testes seqüenciais

(b) $5,52-4 = 5,52 \times 10^{-4}$

TABELA (VII.19) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QAR - M considerando 2 Canais^(a)

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	v (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	7,12-4 ^(b)	9,52-4	9,50-4
		10	5,10-3	6,52-3	6,54-3
		25	9,28-3	1,15-2	1,16-2
	335	1	7,07-4	9,46-4	8,27-4
		10	4,61-3	5,90-3	5,28-3
		25	6,97-3	8,60-3	7,88-3
10	40	1	5,21-3	6,45-3	6,47-3
		10	4,16-2	5,07-2	5,10-2
		25	8,35-2	1,01-1	1,02-1
	335	1	5,17-3	6,43-3	5,83-3
		10	3,91-2	4,80-2	4,39-2
		25	6,86-2	8,33-2	7,70-2

- (a) Para: $T_f = 540$ dias, $\tau_p = 365$ dias, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 0,8$, $p_2 = 0,8$, $\alpha = (1, 0)$ e testes escalonados
 (b) $7,12-4 = 7,12 \times 10^{-4}$

TABELA (VII.20) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QAR - M considerando 2 Canais^(a)

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	v (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	7,01-4 ^(b)	7,77-4	7,76-4
		10	4,23-3	4,75-3	4,77-3
		25	7,02-3	8,00-3	8,07-3
	335	1	6,96-4	7,72-4	7,44-4
		10	3,76-3	4,26-3	4,14-3
		25	5,09-3	5,94-3	5,85-3
10	40	1	3,90-3	4,23-3	4,26-3
		10	3,01-2	3,26-2	3,29-2
		25	5,91-2	6,43-2	6,51-2
	335	1	3,87-3	4,23-3	4,10-3
		10	2,83-2	3,09-2	3,01-2
		25	4,83-2	5,29-2	5,19-2

- (a) Para: $T_f = 540$ dias, $\tau_p = 365$ dias, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 0,8$, $p_2 = 0,8$ e $\alpha = (1, 0)$ e testes seqüenciais
 (b) $7,01-4 = 7,01 \times 10^{-4}$

As quatro tabelas apresentadas, (VII.33) a (VII.36), para o modelo *QAR - M* mostram que o comportamento do sistema, do ponto de vista da taxa de reparo, é o esperado, no sentido de que se observam variações menos sensíveis para baixas taxas de demanda. Quando se considera uma taxa de demanda de 25/ano, o efeito é mais sensível, mesmo para uma taxa de falha de 1/ano.

A comparação entre as políticas de teste escalonada e seqüencial mostra a consistência do modelo proposto. Observe-se, comparando-se as Tabelas (VII.17) e (VII.18), que a política seqüencial apresenta maiores valores, em geral, da freqüência de acidente, pois o intervalo entre testes, seja de um ou de 2 canais, permaneceu inalterado. Ao se mexer nos dois canais no intervalo, como o reparo não é perfeito e, além disso, por se considerarem falhas de causa comum, é natural que se obtenham maiores freqüências de acidente.

As Tabelas (VII.19) e (VII.20) apresentam os mesmos resultados, só que agora, não se consideram falhas de causa comum. Contudo, as conclusões gerais permanecem inalteradas.

Um ponto adicional que se deve comentar, refere-se ao comportamento da freqüência de acidente com o tempo de duração do teste, t_D . Nota-se, sempre uma sensível variação quando se passa do teste instantâneo para o teste de duração não nula. Contudo, a sensibilidade de η em relação aos valores não nulos de t_D não é tão pronunciada.

TABELA (VII.21) - *Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QAU - M considerando 2 Canais^(a)*

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	v (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	4,54-4 ^(b)	6,61-4	6,55-4
		10	3,92-3	5,57-3	5,54-3
		25	8,41-3	1,17-2	1,17-2
	335	1	4,55-4	6,58-4	5,54-4
		10	3,71-3	5,23-3	4,46-3
		25	7,05-3	9,68-3	8,37-3
10	40	1	5,69-3	6,97-3	6,99-3
		10	5,01-2	6,09-2	6,11-2
		25	1,11-1	1,34-1	1,34-1
	335	1	5,64-3	6,96-3	6,31-3
		10	4,79-2	5,86-2	5,34-2
		25	9,64-2	1,17-1	1,07-1

(a) Para: $T_f = 540$ d, $\tau_p = 365$ d, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 0,8$, $p_2 = 0,8$, $\alpha = (0,8; 0,2)$ e testes seqüenciais

(b) $4,54-4 = 4,54 \times 10^{-4}$

TABELA (VII.22) - *Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QAU - M considerando 2 Canais^(a)*

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	v (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	5,81-4 ^(b)	7,86-4	7,83-4
		10	4,47-3	6,39-3	6,36-3
		25	8,80-3	1,33-2	1,32-2
	335	1	5,80-4	7,84-4	7,68-4
		10	4,13-3	6,03-3	5,93-3
		25	6,97-3	1,14-2	1,12-2
10	40	1	4,18-3	4,66-3	4,69-3
		10	3,62-2	4,05-2	4,07-2
		25	7,89-2	8,86-2	8,90-2
	335	1	4,15-3	4,66-3	4,53-3
		10	3,46-2	3,90-2	3,80-2
		25	6,85-2	7,78-2	7,59-2

(a) Para: $T_f = 540$ d, $\tau_p = 365$ d, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 0,8$, $p_2 = 0,8$, $\alpha = (0,8; 0,2)$ e testes escalonados

(b) $5,81-4 = 5,81 \times 10^{-4}$

TABELA (VII.23) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QAU - M considerando 2 Canais^(a)

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	v (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	7,28-4 ^(b)	9,77-4	9,75-4
		10	6,08-3	7,96-3	7,96-3
		25	1,27-2	1,63-2	1,63-2
	335	1	7,25-4	9,73-4	8,49-4
		10	5,69-3	7,44-3	6,58-3
		25	1,04-2	1,32-2	1,18-2
10	40	1	5,29-3	6,54-3	6,57-3
		10	4,64-2	5,67-2	5,70-2
		25	1,02-1	1,24-1	1,24-1
	335	1	5,24-3	6,53-3	5,92-3
		10	4,42-2	5,44-2	4,96-2
		25	8,80-2	1,07-1	9,86-2

(a) Para: $T_f = 540$ d, $\tau_p = 365$ d, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 0,8$, $p_2 = 0,8$, $\alpha = (1, 0)$ e testes sequenciais

(b) $7,28-4 = 7,28 \times 10^{-4}$

TABELA (VII.24) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo QAU - M considerando 2 Canais^(a)

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	v (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	7,28-4 ^(b)	9,81-4	9,79-4
		10	5,47-3	7,85-3	7,85-3
		25	1,06-2	1,63-2	1,63-2
	335	1	7,24-4	9,78-4	9,60-4
		10	5,04-3	7,39-3	7,32-3
		25	8,32-3	1,38-2	1,38-2
10	40	1	3,96-3	4,47-3	4,50-3
		10	3,38-2	3,84-2	3,87-2
		25	7,30-2	8,35-2	8,41-2
	335	1	3,93-3	4,47-3	4,34-3
		10	3,23-2	3,69-2	3,60-2
		25	6,27-2	7,27-2	7,13-2

(a) Para: $T_f = 540$ d, $\tau_p = 365$ d, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 0,8$, $p_2 = 0,8$, $\alpha = (1, 0)$ e testes escalonados

(b) $7,28-4 = 7,28 \times 10^{-4}$

A análise das Tabelas (VII.21) a (VII.24), para o modelo $QAU - M$, revela que o comportamento deste modelo, em que a falha de um canal não é revelada, é o esperado. Cabe lembrar, aqui, a modelagem de estados fictícios adotado neste caso, pelo fato de que, durante o teste, os canais são analisados um por vez e, portanto, ocorre a revelação da falha de um canal.

O comportamento de η em relação a v e a μ também é semelhante ao detectado em relação ao modelo $QAR - M$.

Também é exibido, neste contexto, o comportamento em relação tanto ao tempo de duração do teste como das falhas de causa comum.

TABELA (VII.25) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FAR - M considerando 2 Canais^(a)

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	v (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	4,34-4 ^(b)	6,29-4	6,24-4
		10	2,67-3	3,68-3	3,67-3
		25	3,89-3	5,14-3	5,16-3
	335	1	4,39-4	6,31-4	5,33-4
		10	2,63-3	3,60-3	3,12-3
		25	3,33-3	4,34-3	3,88-3
10	40	1	5,57-3	6,82-3	6,84-3
		10	4,13-2	5,02-2	5,04-2
		25	7,29-2	8,80-2	8,85-2
	335	1	5,58-3	6,89-3	6,24-3
		10	4,31-2	5,27-2	4,81-2
		25	7,53-2	9,14-2	8,38-2

(a) Para: $T_f = 540$ d, $\tau_p = 365$ d, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 0,8$, $p_2 = 0,8$, $\alpha = (0,8; 0,2)$ e testes sequenciais
 (b) $4,34-4 = 4,34 \times 10^{-4}$

TABELA (VII.26) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FAR - M considerando 2 Canais^(a)

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	v (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	5,46-4 ^(b)	6,71-4	6,69-4
		10	2,70-3	3,71-3	3,70-3
		25	3,41-3	5,53-3	5,45-3
	335	1	5,49-4	6,74-4	6,54-4
		10	2,59-3	3,59-3	3,52-3
		25	2,74-3	4,81-3	4,75-3
10	40	1	4,09-3	4,49-3	4,52-3
		10	2,98-2	3,29-2	3,32-2
		25	5,19-2	5,78-2	5,83-2
	335	1	4,11-3	4,54-3	4,40-3
		10	3,12-2	3,46-2	3,36-2
		25	5,35-2	5,98-2	5,84-2

(a) Para: $T_f = 540$ d, $\tau_p = 365$ d, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 0,8$, $p_2 = 0,8$, $\alpha = (0,8; 0,2)$ e testes escalonados
 (b) $5,46-4 = 5,46 \times 10^{-4}$

TABELA (VII.27) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FAR - M considerando 2 Canais^(a)

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	ν (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	7,04-4 ^(b)	9,41-4	9,39-4
		10	4,55-3	5,82-3	5,84-3
		25	7,13-3	8,85-3	8,92-3
	335	1	7,06-4	9,45-4	8,26-4
		10	4,55-3	5,81-3	5,21-3
		25	6,72-3	8,29-3	7,60-3
10	40	1	5,15-3	6,37-3	6,40-3
		10	3,71-2	4,52-2	4,55-2
		25	6,41-2	7,75-2	7,83-2
	335	1	5,16-3	6,42-3	5,82-3
		10	3,85-2	4,73-2	4,33-2
		25	6,61-2	8,03-2	7,42-2

(a) Para: $T_f = 540$ d, $\tau_p = 365$ d, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 0,8$, $p_2 = 0,8$, $\alpha = (1, 0)$ e testes sequenciais

(b) $7,04-4 = 7,04 \times 10^{-4}$

TABELA (VII.28) - Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FAR - M considerando 2 Canais^(a)

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	ν (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	6,93-4 ^(b)	7,68-4	7,67-4
		10	3,77-3	4,25-3	4,27-3
		25	5,38-3	6,21-3	6,25-3
	335	1	6,95-4	7,71-4	7,43-4
		10	3,71-3	4,20-3	4,07-3
		25	4,91-3	5,71-3	5,59-3
10	40	1	3,85-3	4,18-3	4,21-3
		10	2,68-2	2,91-2	2,94-2
		25	4,53-2	4,94-2	5,01-2
	335	1	3,87-3	4,22-3	4,09-3
		10	2,79-2	3,04-2	2,97-2
		25	4,66-2	5,10-2	5,00-2

(a) Para: $T_f = 540$ d, $\tau_p = 365$ d, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 0,8$, $p_2 = 0,8$, $\alpha = (1, 0)$ e testes escalonados

(b) $6,93-4 = 6,93 \times 10^{-4}$

TABELA (VII.29) - Variação da Freqüência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FAU - M considerando 2 Canais^(a)

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	v (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	4,44-4 ^(b)	6,45-4	6,38-4
		10	3,21-3	4,53-3	4,50-3
		25	5,41-3	7,45-3	7,40-3
	335	1	4,54-4	6,54-4	5,50-4
		10	3,60-3	5,07-3	4,30-3
		25	6,57-3	8,98-3	7,72-3
10	40	1	5,56-3	6,80-3	6,80-3
		10	4,07-2	4,91-2	4,91-2
		25	6,98-2	8,37-2	8,37-2
	335	1	5,62-3	6,92-3	6,26-3
		10	4,65-2	5,67-2	5,15-2
		25	8,97-2	1,08-1	9,89-2

(a) Para: $T_f = 540$ d, $\tau_p = 365$ d, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 0,8$, $p_2 = 0,8$, $\alpha = (0,8; 0,2)$ e testes seqüenciais

(b) $4,44-4 = 4,44 \times 10^{-4}$

TABELA (VII.30) - Variação da Freqüência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FAR - M considerando 2 Canais^(a)

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	v (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	5,68-4 ^(b)	6,93-4	6,88-4
		10	3,62-3	4,71-3	4,69-3
		25	5,56-3	7,97-3	7,94-3
	335	1	5,78-4	7,03-4	6,80-4
		10	4,01-3	5,14-3	4,99-3
		25	6,49-3	9,00-3	8,82-3
10	40	1	4,08-3	4,46-3	4,46-3
		10	2,92-2	3,20-2	3,20-2
		25	4,94-2	5,46-2	5,47-2
	335	1	4,14-3	4,54-3	4,38-3
		10	3,36-2	3,69-2	3,57-2
		25	6,37-2	7,03-2	6,81-2

(a) Para: $T_f = 540$ d, $\tau_p = 365$ d, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 0,8$, $p_2 = 0,8$, $\alpha = (0,8; 0,2)$ e testes escalonados

(b) $5,68-4 = 5,68 \times 10^{-4}$

TABELA (VII.31) - *Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FAR - M considerando 2 Canais*^(a)

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	ν (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	7,12-4 ^(b)	9,53-4	9,47-4
		10	4,96-3	6,44-3	6,42-3
		25	8,06-3	1,02-2	1,02-2
	335	1	7,23-4	9,67-4	8,41-4
		10	5,53-3	7,19-3	6,33-3
		25	9,65-3	1,22-2	1,09-2
10	40	1	5,17-3	6,36-3	6,36-3
		10	3,76-2	4,57-2	4,57-2
		25	6,42-2	7,72-2	7,72-2
	335	1	5,22-3	6,48-3	5,84-3
		10	4,29-2	5,25-2	4,76-2
		25	8,19-2	9,91-2	9,04-2

(a) Para: $T_f = 540$ d, $\tau_p = 365$ d, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 0,8$, $p_2 = 0,8$, $\alpha = (1, 0)$ e testes sequenciais

(b) $7,12-4 = 7,12 \times 10^{-4}$

TABELA (VII.32) - *Variação da Frequência de Acidentes em Função do Tempo de Duração do Teste para o Modelo FAR - M considerando 2 Canais*^(a)

λ (a ⁻¹)	μ (a ⁻¹)	ν (a ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
			$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	40	1	7,11-4 ^(b)	9,45-4	9,41-4
		10	4,43-3	6,54-3	6,53-3
		25	6,67-3	1,16-2	1,16-2
	335	1	7,22-4	9,57-4	9,36-4
		10	4,89-3	7,06-3	6,96-3
		25	7,74-3	1,28-2	1,27-2
10	40	1	3,87-3	4,33-3	4,33-3
		10	2,73-2	3,10-2	3,10-2
		25	4,57-2	5,32-2	5,33-2
	335	1	3,92-3	4,41-3	4,26-3
		10	3,13-2	3,55-2	3,44-2
		25	5,84-2	6,71-2	6,52-2

(a) Para: $T_f = 540$ d, $\tau_p = 365$ d, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 0,8$, $p_2 = 0,8$, $\alpha = (1, 0)$ e testes escalonados

(b) $7,11-4 = 7,11 \times 10^{-4}$

Finalmente, pode-se observar, pelo exame das Tabelas (VII.25) a (VII.28) (para o modelo *FAR - M*) e (VII.29) a (VII.32), para o modelo *FAU - M*, que conclusões de cunho inteiramente semelhante permanecem válidas.

Uma última avaliação, neste contexto, prende-se ao comportamento do sistema em relação a altas taxas de demanda. A Figura (VII.53) apresenta o comportamento do sistema, considerando o modelo de reparo *QAR - M*.

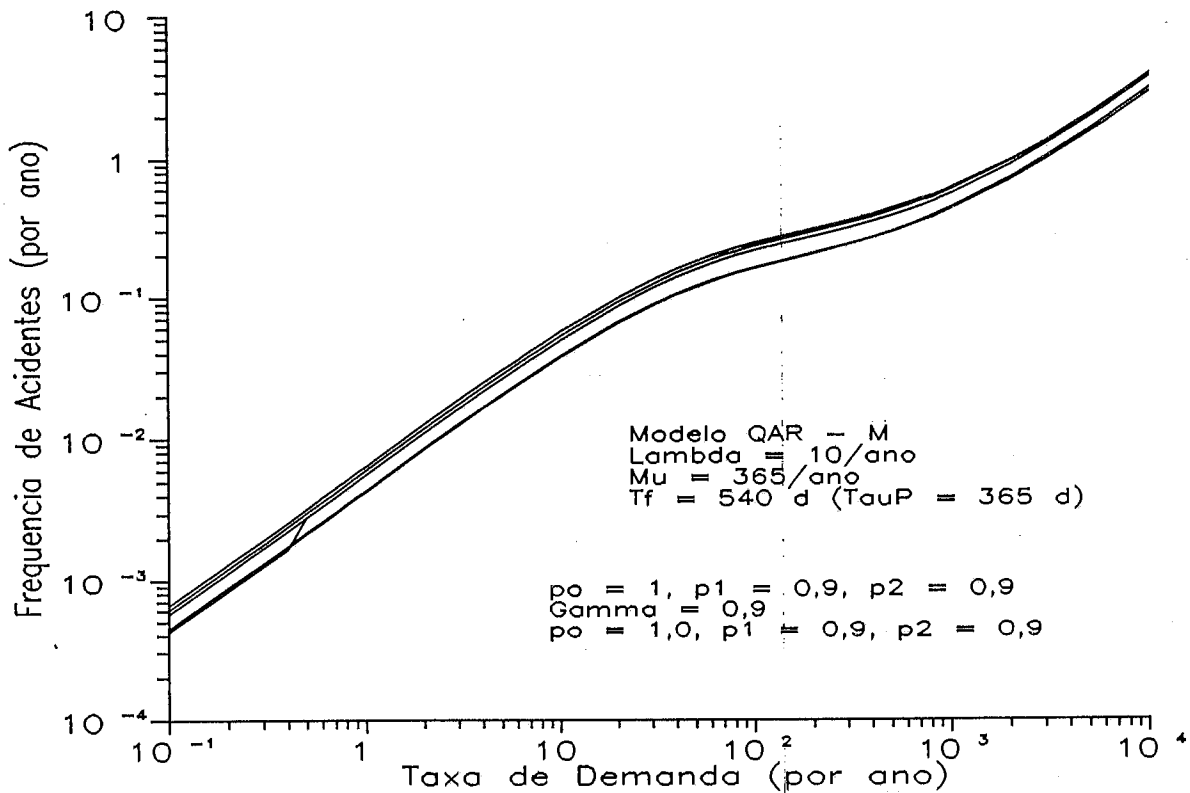


Figura (VII.53) - Comportamento de η para 2 Canais considerando o Modelo *QAR - M* e $\alpha = (1,0)$.

Conforme pode ser observado da Figura, o comportamento da frequência de acidente, para este modelo, é o esperado, no sentido de que apresenta um comportamento crescente. É interessante notar que são exibidas, na realidade, seis curvas na figura, considerando os valores típicos, aqui empregados, de tempo de duração do teste, além das duas políticas, seqüencial e escalonada. Claramente se observa que as diferenças não são perceptíveis, mesmo para altas taxas de demanda.

A Figura (VII.54) apresenta as curvas geradas, nas mesmas condições, para o modelo *FAR - M*. As três curvas superiores apresentam os resultados para a política de

teste escalonada, ao passo que as três inferiores, para a seqüencial. As razões para este comportamento são as mesmas já comentadas anteriormente. Note-se o comportamento assintótico das curvas. Os dados empregados são exibidos na própria figura.

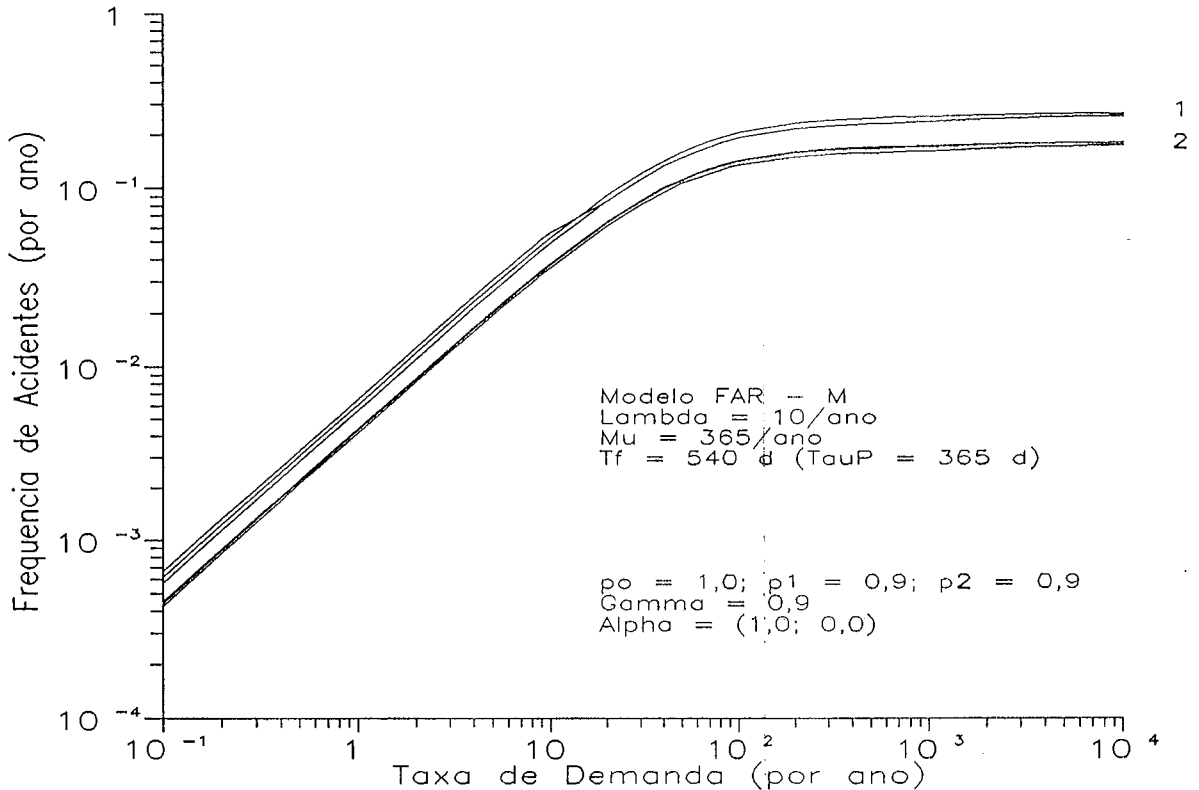


Figura (VII.54) - Comportamento de η para o Modelo FAR - M considerando 2 Canais

Prosseguindo, a Figura (VII.55) apresenta as curvas relativas ao modelo de reparo QAU - M. Também aqui, observa-se o comportamento esperado, levando-se em conta que a falha de um canal não é revelada. Note-se que o comportamento monotonicamente crescente da taxa de demanda conduz a valores mais altos da mesma (cerca de 50%).

São apresentadas, na Figura (VII.55), as mesmas seis curvas já exibidas dois gráficos anteriores, para as mesmas condições.

Finalmente, para completar esta análise, a Figura (VII.56) exhibe as 6 curvas geradas para o modelo de reparo FAU - M.

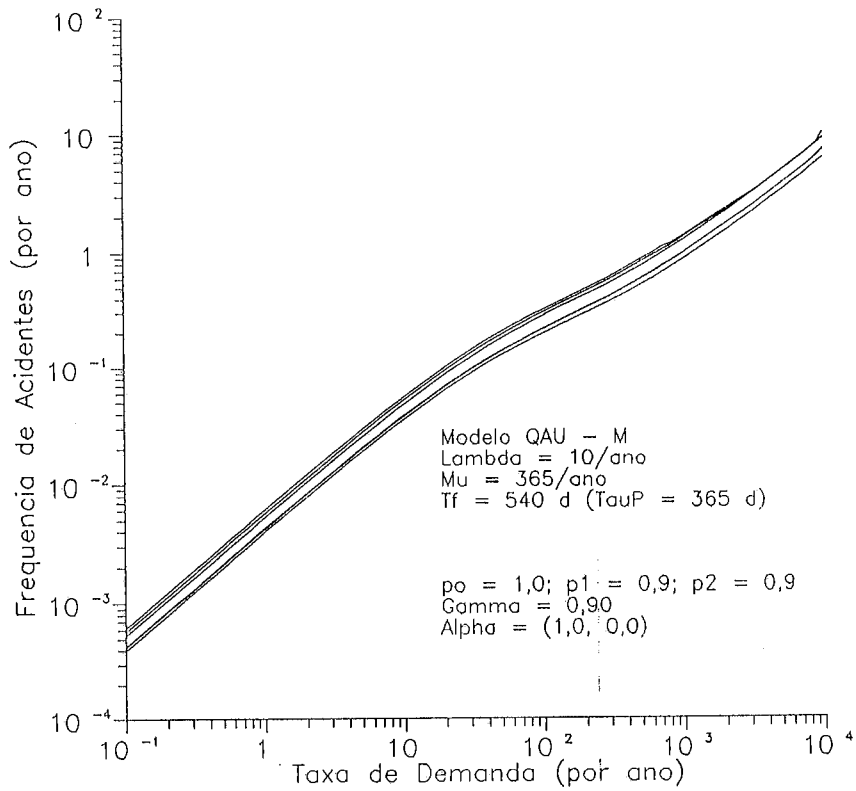


Figura (VII.55) - Comportamento de η para o Modelo QAU - M considerando 2 Canais

Mais uma vez, nota-se o comportamento esperado, em relação às seis curvas geradas. Note-se o comportamento em relação ao modelo FAR - M, em que a falha de um canal é revelada.

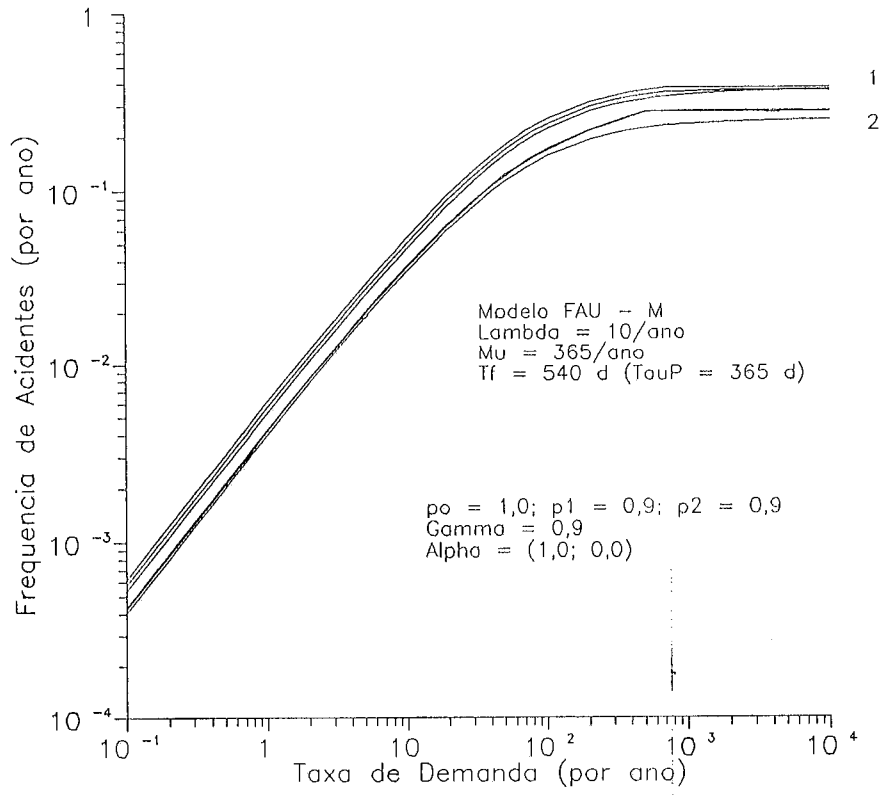


Figura (VII.56) - Comportamento de η para o Modelo FAU - M considerando 2 Canais

RESULTADOS OBTIDOS COM O MODELO COMPOSTO $SM - SM$

Douter de tout ou tout croire ce sont deux solutions également commodes, qui l'une et l'autre nous dispensent de réfléchir.

HENRI POINCARÉ, *La Science et l'Hypothèse*, Flammarion, Paris, 1989, pág. 24.

Neste capítulo, apresenta-se o modelo $SM - SM$, considerando que o sistema de proteção é constituído por 1 canal, de forma a ilustrar a aplicação de um modelo semi-markoviano no contexto de tempos de reparo não exponenciais.

A aplicação do modelo binomial negativo neste contexto foi efetuada considerando os modelos de reparo anteriormente empregados. Para tornar mais consistente a comparação de resultados, emprega-se uma distribuição binomial negativa que possui média e variancia iguais às das distribuições exponenciais adotadas no capítulo anterior. Referindo-se à notação adotada no Capítulo VI, os parâmetros P e N receberão os valores indicados nas tabelas deste capítulo exatamente para que a média, por exemplo, seja igual a 40 e 335. Os demais parâmetros serão empregados com os valores típicos adotados.

A geração dos resultados aqui apresentados foi realizada com a utilização do programa **RAMPSSM**, em uma versão apropriada.

A Tabela (VIII.1) apresenta os resultados gerados para o modelo de reparo $QA - SM$. Utilizaram-se os valores de 1/ano e 10/ano para λ , os conjuntos (8,09; 1) e (0,0101, 100) para caracterizar a distribuição binomial negativa e 1/ano, 10/ano e 25/ano,

para a taxa de demanda, além dos três valores típicos para o tempo de duração do teste,

Observa-se que o comportamento da frequência de acidente é distinta aqui, por estarmos empregando uma distribuição que fornece taxas de reparo que decrescem com o tempo, em razão de a experiência acumulada no reparo do canal se refletir numa maior manutenibilidade do mesmo.

Observa-se, também, um comportamento similar ao encontrado no capítulo anterior, para o caso do modelo $M - SM$, para o comportamento de η em relação a t_D . A única diferença é que, como a eficiência do reparo é total nesta tabela e as taxas de reparo são crescentes com o tempo, nota-se, então uma ligeira tendência a crescimento de η quando se duplica t_D .

Os parâmetros referentes ao teste, no caso da Tabela (VIII.1) são ideais, conforme pode ser observado.

Já a Tabela (VIII.2) apresenta resultados considerando, agora, que os parâmetros relacionados com a eficiência do reparo e do teste iguais a 0,8. O comportamento do canal, em termos da frequência de acidente revela crescimento, com um detalhe importante: o comportamento em relação a t_D , neste caso, é mais sensível, em termos de tendência de crescimento.

As duas tabelas anteriores consideraram tempo de missão igual a 45 dias. Para ilustrar, as Tabelas (VIII.3) e (VIII.4) apresentam os mesmos resultados considerando um tempo de missão de 18 meses. É interessante notar que os valores limite de η não crescem mais de 50%. Isto se explica exatamente em função do modelo de reparo adotado.

TABELA (VIII.1) - *Variação da Freqüência de Acidentes em Função da Duração do Teste para 1 Canal Considerando o Modelo QA-SM^(a)*

λ (a ⁻¹)	Distr. Reparo ^(b)		v (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
	P	N		$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	8,09	1	1	2,21-4 ^(c)	2,16-4	2,17-4
			10	2,18-3	1,87-3	1,96-3
			25	5,33-3	3,87-3	4,30-3
	0,0101	100	1	1,70-4	2,14-4	2,16-4
			10	1,46-3	1,76-3	1,81-3
			25	2,95-3	3,37-3	3,57-3
10	8,09	1	1	1,88-3	1,74-3	1,77-3
			10	1,86-2	1,54-2	1,62-2
			25	4,54-2	3,30-2	3,64-2
	0,0101	100	1	1,41-3	1,73-3	1,76-3
			10	1,23-2	1,46-2	1,51-2
			25	2,55-2	2,89-2	3,08-2

(a) Considerando $T_f = 45$ dias, $\tau_p = 30$ dias, $\gamma = 1,0$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 1,0$ e $p_2 = 1,0$

(b) Estamos considerando a Distribuição Binomial Negativa (veja-se, a respeito, o Cap. VI)

(c) $2,21-4 = 2,21 \times 10^{-4}$

TABELA (VIII.2) - *Variação da Freqüência de Acidentes em Função da Duração do Teste para 1 Canal Considerando o Modelo QA-SM^(a)*

λ (a ⁻¹)	Distr. Reparo ^(b)		v (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
	P	N		$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	8,09	1	1	2,21-4 ^(c)	9,72-4	9,93-4
			10	2,18-3	9,48-3	9,75-3
			25	5,37-3	2,30-2	2,39-2
	0,0101	100	1	1,71-4	9,71-4	9,91-4
			10	1,51-3	9,39-3	9,62-3
			25	3,16-3	2,26-2	2,32-2
10	8,09	1	1	1,88-3	2,49-3	2,52-3
			10	1,86-2	2,33-2	2,40-2
			25	4,58-2	5,32-2	5,64-2
	0,0101	100	1	1,42-3	2,48-3	2,51-3
			10	1,27-2	2,26-2	2,31-2
			25	2,71-2	4,97-2	5,16-2

(a) Considerando $T_f = 45$ dias, $\tau_p = 30$ dias, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 0,8$, $p_1 = 0,8$ e $p_2 = 0,8$

(b) Estamos considerando a Distribuição Binomial Negativa (veja-se, a respeito, o Cap. VI)

(c) $2,21-4 = 2,21 \times 10^{-4}$

TABELA (VIII.3) - Variação da Frequência de Acidentes em Função da Duração do Teste para 1 Canal Considerando o Modelo QA-SM^(a)

λ (a ⁻¹)	Distr. Reparo ^(b)		v (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
	P	N		$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	8,09	1	1	1,39-3 ^(c)	1,58-3	1,60-3
			10	7,93-3	5,48-3	6,02-3
			25	1,56-2	7,24-3	8,78-3
	0,0101	100	1	1,28-3	1,57-3	1,57-3
			10	4,50-3	5,10-3	5,22-3
			25	5,57-3	6,16-3	6,51-3
10	8,09	1	1	4,56-3	4,99-3	5,07-3
			10	3,78-2	3,18-2	3,44-2
			25	8,39-2	5,35-2	6,26-2
	0,0101	100	1	4,31-3	4,95-3	5,00-3
			10	2,62-2	2,97-2	3,04-2
			25	4,11-2	4,59-2	4,84-2

(a) Considerando $T_f = 540$ dias, $\tau_p = 365$ dias, $\gamma = 1,0$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 1,0$ e $p_2 = 1,0$

(b) Estamos considerando a Distribuição Binomial Negativa (veja-se, a respeito, o Cap. VI)

(c) $1,39-3 = 1,39 \times 10^{-3}$

TABELA (VIII.4) - Variação da Frequência de Acidentes em Função da Duração do Teste para 1 Canal Considerando o Modelo QA-SM^(a)

λ (a ⁻¹)	Distr. Reparo ^(b)		v (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
	P	N		$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	8,09	1	1	1,43-3 ^(c)	2,39-3	2,41-3
			10	8,59-3	1,38-2	1,43-2
			25	1,67-2	2,70-2	2,85-2
	0,0101	100	1	1,33-3	2,38-3	2,39-3
			10	5,28-3	1,34-2	1,35-2
			25	6,74-3	2,60-2	2,64-2
10	8,09	1	1	4,60-3	5,79-3	5,85-3
			10	3,90-2	4,17-2	4,39-2
			25	8,37-2	7,78-2	8,62-2
	0,0101	100	1	4,38-3	5,76-3	5,79-3
			10	2,87-2	3,99-2	4,04-2
			25	4,71-2	7,10-2	7,31-2

(a) Considerando $T_f = 540$ dias, $\tau_p = 365$ dias, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 0,8$, $p_1 = 0,8$ e $p_2 = 0,8$

(b) Estamos considerando a Distribuição Binomial Negativa (veja-se, a respeito, o Cap. VI)

(c) $1,43-3 = 1,43 \times 10^{-3}$

A Tabela (VIII.5) apresenta resultados similares aos da Tabela (VIII.1), com a exceção de que, agora, é considerado o modelo de reparo *FA - SM*. Comparativamente, a Tabela (VIII.6) apresenta resultados similares aos da Tabela (VIII.2). A introdução da ineficiência, naturalmente, faz crescer η .

Contudo, observa-se a influência da taxa de reparo crescente.

As duas tabelas anteriores, consideram um tempo de missão de 45 dias. As Tabelas (VIII.7) e (VIII.8) contemplam um tempo de missão de 18 meses. Em virtude do modelo de reparo adotado, os valores limite de η não são maiores que cerca de 30 % em relação ao caso anterior.

É interessante observar, também aqui, o comportamento de η em relação a T_D : há uma tendência crescente, pelas mesmas razões que foram anteriormente mencionadas.

TABELA (VIII.5) - Variação da Frequência de Acidentes em Função da Duração do Teste para 1 Canal Considerando o Modelo FA-SM^(a)

λ (a^{-1})	Distr. Reparo ^(b)		ν (ano^{-1})	η (ano^{-1})		
	P	N		$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	8,09	1	1	2,17-4 ^(c)	2,14-4	2,15-4
			10	1,85-3	1,73-3	1,75-3
			25	3,60-3	3,22-3	3,29-3
	0,0101	100	1	1,69-4	2,14-4	2,15-4
			10	1,41-3	1,73-3	1,75-3
			25	2,70-3	3,22-3	3,30-3
10	8,09	1	1	1,85-3	1,73-3	1,75-3
			10	1,56-2	1,43-2	1,45-2
			25	3,00-2	2,74-2	2,78-2
	0,0101	100	1	1,41-3	1,73-3	1,75-3
			10	1,19-2	1,43-2	1,46-2
			25	2,33-2	2,77-2	2,84-2

(a) Considerando $T_f = 45$ dias, $\tau_p = 30$ dias, $\gamma = 1,0$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 1,0$ e $p_2 = 1,0$
 (b) Estamos considerando a Distribuição Binomial Negativa (veja-se, a respeito, o Cap. VI)
 (c) $2,17-4 = 2,17 \times 10^{-4}$

TABELA (VIII.6) - *Variação da Freqüência de Acidentes em Função da Duração do Teste para 1 Canal Considerando o Modelo FA-SM^(a)*

λ (a^{-1})	Distr. Reparo ^(b)		v (ano^{-1})	η (ano^{-1})		
	P	N		$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	8,09	1	1	2,17-4 ^(c)	6,33-4	6,43-4
			10	1,86-3	5,90-3	5,92-3
			25	3,63-3	1,34-2	1,32-3
	0,0101	100	1	1,70-4	6,34-4	6,43-4
			10	1,45-3	5,92-3	5,95-3
			25	2,89-3	1,35-2	1,33-2
10	8,09	1	1	1,85-3	2,14-3	2,15-3
			10	1,57-2	1,86-2	1,86-2
			25	3,03-2	3,84-2	3,79-2
	0,0101	100	1	1,41-3	2,14-3	2,16-3
			10	1,22-2	1,89-2	1,89-2
			25	2,48-2	3,94-2	3,94-2

- (a) Considerando $T_f = 45$ dias, $\tau_p = 30$ dias, $\gamma = 0,8$, $p_0 = 0,8$, $p_1 = 0,8$ e $p_2 = 0,8$
 (b) Estamos considerando a Distribuição Binomial Negativa (veja-se, a respeito, o Cap. VI)
 (c) $2,17-4 = 2,17 \times 10^{-4}$

TABELA (VIII.7) - *Variação da Freqüência de Acidentes em Função da Duração do Teste para 1 Canal Considerando o Modelo FA-SM^(a)*

λ (a^{-1})	Distr. Reparo ^(b)		v (ano^{-1})	η (ano^{-1})		
	P	N		$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	8,09	1	1	1,28-3 ^(c)	1,56-3	1,57-3
			10	4,19-3	4,94-3	4,96-3
			25	4,74-3	5,69-3	5,76-3
	0,0101	100	1	1,27-3	1,56-3	1,57-3
			10	4,29-3	4,94-3	4,97-3
			25	4,96-3	5,70-3	5,79-3
10	8,09	1	1	4,19-3	4,94-3	4,96-3
			10	1,95-2	2,87-2	2,84-2
			25	2,46-2	4,21-2	4,12-2
	0,0101	100	1	4,29-3	4,94-3	4,97-3
			10	2,49-2	2,87-2	2,90-2
			25	3,66-2	4,25-2	4,30-2

- (a) Considerando $T_f = 540$ dias, $\tau_p = 365$ dias, $\gamma = 1,0$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 1,0$ e $p_2 = 1,0$
 (b) Estamos considerando a Distribuição Binomial Negativa (veja-se, a respeito, o Cap. VI)
 (c) $1,28-3 = 1,28 \times 10^{-3}$

TABELA (VIII.8) - Variação da Freqüência de Acidentes em Função da Duração do Teste para 1 Canal Considerando o Modelo FA-SM^(a)

λ (a ⁻¹)	Distr. Reparo ^(b)		ν (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)		
	P	N		$t_D = 0$	$t_D = 1$ dia	$t_D = 2$ dias
1	8,09	1	1	1,32-3 ^(c)	2,04-3	2,04-3
			10	4,52-3	9,77-3	9,63-3
			25	5,06-3	1,65-2	1,59-2
	0,0101	100	1	1,32-3	2,05-3	2,05-3
			10	5,04-3	9,86-3	9,80-3
			25	6,00-3	1,67-2	1,63-2
10	8,09	1	1	4,22-3	5,40-3	5,41-3
			10	2,01-2	3,50-2	3,40-2
			25	2,53-2	5,64-2	5,35-2
	0,0101	100	1	4,35-3	5,41-3	5,43-3
			10	2,73-2	3,55-2	3,54-2
			25	4,19-2	5,83-2	5,78-2

- (a) Considerando $T_f = 540$ dias, $\tau_D = 365$ dias, $\gamma = 1,0$, $p_0 = 1,0$, $p_1 = 1,0$ e $p_2 = 1,0$
 (b) Estamos considerando a Distribuição Binomial Negativa (veja-se, a respeito, o Cap. VI)
 (c) $1,32-3 = 1,32 \times 10^{-3}$

Para completar a análise do modelo SM - SM; a Figura (VIII.1) apresenta as curvas, para o modelo de reparo QA - SM, considerando valores típicos dos parâmetros envolvidos.

As três curvas da figura, para os três tempos de duração do teste, mostram claramente o comportamento diferenciado do sistema para este caso. A curva 3, que considera teste instantâneo, apresenta um comportamento crescente menos pronunciado que as demais. Vale ressaltar aqui que o número de pontos empregados na geração destas curvas foi bem inferior ao tipicamente empregado em gráficos anteriores, em virtude de ser semi-markoviano o modelo empregado em todos os intervalos e, portanto, exigir tempos de processamento bem maiores. O número de pontos empregados na geração dos resultados foi inferior por um fator de cerca de 4.

Nota-se que, quando t_D assume o valor 1 dia, há um deslocamento da curva uniforme, além da mesma ser próxima a um segmento de reta. Já quando t_D é duplicado, o efeito não é tão sensível. Foi empregado um tempo de missão de 45 dias neste caso exatamente em virtude de serem semi-markovianos todos os processos empregados para

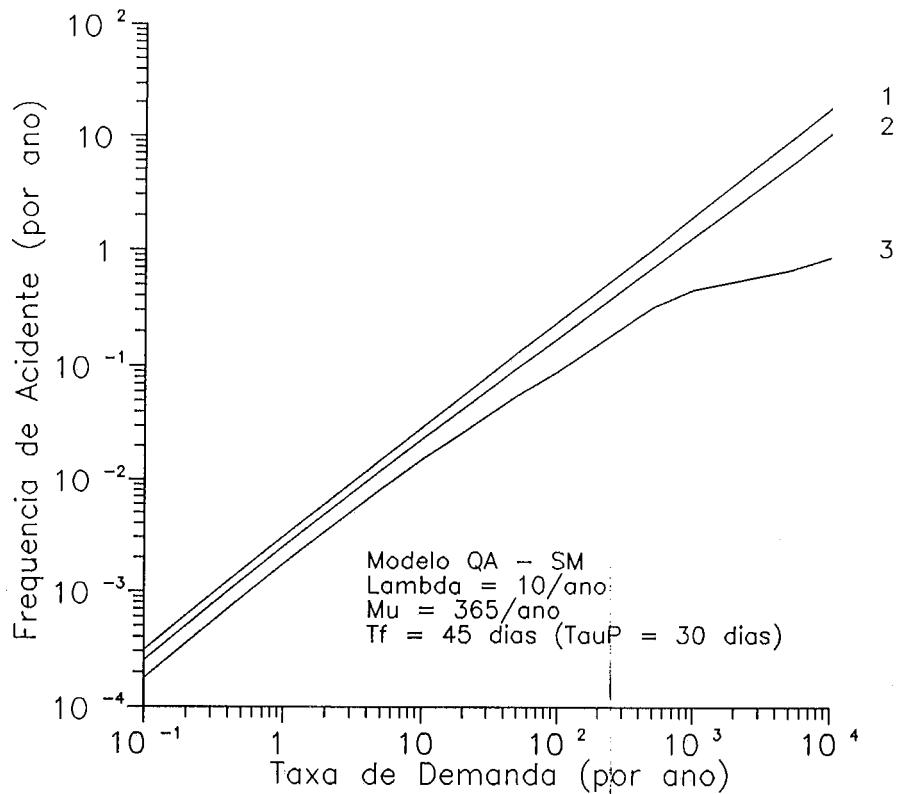


Figura (VIII.1) - Resultados do Modelo SM - SM para 1 Canal considerando o Modelo de Reparo QA

a geração dos resultados. O emprego de um tempo de missão dez vezes maior teria demandado tempos de processamento muito maiores, mesmo para um pequeno número de pontos gerados.

A Figura (VIII.2) apresenta os resultados para o modelo FA - SM, considerando os mesmos parâmetros. Cabe ressaltar que os parâmetros relacionados com a eficiência foram mantidos com valores ideais.

O comportamento das curvas, neste caso, seguiu também o padrão, apresentando comportamento assintótico, não tão suave em virtude do número de pontos empregados na sua geração ter sido pequeno. O deslocamento das curvas seguiu o comportamento discutido no caso anterior.

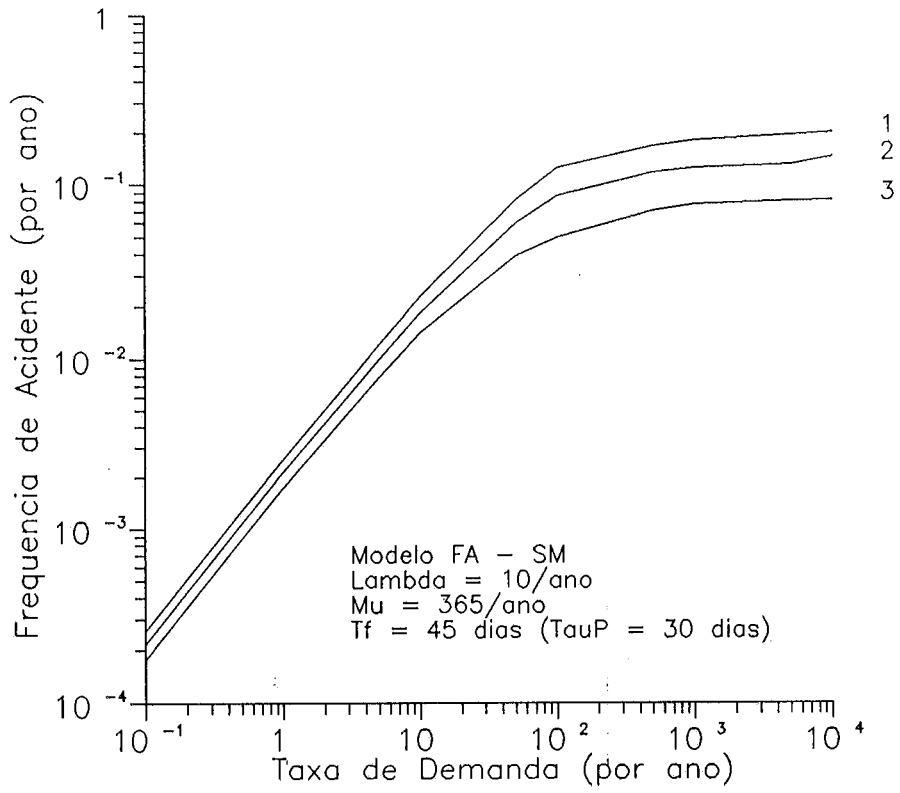


Figura (VIII.2) - Comportamento de η considerando o modelo SM - SM para o Modelo de Reparo FA

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O pesquisador que não souber o que está procurando não compreenderá o que encontrar.

CLAUDE BERNARD.

If a man will begin with certainties, he shall end in doubts; but if he will be content to begin with doubts, he shall end in certainties.

SIR FRANCIS BACON, citado em G. L. Wells, **Safety in Process Design**, George Godwin Limited in association with the Institution of Chemical Engineers, London, 1980, p. 88.

O objetivo deste trabalho foi apresentar uma metodologia para a análise da indisponibilidade de sistemas de proteção do tipo k -de- N (lógica de votação) considerando explicitamente os intervalos de teste dos seus canais e, além disso, relaxando a restrição de tempos de reparo exponenciais para atender a evidências de cunho empírico.

O primeiro ponto a considerar, refere-se à extensão da metodologia de análise do sistema de proteção nos intervalos entre testes de seus canais para o caso em que existam mais de dois canais. Inicialmente, foi desenvolvido um programa de computador, denominado *RAMPSMM* para efetuar as análises, considerando a possibilidade de existirem até cinco canais. Esta restrição não é, obviamente, definitiva, prendendo-se apenas a especificações de dimensionamento de variáveis.

O programa foi testado para os casos de 1 e 2 canais, para os quais existem resultados publicados na literatura. Foram apresentados, ainda, resultados referentes a 3 e 4 canais como ilustração. O comportamento da frequência anual de acidentes do sistema em função da taxa de demanda permaneceu constante, não apresentando variações em

relação aos resultados já conhecidos, ou seja, para o modelo FA , observou-se um comportamento assintótico de n para altos valores de v . Já para o modelo QA , nota-se um comportamento monotonicamente crescente, como era de esperar, em função da política de reparo (ou seja, com a instalação em qualquer condição).

As modificações introduzidas no modelo de análise, em comparação com os publicados na literatura, prenderam-se, essencialmente, ao seguinte:

- correção do tempo de cálculo da indisponibilidade média do sistema (tempo calendário X tempo de operação);
- consideração de reparo imperfeito do(s) canal(is); e
- tratamento das falhas de causa comum dos canais pelo modelo α .

Mesmo para os casos de 1 e 2 canais, as duas primeiras considerações acima foram levadas em conta, para que se pudessem observar seus efeitos.

Para ilustrar as modificações metodológicas, foram considerados os arranjos 2 - 3 : F e 3 - 4 : F . A razão destes arranjos se relaciona com o fato de que, num sistema de proteção, é mais comum que o número de canais que devem falhar seja o maior possível.

O comportamento dos diferentes sistemas, em termos dos modelos de reparo permaneceu inalterado, o mesmo ocorrendo em relação ao comportamento da frequência de acidente frente à taxa de reparo. Um ponto fundamental na análise desenvolvida relacionou-se com a consideração explícita de falhas não reveladas. Esta discussão apresenta uma importância prática considerável, pois são empregados sistemas de proteção com arranjos deste tipo em numerosas instalações de processo. Poder avaliar o ganho que representa adotar uma política de falhas reveladas em relação à alternativa oposta pode representar uma considerável diminuição de custos.

Como conclusões gerais, pode-se dizer que todos os efeitos que se buscou observar só se pronunciam de forma clara quando o número de demandas sofridas pelo sistema é maior que cerca de 10/ano. Este número está diretamente relacionado com a

taxa de falha (basta observar os diagramas de transição de estados apresentados no capítulo IV). Há um balanço entre a primeira falha de um canal e a primeira revelação de falha (transições de 1 para 2 e de 2 para 3).

Assim, em instalações em que o número de demandas do sistema de proteção for baixo (e. g., reatores nucleares), os efeitos observados serão desprezíveis. Em contrapartida, quando este número for significativo (como ocorre, comumente em instalações petroquímicas), as implicações serão consideráveis.

Em relação ao tratamento de falhas de causa comum, o que se notou foi o comportamento típico apresentado, quando se tratam sistemas redundantes. As vantagens da utilização do modelo α , já discutidas no capítulo IV, em termos de conveniência no levantamento de dados de falhas múltiplas, podem ficar comprometidas caso não haja um registro adequado das ocorrências de falhas em uma instalação industrial. Contudo, o modelo mostrou ser bastante prático, apresentando a flexibilidade de levar em conta falhas de causa comum parciais, ou seja, em um sistema de k canais, falharem $k - n$ por causa(s) comum(ns), onde $n < k$. Esta possibilidade foi, inclusive, testada e a conclusão a que se chegou é que não deve ser desprezada.

No tocante à influência da eficiência do reparo dos canais sobre a frequência de acidentes, observou-se que para valores baixos da probabilidade de reparo ineficiente (os quais são tipicamente encontrados em instalações industriais), o efeito é pouco sensível, mesmo considerando valores mais altos da taxa de demanda;

Quanto à influência da correção temporal, notou-se que o efeito é, em geral, desprezível, mesmo na região de interesse das taxas de demanda de sistemas de proteção de instalações petroquímicas.

As falhas de causa comum parciais, conforme já mencionado, mostraram influência razoável, chegando à faixa de cerca de 40%, em termos da frequência de acidentes.

A preocupação de considerar explicitamente o intervalo de teste no modelo de análise de sistemas de reserva não é nova, e. g., Apostolakis & Chu (1980). Contudo, o fato de poderem ocorrer altas taxas de demanda do sistema, a questão da revelação ou

não das falhas de seus canais e a possibilidade dos tempos de reparo não serem exponenciais, introduzem novos aspectos na modelagem, os quais exigem ferramentas mais poderosas de análise.

Daí a tentativa com os processos semi-markovianos.

Existem outras maneiras de se atacar o problema, Singh & Billinton (1977), por exemplo, discutem duas.

A primeira delas, denominada de *método dos estágios (device of stages)*, na verdade, é apenas uma transformação de um processo não markoviano em um conjunto de processos markovianos (cada um empregado em um estágio temporal), aproveitando o fato de que existem relações bem caracterizadas entre a distribuição exponencial (válida no contexto markoviano) e outras (como, por exemplo, a gama, recomendada para representar tempos de reparo, conforme se discutiu no Capítulo VI).

Não é difícil mostrar que a gama pode ser representada como uma convolução de exponenciais. Assim, o método de estágios é, na verdade, um artifício, que apresenta utilidade quando relações como a mencionada entre a gama e a exponencial podem ser exploradas. Mesmo assim, não apresenta aplicabilidade genérica, pois, se os tempos de reparo, por exemplo, seguirem uma distribuição desconhecida, não será evidente, pelo menos a princípio, a sua representação adequada em termos de exponenciais.

A segunda maneira discutida na referência mencionada, é a consideração explícita de tempos não exponenciais, o que leva aos chamados processos não-markovianos, Cox & Miller (1965).

A vantagem desses processos, é que as distribuições empregadas tanto para os tempos de falha como para os de reparo, podem ser arbitrárias. O problema, reside na solução das equações. A perda da exponencialidade introduz a memória no processo, o que torna as equações muito mais complexas. Para ilustrar este ponto, consideremos o sistema de proteção com um canal, admitindo distribuições arbitrárias para as taxas de falha, de reparo e de demanda. O sistema de equações a resolver, é dado por:

$$\frac{\partial p_1(x',t)}{\partial t} + \frac{\partial p_2(x',t)}{\partial x'} = -\lambda(x')p_1(x',t) \quad (\text{IX.1})$$

$$\frac{\partial p_2(x'',t)}{\partial t} + \frac{\partial p_2(x'',t)}{\partial x''} = -v(x'')p_2(x'',t) \quad (\text{IX.2})$$

$$\frac{\partial p_3(x''',t)}{\partial t} + \frac{\partial p_3(x''',t)}{\partial x'''} = -\mu(x''')p_3(x''',t) \quad (\text{IX.3})$$

Observa-se que o sistema acima é de equações parciais de primeira ordem. As variáveis x' , x'' e x''' são os tempos de falha, de demanda e de reparo do canal, respectivamente. Estas variáveis são conhecidas como suplementares, Cox & Miller (1965), Singh & Billinton (1977), sendo este o artifício empregado para transformar o processo não-markoviano em markoviano. Agora, temos quatro tempos a considerar. Para a solução do sistema acima, necessitamos definir ainda um conjunto de condições iniciais e de contorno.

As condições iniciais são as seguintes:

$$p_1(x',0) = 1, \quad (\text{IX.4})$$

$$p_2(x'',0) = 0, \quad (\text{IX.5})$$

$$p_3(x''',0) = 0. \quad (\text{IX.6})$$

Já as condições de contorno para o sistema, são as seguintes:

$$p_1(0,t) = \int_0^{\infty} \gamma \mu(x''') p_3(x''',t) dx''', \quad (\text{IX.7})$$

$$p_2(0,t) = \int_0^{\infty} \gamma \mu(x''') p_3(x''',t) dx'' + \int_0^{\infty} \lambda(x') p_1(x',t) dx, \quad (\text{IX.8})$$

$$p_3(0,t) = \int_0^{\infty} v(x'')p_2(x'',t)dx'' \quad (\text{IX.9})$$

As condições iniciais informam que, para quaisquer tempos de falha, demanda ou reparo, em $t = 0$, o canal estava em condições de atuação.

A condição de contorno (IX.7) informa que, para atingir o estado 1 (funcionando), o canal vem do estado 3, após ser reparado adequadamente; a condição de contorno (IX.8) mostra que, para o canal atingir o estado 2 (falha não revelada), ou o seu reparo, vindo do 3, não é perfeito (primeiro termo), ou então, ocorre falha do canal (segundo termo); finalmente, a condição (IX.9) diz que para o canal atingir o estado 3 (falha revelada), deve ocorrer uma demanda do mesmo, partindo do estado 2.

Não foram encontrados na literatura, exemplos de solução do sistema de equações acima discutido, a não ser para a obtenção da solução estacionária, através de transformadas de Laplace (emprego do teorema do valor final). Para problemas mais simples, como o do canal aqui discutido, observou-se que há a tendência de empregar transformadas de Laplace. Como sugestão de trabalho de pesquisa futuro, recomenda-se modelar e resolver o problema com este método, enfatizando a consideração de modelos numéricos adequados, já que o emprego de transformadas de Laplace é limitado aos problemas mais simples (como, por exemplo, um canal), pois, em vez de se empregarem métodos numéricos para encontrar transformadas de Laplace, é mais simples empregar métodos de solução do sistema de equações (como, por exemplo, diferenças finitas).

Em particular, como neste trabalho foi considerada a possibilidade de tempos de reparo seguindo uma distribuição gama, poderia ter sido tentado o emprego do método dos estágios, até como uma eventual alternativa para comparação, o que não foi feito, em virtude de limitações de tempo. De qualquer modo, fica como sugestão de trabalho de pesquisa futuro.

Quanto à aplicação dos processos semi-markovianos, ficou patente a potencialidade que apresentam quanto às distribuições temporais empregáveis. Sendo também denominados de processos markovianos de renovação, percebe-se que qualquer

distribuição temporal pode ser usada. Assim, conforme exemplificado neste trabalho, foi utilizada uma forma discretizada da distribuição gama para representar os tempos de reparo dos canais, bem como o intervalo de teste, admitido sempre como constante. Não haveria problema se este último fosse modelado por meio de uma distribuição arbitrária (já que sendo o processo de renovação, isto é possível).

Conforme já mencionado, ao se adotar uma distribuição de tempos não exponencial, perde-se a condição de falta de memória do processo, o que inviabiliza, do ponto de vista numérico, a solução adotada para o modelo markoviano. Em outras palavras, como, agora, o processo tem memória, é preciso reter toda a sua história anterior para se chegar à solução em um instante de tempo especificado.

Sendo assim, do ponto de vista computacional, isso representa um problema de dimensões razoáveis.

Para o caso do sistema com 1 canal, a obtenção dos resultados para o modelo $SM - SM$ foi razoavelmente mais demorada que para o do modelo $M - SM$. O cálculo da frequência de ocorrência de acidentes para os três intervalos levou à necessidade de se considerar um passo temporal que fosse sempre divisor comum dos mesmos. Fora isto, como foi necessário armazenar toda a história progressa, o gasto de memória foi considerável.

De forma a tornar mais prático e útil o emprego dos processos semi-markovianos, recomenda-se o estudo de possíveis aproximações que tornem a geração dos resultados mais rápida. Em, particular, Weaver & Weareley (1990) consideram um caminho neste sentido, relacionada com a adoção deste modelo para sistemas tolerantes a falhas, nos quais é feita uma decomposição do tempo em duas escalas: uma para levar em conta eventos de falha e a outra para detectá-las e isolá-las. A aproximação adotada baseia-se nesta decomposição.

Para mostrar as dificuldades computacionais associadas com a solução do modelo pelo método direto (assim denominado, conforme a discussão do capítulo II), Wereley & Walker (1991) mencionam que, para um sistema com N estados, o cálculo de $\Phi_s(n)$ requer o armazenamento de $2nN^2$ números. O número de multiplicações de ponto flutuante necessárias para gerar o vetor $\mathbf{p}(n)$ a partir da condição inicial $\mathbf{p}(0)$ é de n^2N^2 .

Isto mostra que, mesmo para exemplos simples, as exigências de cálculo e de memória são consideráveis.

Poderia ser tentada a utilização da teoria das aproximações para formalizar um modelo de aproximação adequado. De qualquer maneira, não se deve deixar de levar em conta as características próprias de cada problema para se chegar a uma aproximação conveniente, como fizeram Wereley & Walker (1990).

Com relação à análise dos sistemas de proteção, dois aspectos importantes que não foram aqui considerados devem ser levados em conta em trabalhos de pesquisa futuros. O primeiro, se relaciona com a adoção de números distintos de equipes de reparo dos canais. Foi admitido neste trabalho que o número de equipes de reparo é igual ao de canais, o que pode não ser o caso, Shooman (1990). O segundo ponto a considerar, relaciona-se com a introdução de falhas espúrias dos canais, aspecto de relevância prática incontestável.

Uma última questão que cabe comentar, relaciona-se com a utilização dos processos semi-markovianos, em razão das dificuldades que o seu emprego introduz, como citado no trabalho de Wereley & Walker (1991). É um fato comprovado que, dependendo da aplicação como, por exemplo, para intervalos prolongados (como 1 ano ou 1,5 ano empregados neste trabalho, no caso da taxa de reparo não-exponencial), o tempo de computação fica bastante grande, mesmo trabalho em estações. Assim, surge a questão: vale a pena empregar estes processos?

A resposta é afirmativa. O que deve se fazer, sempre, é, ao modelar um problema de confiabilidade, devem-se tratar as dependências e não-exponencialidades, por exemplo, de forma adequada e, agregar os modelos desenvolvidos para isto junto com modelos mais simples, conceitualmente e, por isso mesmo, mais tratáveis, principalmente com as crescentes facilidades computacionais. Henley & Kumamoto (1981) e Shooman (1990) comentam este ponto de forma adequada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AICHE/CCPS (1989)

Guidelines for Chemical Process Quantitative Risk Analysis, Center for Chemical Process Safety (CCPS) of the American Institute of Chemical Engineers (AIChE), New York.

AITKEN, A. (1977)

Quantitative Approach to Reliability of Control and Instrumentation Systems, in: F. R. Farmer (Ed.), **Nuclear Reactor Safety**, Academic Press, New York, pp. 73-107.

ALAM, M. (1982)

Quantitative Evaluation of Nuclear-Reactor Protective-Equipment using Markov Approach, **IEEE Transactions on Reliability**, Vol. R-31, No. 1, pp. 112-116.

ALDEMIR, T. (1987)

Computer-Assisted Markov Failure Modeling of Process Control Systems, **IEEE Transactions on Reliability**, Vol. R-36, No. 1, pp. 133-144.

ALDEMIR, T. & MILLER, D. W. (1986)

The Availability of Neutron Channels and Power Range Monitoring Systems with in Situ Detection of Channel Degradation, **Nuclear Technology**, Vol. 74, pp. 267-271.

APOSTOLAKIS, G. (1974)

Mathematical Methods of Probabilistic Safety Analysis, Report UCLA-ENG-7464, School of Engineering and Applied Science, University of California, Los Angeles.

APOSTOLAKIS, G. & CHU, T. L. (1980)

The Unavailability of Systems under Periodic Test and Maintenance, **Nuclear Technology**, Vol. 50, pp. 5-15.

APOSTOLAKIS, G. & MOIENI, P. (1985)

On the Correlation of Failure Rates, **Proceedings of the Fifth European Reliability Data Bank Association (EuReData) Conference on Reliability Data Collection and Use in Risk and Availability Assessment**, Springer-Verlag, Berlin, pp. 407-413.

ASHER, H. & FEINGOLD, H. (1984)

Repairable Systems Reliability, Modeling, Inference, Misconceptions and Their Causes, Marcell Dekker, Inc., New York, NY.

ATWOOD, C. L. (1986)

The Binomial Failure Rate Common Cause Model, **Technometrics**, Vol. 28, No. 2, pp. 139-148.

AZARM, M. A. & LOFGREN, E. V. (1988)

Evaluation of Reliability Technology Applicable to LWR Operational Safety, BNL-NUREG-51995, NUREG/CR-4618, Brookhaven National Laboratory, Upton, Long Island, NY.

BARLOW, R. & PROSCHAN, F. (1965)

Mathematical Theory of Reliability, John Wiley & Sons, New York.

BELLMAN, R. (1960)

Introduction to Matrix Analysis, McGraw-Hill Book Company, New York.

BRANSON, M. H. & SHAH, B. (1971)

Reliability Analysis of Systems Comprised of Units with Arbitrary Repair-Time Distributions, **IEEE Transactions on Reliability**, Vol. R-20, No. 4, pp. 217-223.

BRIEPOHL, A. M. (1970)

Probabilistic Systems Analysis, John Wiley & Sons, New York.

CARRADA, E., SOMMA, R. & AMOIA, V. (1977A)

Markov Processes in Reliability, **Rivista Tecnica SELENIA**, Vol. 4, No. 3, pp. 1-8.

CARRADA, E., SOMMA, R. & AMOIA, V. (1977B)

System Reliability: The Basic Equation, **Rivista Tecnica SELENIA**, Vol. 4, No. 3, pp. 9-13.

CARSON, P. A. & MUMFORD, C. J. (1979)

An Analysis of Incidents Involving Major Hazards in the Chemical Industry, **Journal of Hazardous Materials**, Vol. 3, pp. 149-165.

CHUA, L. O. & LIN, P. M. (1977)

Computer-Aided Analysis of Electronic Circuits: Algorithms and Computational Techniques, Prentice-Hall, New York.

CLAROTTI, C. A. & MATTUCCI, A. (1980)

Safety Assessment for Computerized Nuclear Reactor Protection Systems: The Markov Approach, **Nuclear Engineering and Design**, Vol. 58, pp. 349-358.

COX, D. R. (1962)

Renewal Theory, Methuen, London.

COX, D. R. & MILLER, H. D. (1965)

The Theory of Stochastic Processes, Chapman and Hall, London.

ÇINLAR, E. (1975)

Introduction to Stochastic Processes, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

DI MARCO, A. (1972)

A Semi-Markov Model of a Three-State Generating Unit, **IEEE Transactions on Power Apparatus Systems**, Vol. PAS-91, No. 5, pp. 2154-2160.

DOELP, L. C. & BRIAN, P. L. T. (1982)

Reliability Analysis of Pressure Protective Systems. A Markov Analysis, **Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals**, Vol. 21, No. 2, pp. 101-109.

EPLER, E. P. (1969)

Common Mode Failure Considerations in the Design of Systems for Protection and Control, **Nuclear Safety**, Vol. 10, No. 1, pp. 38-45.

FARMER, F. R. (1967)

Reactor Safety and Siting: A Proposed Risk Criterion, **Nuclear Safety**, Vol. 8, No. 6, pp. 539-548.

FELLER, W. (1968)

An Introduction to Probability Theory and its Applications, Vol. 1, John Wiley & Sons, New York.

FLEMING, K. N. (1975)

A Reliability Model for Common Mode Failures in Redundant Safety Systems, **Proceedings of the Sixth Annual Pittsburgh Conference on Modeling and Simulation**, General Atomic Report GA-A13284, April 23-25.

FLEMING, K. N. & KALINOWSKI (1983)

An Extension of the Beta Factor Method to Systems with High Levels of Redundancy, report PLG-0289, Pickard, Lowe, and Garrick, Inc., Newport Beach, California.

FLEMING, K. N. & MOSLEH, A. (1985)

Classification and Analysis of Reactor Operating Experience Involving Dependent Events, report PLG-0400, Pickard, Lowe, and Garrick, Inc., Newport Beach, California.

FLEMING, K. N., MOSLEH, A. & DEREMER, R. K. (1986)

A Systematic Procedure for the Incorporation of Common Cause Events into Risk and Reliability Models, **Nuclear Engineering and Design**, Vol. 93, pp. 245-273.

FRUTUOSO E MELO, P. F. *et alii* (1989)

Análise da Confiabilidade de Sistemas de Proteção, II Encontro Técnico sobre Engenharia de Confiabilidade, ETEC II, Petrobrás, Rio de Janeiro, RJ.

GLASSTONE, S. & SESONSKE, A. (1981)

Nuclear Reactor Engineering, Third Edition, Van Nostrand Reinhold Company, New York.

GANTMACHER, F. (1964)

The Theory of Matrices, Chelsea Publishing Co., London.

GNÉDENKO, B., BÉLIAEV, Y. & SOLOVIEV, A. (1972)

Méthodes Mathématiques en Théorie de la Fiabilité, Principales Caractéristiques de Fiabilité et leur Analyse Statistique, Les Éditions Mir, Moscou.

GREEN, A. E. (1983)

Safety Systems Reliability, John Wiley & Sons, Chichester, U. K.

GREEN, A. E. & BOURNE, A. J. (1972)

Reliability Technology, Wiley-Interscience, New York.

GUILD, R. D. & TOURIGNY, E. G. (1978)

Reliability, Reliability with Repair, and Availability of Four Identical Element Multiplex Systems, *Nuclear Technology*, Vol. 41, pp. 97-108.

GUPTA, S. S. (1960)

Order Statistics from the Gamma Distribution, *Technometrics*, Vol. 2, No. 2, pp. 243-262.

HADDON, W., SUCHMAN, JR., A. E. & KLEIN, D. (1964)

Accident Research: Methods and Approaches, Harper & Row, New York.

HAUGEN, E. B. (1968)

Probabilistic Approaches to Design, John Wiley & Sons, New York.

HEINRICH, H. W. (1959)

Industrial Accident Prevention, A Scientific Approach, McGraw-Hill Book Company, New York.

HENLEY, E. J. & KUMAMOTO, H. (1981)

Reliability Engineering and Risk Assessment, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

HENLEY, E. J. & KUMAMOTO, H. (1985)

Designing for Reliability and Safety Control, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

HILL, R. & KOHAN, D. (1986)

The Dynamics of Safety Systems, Loss Prevention and Safety Promotion 5, pp. 54-1/54-14.

HOWARD, R. A. (1971)

Dynamic Probabilistic Systems, John Wiley & Sons, New York.

IEEE STD 352 (1975)

IEEE Guide for General Principles of Reliability Analysis of Nuclear Power Generating Station Protective Systems, The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., New York.

INAGAKI, T. et alii (1979)

Improvement of Supervision Schedules for Protective Systems, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. R-28, N^o 2, pp. 141-144.

JACOBS, I. M. (1968)

Reliability of Engineered Safety Features as a Function of Testing Frequency, *Nuclear Safety*, Vol. 9, No. 4, pp. 303-312.

JOHNSON, N. L. & KOTZ, S. (1969)

Distributions in Statistics: Discrete Distributions, Houghton Mifflin Company, Boston.

JUNG, W. S. & CHO, N. Z. (1991)

Semi-Markov Reliability Analysis of Three Test/Repair Policies for Standby Safety Systems in a Nuclear Power Plant, *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 31, pp. 1-30.

KARIMI, R. et alii (1980)

Qualitative and Quantitative Reliability Analysis of Safety Systems, Report MIT-EL 80-015, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts.

KARLIN, S. (1966)

A First Course in Stochastic Processes, Academic Press, New York.

KHARABANDA, O. P. & STALLWORTHY, E. A. (1988)

Safety in the Chemical Industry, GP Publishers, Inc., Columbia, Maryland.

KITCHIN, J. F. (1988)

Practical Markov Modeling for Reliability Analysis, *Proceedings of the Annual Reliability and Maintainability Symposium*, IEEE, New York, pp. 290-296.

KLETZ, T. A. (1985)

Eliminating Potential Process Hazards, *Chemical Engineering*, Vol. 92, N^o 7, April 1, pp. 48-68.

KOHDA, T. *et alii* (1983)

Optimal Shut-Down Logic for Protective Systems, IEEE Transactions on Reliability, Vol. R-32, No. 1, pp. 26-29.

KOHDA, T. *et alii* (1987)

Optimal Logic for Multi-Channel Protective Systems During On-line Maintenance, IEEE Transactions on Reliability, Vol. R-36, No. 1, pp. 25-31.

KONTOLEON, N. *et alii* (1974)

Availability Analysis of Supervised Protective Systems, CSNI Meeting on the Development and Application of Reliability Techniques to the Nuclear Plant, Liverpool, Reino Unido, 8-10 April.

KUMAMOTO, H. & HENLEY, E. J. (1978)

Protective System Hazard Analysis, Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals., Vol. 17, No. 4, pp. 274-276.

KUMAMOTO, H., INOUE, K. & HENLEY, E. J. (1981)

Computer-Aided Protective System Hazard Analysis, Computers and Chemical Engineering, Vol. 5, pp. 93-98.

LAWLEY, H. G. & KLETZ, T. A. (1975)

High-Pressure Trip Systems for Vessel Protection, Chemical Engineering, Vol. 82, May 12, pp. 81-88.

LEES, F. P. (1980)

Loss Prevention in the Process Industry, Butterworths, London, Reino Unido.

LEES, F. P. (1982)

A General Relation for the Reliability of a Single-Channel Trip System, Reliability Engineering, Vol. 3, No. 1, pp. 1-12.

LÉVY, P. (1954)

Processus Semi-Markoviens, Proceedings of the International Conference of Mathematicians, Amsterdam, Vol. 3, pp. 416-426.

LIEBERMAN, N. P. (1988)

Process Design for Reliable Operations, Gulf Publishing Company, Book Division, Houston, Texas.

LIU, M. L. (1966)

Time and Frequency Domain Analysis of Linear Time Invariant Systems in: Kuo, F. F. e Kaiser, J. F. (Eds.), *System Analysis by Digital Computers*, John Wiley & Sons, New York.

LISBOA, J. J. (1989A)

Probability Analysis of Unrevealed Faults in Nuclear Power Plant Protection Systems, IEEE Transactions on Nuclear Science, Vol. 36, N^o 1, pp. 1244-1247.

LISBOA, J. J. (1989B)

Defense-in-Depth Concept for Nuclear Power Plant Normal Plant Control Systems using Probability Analysis, IEEE Transactions on Nuclear Science, Vol. 36, N^o 1, pp. 1284-1290.

MCCORMICK, N. J. (1981)

Reliability and Risk Analysis, Methods and Nuclear Power Applications, Academic Press, New York.

MOIENI, P. & APOSTOLAKIS (1983)

A Model for Common Cause Failures, Transactions of the 1983 Winter Meeting of the American Nuclear Society, American Nuclear Society, La Grange Park, Illinois, pp.

MOLER, C. & VAN LOAN, C. (1978)

Nineteen Dubious Ways to Compute the Exponential of a Matrix, SIAM Review, Vol. 20, No. 4, pp. 801-836.

MOSLEH, A., FLEMING, K. N., PARRY, G. W., PAULA, H. M., WORLEDGE, D. H. & RASMUSON, D. M. (1988)

Procedures for Treating Common Cause Failures in Safety and Reliability Studies: Vol. 1, Procedural Framework and Examples, NUREG/CR-4780, EPRI NP-5613, PLG-0547, Pickard, Lowe, and Garrick, Inc., Newport Beach, California.

MOSLEH, A., FLEMING, K. N., PARRY, G. W., PAULA, H. M., WORLEDGE, D. H. & RASMUSON, D. M. (1989)

Procedures for Treating Common Cause Failures in Safety and Reliability Studies: Vol. 2, Analytical Background and Techniques, NUREG/CR-4780, EPRI NP-5613, PLG-0547, Pickard, Lowe, and Garrick, Inc., Newport Beach, California.

MOSLEH, A. & SIU, N. (1987)

A Multi-parameter Common Cause Failure Model, Transactions of the 9th Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT) Conference, Lausanne, Switzerland, paper M7/3, pp. 147-152.

NORAYAN BHAT, U. (1972)

Elements of Applied Stochastic Processes, John Wiley & Sons, New York, NY.

NUREG/CR-2300 (1983)

PRA Procedures Guide: A Guide to the Performance of Probabilistic Risk Assess-

PAPAZOGLU, I. A. & GYFTOPOULOS, E. (1978)

Markovian Reliability Analysis under Uncertainty with an Application on the Shutdown System of the Clinch River Breeder Reactor, NUREG/CR-0405, BNL-NUREG-50864, Engineering and Advanced Reactor Safety Division, Department of Nuclear Energy, Brookhaven National Laboratory, Upton, Long Island.

PARZEN, E. (1962)

Stochastic Processes, Holden-Day, San Francisco, California.

PEARSON, K. (1948)

Tables of the Incomplete Beta Function, Cambridge University Press, London.

PESSIN, V. (1961)

Some Asymptotic Properties of the Negative Binomial Distribution, **Annals of Mathematical Statistics**, Vol. 32, pp. 922-923 (abstract).

PETERSON E. L. & LOO, H. B. (1967)

Maintainability Risk Analysis Using the Analytical Maintenance Model, Sixth Reliability and Maintainability Conference, University of California, Berkeley, p. 498.

PYKE, R. (1961A)

Markov Renewal Processes: Definitions and Preliminary Properties, **The Annals of Mathematical Statistics**, Vol. 32, No. 4, pp. 1231-1242.

PYKE, R. (1961B)

Markov Renewal Processes with Finitely Many States, **The Annals of Mathematical Statistics**, Vol. 32, No. 4, pp. 1243-1259.

ROBERTS, N. H., VESELY, W. E., HAASL, D. F. & GOLDBERG, F. F. (1981)

Fault Tree Handbook, U. S. Nuclear Regulatory Commission, Washington, D. C. .

ROSS, S. M. (1970)

Applied Probability Models with Optimization Applications, Holden-Day, San Francisco, California.

ROSS, S. M. (1989)

Introduction to Probability Models, Academic Press, Inc., 4th edition, San Diego, California.

SANDLER, G. H. (1963)

System Reliability Engineering, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

SAYERS, B. (1979)

Safety and Risk in a Chemical Plant (A Case History), **Proceedings 1979 Annual Reliability and Maintainability Symposium**, The Institute of Electrical and Electronics Engineers, New York, pp. 174-180.

SHOOMAN, M. L. (1990)

Probabilistic Reliability: An Engineering Approach, Robert E. Krieger, Publishing Company, Malabar, Florida.

SIDDALL, E. (1957)

Reliable Reactor Protection, **Nucleonics**, Vol. 15, No. 6, pp. 124-129.

SIDDALL, E. (1963)

Reliability of Reactor Control Systems, **Nuclear Safety**, Vol. 4, No. 4, pp. 1-7.

SIDDALL, J. N. (1983)

Probabilistic Engineering Design, Marcel Dekker, New York.

SINGH, C. & BILLINTON, R. (1977)

System Reliability Modelling and Evaluation, Hutchinson of London.

SMITH, W. L. (1954)

Regenerative Stochastic Processes, **Proceedings of the International Congress of Mathematicians**, Amsterdam, Vol. 2, pp.304-305.

SMITH, W. L. (1955)

Regenerative Stochastic Processes, **Proceedings of the Royal Society London, Serie A**, Vol. 232, pp. 6-31.

SOMMA, R. (1977)

Reliability Characteristics, **Rivista Tecnica SELENIA**, Vol. 4, No. 3, pp. 27-32.

SOMMA, R. & AMOIA, V. (1977A)

The Properties and the Analytical Solution of the Basic Equation, **Rivista Tecnica SELENIA**, Vol. 4, No. 3, pp. 14-19.

SOMMA, R. & AMOIA, V. (1977B)

The Transition Rate Matrix, **Rivista Tecnica SELENIA**, Vol. 4, No. 3, pp. 20-26.

SRINIVASAN, S. K. & GOPALAN, M. N. (1973)

Probabilistic Analysis of a Two-Unit Cold-Standby System with a Repair Facility, **IEEE Transactions on Reliability**, Vol. R-22, No. 5, pp. 250-254.

SHREVE, R. N. & BRINK, JR., J. A. (1980)

Indústrias de Processos Químicos, Ed. Guanabara Dois, Rio de Janeiro, RJ.

THOMPSON, JR., W. A. (1988)

Point Process Models with Applications to Safety and Reliability, Chapman and Hall, New York.

THOMSON, J. R. (1987)

Engineering Safety Assessment, An Introduction, Longman Scientific & Technical, England.

USHAKOV, I. A. (1969)

Mean Time for Operation for a Semi-Markov Process, **Engineering Cybernetics**, No.4, pp. 57-61.

WASH-1400 (1975)

Reactor Safety Study - An Assessment of Accident Risks in U. S. Commercial Nuclear Power Plants, WASH-1400 (NUREG-75/014), U. S. Nuclear Regulatory Commission, Washington, D. C.

WEISS, G. H. (1963)

A Survey of Some Mathematical Models in the Theory of Reliability, in: **Statistical Theory of Reliability**, M. Zelen (Ed.), The University of Wisconsin Press, Madison, Wisconsin.

WELLS, G. L. (1980)

Safety in Process Plant Design, George Godwin Limited in association with the Institution of Chemical Engineers, London.

WELLS, G. L. & ROSE, L. M. (1986)

The Art of Chemical Process Design, Elsevier Science Publishers, Amsterdam.

WERELEY, N. M. & WALKER, B. K. (1991)

Approximate Evaluation of Generalized Markov Health Models of Fault Tolerant Aerospace Systems, in: G. Apostolakis, (Ed.), **Proceedings of the International Conference on Probabilistic Safety Assessment and Management (PSAM)**, Elsevier Science Publishing Co., New York, pp. 1419-1424.

WERELEY, N. M. & WALKER, B. K. (1990)

Approximate Evaluation of Semi-Markov Chain Reliability Models, **Reliability Engineering and System Safety**, Vol. 28, No. , pp. 133-164.

WITHERS, J. (1988)

Major Industrial Hazards, Halsted Press, New York.