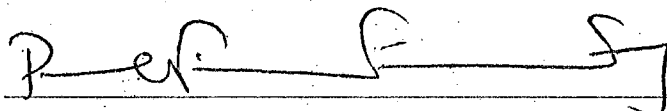


UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DOS ESTÁGIOS NA ANÁLISE DA INDISPONIBILIDADE DE UM CANAL DE PROTEÇÃO

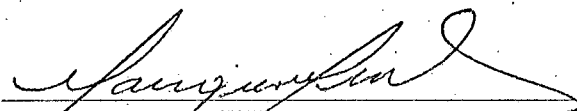
Marcos Eduardo Costa Nunes

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS
DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO
GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA NUCLEAR.

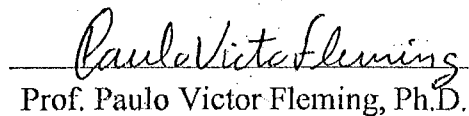
Aprovada por:



Prof. Paulo Fernando Ferreira Frutuoso e Melo, D.Sc.
(Presidente)

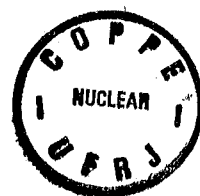


Prof. Antonio Carlos Marques Alvim, Ph.D.



Prof. Paulo Victor Fleming, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
FEVEREIRO DE 1995



COSTA NUNES, MARCOS EDUARDO

Utilização do Método de Estágios na Análise da Indisponibilidade de um canal de Proteção [Rio de Janeiro] 1995.

XXI, p.157, 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Nuclear, 1995)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Aplicação do Método de Estágios I. COPPE/UFRJ

II. Título (série)

Aos meus pais, Manoel e Dalva, pelo amor, apoio e confiança que me impulsionaram a mais esta conquista.

A Maria Hercilia, companheira desta e outras conquistas, cujo amor e carinho foram fundamentais para superar os momentos difíceis

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Paulo Fernando Ferreira Frutuoso e Melo, agradeço pela sugestão do tema deste trabalho, pela sua orientação dedicada e, sobretudo, a amizade, demonstrada em vários momentos deste longo período, e cuja confiança foi um estímulo constante. Agradeço também, ao tempo dedicado no fechamento dos trabalhos e resumos que sempre terminaram em correrias de última hora.

Aos colegas Luiz Carlos, Marcos Pimenta e Joaquim Domingues, pelas valiosas contribuições que deram no desenvolvimento dos programas utilizados, sugestões e críticas que muito ajudaram na confecção deste trabalho.

Ao colega Pedro Saldanha da CNEN, pelas cópias de referências bibliográficas cedidas que foram de grande utilidade no desenvolvimento deste trabalho.

Aos Profs. Paulo Victor Fleming, do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal da Bahia, e Antonio Carlos Marques Alvim, do Programa de Engenharia Nuclear da COPPE, pela participação na banca.

Ao Programa de Engenharia Nuclear da COPPE/UFRJ pela estrutura oferecida para que este trabalho fosse desenvolvido.

Aos colegas do Laboratório de Métodos Numéricos, pelas longas conversas no cafezinho e no almoço que tornaram menos desgastante o trabalho.

Agradeço a CAPES pela bolsa concedida.

Finalmente, a todos aqueles que, direta ou indiretamente colaboraram de alguma forma para tornar este trabalho possível e que não foram citados.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DOS ESTÁGIOS NA ANÁLISE DA INDISPONIBILIDADE DE UM CANAL DE PROTEÇÃO

Marcos Eduardo Costa Nunes

Fevereiro 1995

Orientador: Paulo Fernando Ferreira Frutuoso e Melo

Programa: Engenharia Nuclear

Discute-se a aplicação do método dos estágios à análise da indisponibilidade de um canal de proteção, com o intuito de atacar um problema de relevância prática, em que os tempos de reparo do canal seguem uma distribuição não-exponencial.

Inicialmente, é discutida a modelagem do estado falho, cuja taxa de transição (taxa de reparo) não é constante utilizando o método dos estágios. Este estado falho é subdividido em um conjunto de sub-estados, onde cada sub-estado possui taxa de transição constante.

São apresentados os resultados obtidos dos desmembramento dos estados falhos para os casos em que os tempos de permanência nestes seguem uma distribuição pela lognormal, ou gama ou de Weibull. Para esta análise, foram utilizados valores típicos de taxa média de reparo, ou de tempo médio para efetuar o reparo.

Em seguida, foi desenvolvido um modelo markoviano para a análise da frequência de acidente de uma instalação de processo equipada com um canal de proteção cujos tempos de reparo seguem uma distribuição não-exponencial e considerando que a falha do canal é revelada por uma demanda real do sistema e segundo duas políticas de reparo: *online* e *offline*.

Em relação à frequência de acidentes, são apresentados os resultados para diferentes distribuições dos tempos de reparo do canal (gama, lognormal e de Weibull), com os resultados gerados pelos programas CAFA e FAFD, onde é feita uma comparação com resultados publicados na literatura sobre um canal de proteção. Os resultados obtidos mostram-se bastante razoáveis, visto que o comportamento da frequência de acidente em função da taxa de demanda mantém-se preservada, isto é, para altas taxas de demanda, como se encontra tipicamente em instalações de processo, a frequência de acidentes pode crescer consideravelmente, dependendo do modelo de reparo do canal adotado, pois é necessário levar em conta a taxa de demanda no cálculo da indisponibilidade do sistema de proteção, antes de calcular a frequência de acidentes.

Finalmente, são discutidas as limitações quanto aos tipos de combinações, pois algumas poderão levar a um grande número de equações, o que torna inviável a utilização do método dos estágios. Portanto, o tipo de combinação deve ser aquele que apresentar o menor número de parâmetros a serem calculados.

Abstract of the Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M. Sc.)

UNAVAILABILITY ANALYSIS OF A SINGLE PROTECTIVE CHANNEL WITH NONEXPONENTIAL DOWNTIMES BY THE DEVICE OF STAGES

Marcos Eduardo Costa Nunes

February 1995

Thesis supervisor: Paulo Fernando Ferreira Frutuoso e Melo
Department: Nuclear Engineering

The application of the device of stages to the unavailability analysis of a single protective channel is discussed in order to approach a practical problem of great importance: that of nonexponential downtimes.

Initially, the modeling of the channel failed state is discussed. Time-dependent repair rates are assumed for the channel and the representation by stages with constant transition rates is presented, considering typical probability distributions for the repair rates: the lognormal, the gamma and the Weibull ones. Typical values for the rates taken from literature have been employed.

After the transformation to a Markovian model, the plant hazard rate has been determined considering that the channel failure is revealed by a time demand and also considering two repair policies: online and offline.

The results presented for the accident rate have taken into account the different repair time distributions mentioned above. Computer programs have been developed in Fortran 77 to perform all calculations starting from the representation by stages until the final results concerning the plant accident rates.

The accident rate behavior for high demand rates is presented in comparison to typical results obtained in the literature for exponential downtimes.

Some limitations concerning the possible combinations of stages are discussed for some of them can lead to much greater systems of coupled differential equations. In this sense, one should always search for the combination that result in the least number of parameters to be estimated.

NOMENCLATURAS

CESTTI	= Combinação dos estágios em série com taxas de transições iguais entre os estágios;
E_i , ($i=1,2,\dots,\alpha$)	= i -ésimo estágio;
$f_0(x)$	= função densidade do estado 0;
$P_{E_\alpha}(x)$	= Probabilidade de ocorrência do α -ésimo estágio;
$F_m(x)$	= Manutenibilidade;
$\phi(x)$	= Taxa de transição (Taxa de reparo) da combinação;
ρ	= Taxa de transição entre estágios iguais em série;
$P_{E_i}(s)$	= Transformada de Laplace da probabilidade de ocorrência do i -ésimo estágio;
m_i	= i -ésimo momento da combinação dos estágios;
M_i	= i -ésimo momento da função distribuição dos tempos de reparo;
α	= número de estágios em série;
CESDTT	= Combinação dos estágios em série com diferentes taxas de transição;
ρ_i ($i=1,2,\dots,\alpha$)	= é a taxa de transição do i -ésimo estágio em série da combinação CESDTT;
$f(s)$	= Transformada de Laplace de $f(x)$;
CEISSUD	= Combinação dos estágios iguais em série, e em série com um estágio diferente;
E_d	= Estágio com características diferentes dos demais estágios;

ρ_d	= Taxa de transição do estágio E_d ;
ω_i	= Probabilidade de ocorrência de uma transição para o i -ésimo estágio em paralelo;
λ	= Taxa de falha;
ν	= Taxa de demanda do canal do canal de proteção;
η	= frequência de acidentes do canal de proteção
CEDSP	= Combinação de estágios de duas combinações em série colocadas em paralelo
CEDSPDT	= Combinação de estágios de duas combinações de diferentes estágios em Série colocadas em paralelo com diferentes taxa de transições;
CEISCDP	= Combinação de estágios iguais em série, e em série com dois em série Com Dois em paralelo;
CEDEDSDDP	= Combinação do estágios de dois estágios diferentes em série, e em série com Dois estágios diferentes em paralelo;
E_{p_i} ($i=1,2$)	= i -ésimo estágio em paralelo;
x	= tempo de reparo
$\mu(x)$	= taxa de reparo em função de x
b	= constante
c	= constante
$h(t)$	= taxa de transição
t	= tempo

LISTAS DE FIGURAS

- Figura (II.1)** - Diagramas de transição de estados. a) Sistema com dois estados, estado 1 é o de funcionamento e o 2 é o falho, e com taxa de reparo variável; b) aproximação do estado 2 anterior por uma combinação de dois estágios em série, onde ρ (taxa de transição entre os estágios) é constante. 5
- Figura (II.2)** - Diagrama de transição de estados para um canal de proteção, considerando a taxa de reparo não-exponencial. 6
- Figura (II.3)** - Formas da taxa de transição. a) Crescente; b) Decrescente; c) Com período inicial decrescente seguido de um período crescente; d) Com período inicial crescente seguido de um período decrescente. 9
- Figura (II.4)** - Diagrama de transição de estado para um canal de proteção, considerando a aproximação da Eq.(II.13) pela combinação de três estágios em série com diferentes taxa de transição entre os mesmos, combinação CESDTT. 12
- Figura (II.5)**- Diagrama de transição de estado, utilizando a combinação dos estágios em série para representar os tempos de reparo. 13
- Figura (II.6)** - Diagrama de transição de estados para uma combinação de dois estágios em paralelo, onde 1 é o estado de funcionamento e E_1 e E_2 os dois estágios em série que representam o estado falho. 16
- Figura (II.7)** -Diagrama de transição de estado para combinação de estágios em série e em paralelo, onde a_1 e a_2 são os numeros de estágios que estão em série. 17
- Figura (II.8)** - Diagrama de transição para a combinação de estágios em série, em série com dois em paralelo, onde a é o número de estágios em série. 19
- Figura (II.9)** - Diagrama de transição de estados para determinação da combinação dos estágios. 19

- Figura (II.10)** - Diagrama de transição de estado para determinação das funções de probabilidades para a combinação da Fig.(II.4). 21
- Figura (III.1)** - Diagrama simplificado de uma instalação de processo típica, segundo Frutuoso e Melo (1992). 30
- Figura (III.2)** - Diagrama de transição de estados para o canal de proteção, onde os tempos de reparo não são exponencialmente distribuído. 32
- Figura (III.3)** - Comportamento temporal do sistema de proteção com um canal, segundo Frutuoso e Melo (1992). 34
- Figura (III.4)** - Distribuição gama para diferentes valores de r , o parâmetro de forma. 40
- Figura (III.5)** - Formas da taxa de transição da distribuição Weibull para diversos valores de η . 42
- Figura (IV.1)** - Diagrama de transição de estados para o canal de proteção com taxa de reparo constante. 46
- Figura (IV.2)** - Influência da taxa de demanda sobre a frequência de acidente de um canal de proteção com tempos de reparo exponencialmente distribuídos. 48
- Figura (IV.3)** - Influência da probabilidade do reparo ser imperfeito na frequência de acidente de uma instalação industrial equipada com um canal de proteção. 48
- Figura (IV.4)** - Diagrama de transição de estado para o canal de proteção utilizando a combinação CESTTI para representar o estado 3 da Fig(III.2), onde α é o número de estágios em série. 49
- Figura (IV.5)** - Taxa de reparo teórica e aproximada para o caso de $T_M = 24$ h, e $DESV = 12$ h, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama. 51
- Figura (IV.6)** - Taxa de reparo teórica e aproximada para o caso de $T_M = 168$ h, e $DESV = 84$ h, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama. 52

- Figura (IV.7)** - Taxa de reparo teórica e aproximada para o caso de $T_M = 730$ h, e $DESV = 365$ h, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama. 52
- Figura (IV.8)** - Taxa de reparo teórica e aproximada para o caso de $T_M = 2920$ h, e $DESV = 1460$ h, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama. 53
- Figura (IV.9)** - Influência da taxa de reparo e taxa de demanda na frequência de acidentes da instalação de processo equipada com um único canal de proteção onde o reparo é efetuado *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama. 57
- Figura (IV.10)** - Influência das taxa de reparo e taxa de demanda na frequência de acidentes da instalação de processo equipado com um canal de proteção onde os tempos de reparo são distribuídos pela gama e o reparo é feito *offline*. 57
- Figura (IV.11)** - Frequência de acidentes em função do intervalo entre teste e da taxa de demanda, caso 1, sendo que os tempos de reparos seguem uma distribuição gama e o reparo é *online*. 58
- Figura (IV.12)** - Frequência de acidentes em função do intervalo entre teste e da taxa de demanda, caso 1, sendo que os tempos de reparos seguem uma distribuição gama e o reparo é *offline*. 59
- Figura (IV.13)** - Influência das taxa de falha na frequência de acidentes da instalação de processo equipado com um canal de proteção onde os tempos de reparo são distribuídos pela gama, considerando as duas políticas de reparo. 60
- Figura (IV.14)** - Taxa de reparo gerada pela combinação CESTTI de 2 e 3 estágios, e a interpolação para $NE = 2,1692$, para o caso 1, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição Weibull. 63
- Figura (IV.15)** - Taxa de reparo gerada pela combinação CESTTI de 2 e 3 estágios, e a interpolação para $NE = 2,1692$, para o caso 2, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição Weibull. 63
- Figura (IV.16)** - Taxa de reparo gerada pela combinação CESTTI de 2 e 3 estágios, e a interpolação para $NE = 2,1692$, para o caso 2, sendo que os tempos de reparo seguem a distribuição de Weibull. 64

- Figura (IV.17)** - Taxa de reparo gerada pela combinação CESTTI de 2 e 3 estágios, e a interpolação para $NE = 2,1692$, para o caso 3, sendo que os tempos de reparo seguem a distribuição de Weibull. 64
- Figura (IV.18)** - Taxa de reparo gerada pela distribuição weibull e pela aproximação CESTTI, para o caso 1. 65
- Figura (IV.19)** - Taxa de reparo gerada pela distribuição Weibull e pela aproximação CESTTI, para o caso 2. 66
- Figura (IV.20)** - Taxa de reparo gerada pela distribuição Weibull e pela aproximação CESTTI, para o caso 3. 66
- Figura (IV.21)** - Taxa de reparo gerada pela distribuição Weibull e pela aproximação CESTTI, para o caso 4. 67
- Figura (IV.22)** - Frequência de acidentes em função da demanda, para os casos: 1, 2, 3 e 4; sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição Weibull e a política de reparo é *online*. 71
- Figura (IV.23)** - Frequência de acidentes em função da demanda, para os casos: 1, 2, 3 e 4; sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição Weibull e a política de reparo adotada é *offline*. 71
- Figura (IV.24)** - Frequência de acidentes em função do intervalo entre teste e da taxa de demanda, para o caso 1, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição Weibull e a política de reparo é *online*. 72
- Figura (IV.25)** - Frequência de acidentes em função do intervalo entre teste e da taxa de demanda, para o caso 1, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição Weibull e a política de reparo *offline*. 72
- Figura (IV.26)** - Diagrama de transição de estado para a combinação CESC DP. 74
- Figura (IV.27)** - Taxa de reparo teórica da lognormal e aproximada para o caso de $T_M = 24$ h, e $DESV = 12$ h. 76

- Figura (IV.28)** - Taxa de reparo teórica da lognormal e aproximada para o caso de $T_M = 168$ h, e $DESV = 84$ h. 76
- Figura (IV.29)** - Taxa de reparo teórica da lognormal e aproximada para o caso de $T_M = 730$ h, e $DESV = 365$ h. 77
- Figura (IV.30)** - Taxa de reparo teórica da lognormal e aproximada para o caso de $T_M = 2920$ h, e $DESV = 1460$ h. 77
- Figura (IV.31)** - Frequência de acidentes em função da taxa de demanda, para os casos: 1 e 2; a taxa de falha é de 1/ano e o intervalo entre teste é de 0.0192 ano (1 semana), sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal. 81
- Figura (IV.32)** - Frequência de acidentes em função do intervalo entre teste e da taxa de demanda, para o caso 1, política de reparo *online* e a taxa de falha é de 10/ano, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal. 82
- Figura (IV.33)** - Frequência de acidentes em função do intervalo entre teste e da taxa de demanda, para o caso 1, política de reparo *offline* e a taxa de falha é de 10/ano, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal. 83
- Figura (IV.34)** - Influência da taxa de reparo na frequência de acidentes, considerando que o reparo é *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal. 83
- Figura (A.1)** - Diagrama de transição de estados para um sistema que possui dois estados, 1 o estado de funcionamento e 2 o estado falho. 100
- Figura (A.2)** - Diagrama de transição de estados para combinação de estágios em série, combinação CESTTI. 101
- Figura (A.3)** - Diagrama de transição de estados da combinação de estágios em série para obtenção das funções de probabilidade. 102
- Figura (A.4)** - Diagrama de transição de estados para a aproximação do estados 2 do sistema da Fig.(A.1), pela combinação CESDTT. 107

- Figura (A.5)** - Diagrama de transição de estados da combinação dos estágios em série com diferentes taxas de transição entre estágios, para obtenção das funções de probabilidade. 107
- Figura (A.6)** - Diagrama de transição de estados para a combinação de estágio CEISSUD. 110
- Figura (A.7)** - Diagrama de transição de estados para a obtenção das funções de probabilidade da combinação CEISSUD. 111
- Figura (A.8)** - Diagrama de transição de estados para a combinação CEP. 117
- Figura (A.9)** - Diagrama de transição de estados para obtenção das funções de probabilidade da combinação (CEP). 117
- Figura (A.10)** - Diagrama de transição de estados para a combinação de estágios CEDSP. 122
- Figura (A.11)** - Diagrama de transição de estados para a obtenção das funções de probabilidade da combinação CEDSP. 122
- Figura (A.12)** - Diagrama de transição de estados para a combinação de estágio CEDSPDT. 129
- Figura (A.13)** - Diagrama de transição de estados para a obtenção das funções de probabilidade da combinação CEDSPDT. 130
- Figura (A.14)** - Diagrama de transição de estados para combinação de estágio CEISCDP. 136
- Figura (A.15)** - Diagrama de transição de estados para a obtenção das funções de probabilidade da combinação CEISCDP. 137
- Figura (A.16)** - Diagrama de transição de estados para a combinação de estágios CEDESDDP. 142
- Figura (A.17)** - Diagrama de transição de estados para a obtenção das funções de probabilidade da combinação de estágios CEDESDDP. 143

Figura (B.1) - Bloco de transferência para o programa FAFDEX.	148
Figura (B.2) - Bloco de transferência para o programa GAMA.	149
Figura (B.3) - Bloco de transferência para o programa SÉRIE.	150
Figura (B.4) - Bloco de transferência para o programa FAFDGAM.	151
Figura (B.5) - Bloco de transferência para o programa WEIBULL.	152
Figura (B.6) - Blocos de transferência do programa SÉRIENT.	152
Figura (B.7) - O bloco de transferência do programa INTERPOL.	153
Figura (B.8) - Bloco de transferência do programa LOGNOR.	154
Figura (B.9) - Bloco de transferência do programa CAPALN.	155
Figura (B.10) - Bloco de transferência do programa NANO.	155
Figura (B.11) - Bloco de transferência para o programa FAFDLN.	156

LISTAS DE TABELAS

- Tabela (II.1)** - A transformada de Laplace e a sua função correspondente 12
- Tabela (IV.1)** - Dados relativos ao cálculo da frequência de acidentes pela aproximação exponencial dos tempos de reparo, em função da taxa de demanda e segundo duas políticas de reparo (*online* e *offline*). 47
- Tabela (IV.2)** - Dados utilizados e obtidos na aproximação da distribuição gama pela combinação CESTTI. 51
- Tabela (IV.3)** - Frequência de Acidentes para os casos analisados, com intervalo entre teste de 1 semana, com reparo *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama. 54
- Tabela (IV.4)** - Frequência de acidentes para os casos analisados, com intervalo entre teste de 1 semana e reparo *offline*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama. 54
- Tabela (IV.5)** - Frequência de acidentes para os casos analisados, com intervalo entre teste de 1 mês e reparo *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama. 55
- Tabela (IV.6)** - Frequência de acidentes para os casos analisados, com intervalo entre teste de 1 mês e reparo *offline*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama. 55
- Tabela (IV.7)** - Frequência de acidentes para os casos analisados, com intervalo entre teste de 1 ano e reparo *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama. 56
- Tabela (IV.8)** - Frequência de acidentes para os casos analisados, com intervalo entre teste de 1 ano e reparo *offline*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama. 56
- Tabela (IV.9)** - Dados típicos utilizados e obtidos na análise da combinação de estágio em série para representação da distribuição Weibull. 62

- Tabela (IV.10)** - Freqüência de acidente para os casos analisados, com intervalo entre teste de 1 semana e reparo *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição Weibull. 68
- Tabela (IV.11)** - Freqüência de acidentes para diversas taxa de reparo médias anuais, com intervalo entre teste de 1 semana e reparo *offline*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição Weibull. 68
- Tabela (IV.12)** - Freqüência de acidentes para diversas taxa de reparo médias anuais, com intervalo entre teste de 1 mês e reparo *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição Weibull. 69
- Tabela (IV.13)** - Freqüência de acidentes para os diversos casos analisados, com intervalo entre teste de 1 mês e reparo *offline*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição Weibull. 69
- Tabela (IV.14)** - Freqüência de Acidentes para os diversos casos analisados, com intervalo entre teste de 1 ano e reparo *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição Weibull. 70
- Tabela (IV.15)** - Freqüência de Acidentes para diversas taxas médias de reparos, com intervalo entre teste de 1 ano e reparo *offline*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição Weibull. 70
- Tabela (IV.16)** - Dados típicos e resultados obtidos na análise da combinação de estágios CESC DP. 75
- Tabela (IV.17)** - Freqüência de acidente para os diversos casos analisados, com intervalo entre teste de 1 semana e reparo *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal. 78
- Tabela (IV.18)** - Freqüência de acidente para os diversos casos analisados, com intervalo entre teste de 1 semana e reparo *offline*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal. 79
- Tabela (IV.19)** - Freqüência de acidente para os diversos casos analisados, com intervalo entre teste de 1 mês e o reparo é feito *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal. 79

Tabela (IV.20) - Frequência de acidente para os diversos casos analisados , com intervalo entre teste de 1 mês e reparo *offline*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal.

80

Tabela (IV.21) - Frequência de acidente para os diversos casos analisados , com intervalo entre teste de 1 ano e reparo *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal.

80

Tabela (IV.22) - Frequência de acidente para os diversos casos analisados , com intervalo entre teste de 1 ano e reparo *offline*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal.

81

ÍNDICE

CAPÍTULO I - Apresentação	1
CAPÍTULO II - Análise da Confiabilidade de Sistemas não-Markovianos	3
II.1 - Introdução	3
II.2 - Método das Variáveis Suplementares	5
II.3 - Método dos Estágios	7
CAPÍTULO III - Formulação do Modelo Markoviano para a Análise da Indisponibilidade do Canal de Proteção	29
III.1 - Introdução	29
III.2 - Formulação do Modelo para a Análise da Frequência de Acidente	30
III.3 - Distribuições dos Tempos de Reparo	38
CAPÍTULO IV - Análise dos Resultados	45
IV.1 - Introdução	45
IV.2 - Resultados obtidos considerando que os Tempos de Reparo são Exponencialmente distribuídos	46
IV.3 - Resultados obtidos considerando que os tempos de reparo seguem uma Distribuição Gama (Erlagiana Especial)	49
IV.4 - Distribuição de Weibull dos Tempos de Reparo do Canal de Proteção	60
IV.5 - Distribuição Lognormal dos Tempos de Reparo do Canal de Proteção	73
CAPÍTULO V - Discussão comparativa dos resultados	85
CAPÍTULO VI - Conclusões e Recomendações	93
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	97
APÊNDICE A	100
APÊNDICE B	148

APRESENTAÇÃO

Com a crescente evolução apresentada pelas indústrias de processo (química, petroquímica, nuclear, etc.) a partir da Segunda Guerra Mundial e das conseqüências de um comportamento inconfiável das mesmas, passou-se a dar grande importância à análise de segurança destas instalações, Frutuoso e Melo (1992).

As instalações de processo possuem sistemas cuja única função é proteger a instalação bem como os trabalhadores e o público, dos efeitos dos acidentes. Estes sistemas, denominados de proteção, operam somente em situação de acidente, isto é, na ocorrência de um evento iniciador de acidente (uma demanda) e, por isso, tais sistemas são do tipo standby (reserva).

No contexto da análise de segurança de instalações industriais, o parâmetro de interesse é a frequência de ocorrência de acidentes, visto que, para que uma instalação seja segura a sua frequência de acidente tem que estar dentro de uma faixa considerada aceitável. Tradicionalmente, a frequência de acidente tem sido calculada através da multiplicação da taxa de demanda (evento iniciador) pela indisponibilidade média do canal de proteção.

Oliveira e Amaral Netto (1987), analisaram a influência da taxa de reparo e da frequência do evento iniciador (taxa de demanda) sobre a frequência de ocorrência de acidente de uma instalação de processo equipada com um canal de proteção. A expressão gerada por estes autores é a empregada neste trabalho para o cálculo da frequência de acidente.

Entretanto, os modelos markovianos desenvolvidos por Oliveira e Amaral Netto (1987) e Oliveira et alii (1990), baseavam-se na distribuição exponencial dos tempos de reparo. Como a distribuição exponencial é sem memória, a experiência acumulada ao longo do tempo no reparo de um componente não faz com que a probabilidade de repará-lo no intervalo $(t + dt)$ dado que ele estava falho em t cresça: ao contrário, permanece constante (taxa de reparo constante). A taxa de reparo dos componentes deve ser inicialmente crescente no tempo e, em

seguida, atingir um valor estacionário, indicativo do fato de que a experiência ganha com a execução de reparos é limitada por fatores administrativos, bem como de custos.

A solução do problema acima mencionado pode ser obtida através do método dos estágios (comumente adotado na análise de sistemas de potência), que permite transformar um modelo não-markoviano em outro markoviano pela inserção de estágios (i. e., estados fictícios adicionais).

Neste trabalho, é discutida a aplicação do método dos estágios, partindo-se das principais distribuições de tempos de reparo propostas na literatura: lognormal, gama e Weibull. Para cada caso, é investigado o desdobramento adequado em estágios que torne constantes as taxas de transição entre os mesmos, de maneira que o modelo se transforme em um outro markoviano. A análise intermediária, que envolve a determinação de parâmetros identificadores é também apresentada.

A organização deste trabalho é apresentada a seguir.

No Capítulo II, são discutidos os dois métodos utilizados na análise da confiabilidade de sistemas não-markovianos, sendo que o método das variáveis suplementares é brevemente discutido. O método dos estágios é extensamente discutido e sua metodologia e cálculo são apresentados.

O Capítulo III aborda o modelo estocástico desenvolvido neste trabalho, e também as principais distribuições de tempos de reparo que foram utilizadas nas análises.

No Capítulo IV, apresentam-se os resultados obtidos para aproximar as distribuições gama, lognormal e de Weibull e a frequência de acidente de uma instalação de processo equipado com um canal de proteção, cujos tempos de reparo seguem uma das distribuições acima.

No Capítulo V, é feita uma discussão comparativa dos resultados apresentado no Capítulo IV.

No Capítulo VI, as conclusões obtidas, bem como as recomendações para futuros trabalhos de pesquisa são discutidas.

No apêndice A, apresentam-se as características das principais combinações de estágios geradas e das utilizadas neste trabalho e no apêndice B exhibe uma descrição objetiva dos programas de computador desenvolvidos.

ANÁLISE DA CONFIABILIDADE DE SISTEMAS NÃO-MARKOVIANOS

II.1- INTRODUÇÃO

Muitas análises de confiabilidade de sistemas assumem que os tempos de falha e de reparo são exponencialmente distribuídos. Esta aproximação conduz a um modelo markoviano, o qual possui taxas de transição constantes entre os estados possíveis do sistema. Uma taxa de transição constante significa que ela não irá depender do tempo gasto em um determinado estado do sistema, ou de como chegou a determinado estado do sistema. Segundo Billinton e Allan (1983), a aproximação pela distribuição exponencial somente será válida quando for avaliado o valor médio do estado limite ou o valor médio de um intervalo de tempo no qual o valor assintótico já foi atingido, em sistemas que contenham componentes estatisticamente independentes. A análise de tais casos é relativamente simples e os resultados numéricos são facilmente obtidos.

Em trabalhos anteriores, Lees (1982), Oliveira e Amaral Netto (1987) e Oliveira et alii (1990), foram desenvolvidos modelos markovianos para a análise da indisponibilidade de sistemas de proteção constituídos por canais idênticos, o que implicava, necessariamente, que os tempos de reparo considerados seguissem uma distribuição exponencial. Nesses modelos, várias hipóteses foram estabelecidas para levar em conta aspectos típicos e o resultado quantitativo desejado era a frequência de acidente da instalação na qual os diversos arranjos de canais de proteção estavam instalados.

Esta aproximação geralmente é aplicada na análise dos tempos entre falhas de componentes que se encontram dentro do seu período de vida útil. No entanto, a utilização desta aproximação a tempos de reparo torna-se duvidosa. Como a exponencial é uma distribuição sem memória, a experiência acumulado ao longo do tempo no reparo de um componente não faz com que a probabilidade de repará-lo no intervalo $(t, t+\Delta t)$, dado que ele estava falho em t cresça: ao contrário, permanece constante (taxa de reparo constante).

Nesse sentido, a adoção de um modelo markoviano é incorreta porque, para se levar em conta a experiência acumulada, a taxa de reparo dos componentes deve ser crescente no tempo. Um aspecto importante é que a taxa de reparo deve ser crescente mas não monotonicamente crescente, pois os tempos de reparo incorporam também tempos administrativos (almoxarifado, detecção da falha, etc.). Assim, é razoável supor que a taxa de reparo tenda a um valor assintótico, ou seja, a eficiência do reparo atinge um limite.

Estudos recentes na área de confiabilidade de sistemas de potência envolvendo distribuições de tempos não-exponenciais, Singh e Billinton (1972) e Singh e Billinton (1977), têm revelado que estas distribuições representam adequadamente os tempos de permanência no estado falho na maioria dos casos práticos. Alguns autores têm sugerido, Singh e Billinton(1972), Singh et alii (1973), Emoto e Schafer (1980) e Malaiya e Su (1982) que as distribuições lognormal, gama e de Weibull, são as que melhor representam os tempos de reparo.

Sempre que a distribuição que melhor representa os tempos de permanência (duração) nos estados falhos não for exponencial, o processo estocástico empregado na modelagem torna-se não-markoviano. A solução do problema acima mencionado pode ser obtida através da utilização de dois métodos: o dos estágios e, o das variáveis suplementares, Cox e Miller (1965), Cox e Smith (1961) e Singh e Billinton (1977).

Neste trabalho, é feita a aplicação do método dos estágios, partindo-se das distribuições de tempos de reparo lognormal, gama e de Weibull, propostas na literatura, bem como algumas alternativas. O método dos estágios consiste em representar de maneira equivalente um estado com taxa de transição variável por uma combinação de estágios, onde cada um deles possui taxa de transição constante [Fig.(II.1)]. Portanto, este método representa um modelo não-markoviano por um modelo markoviano equivalente.

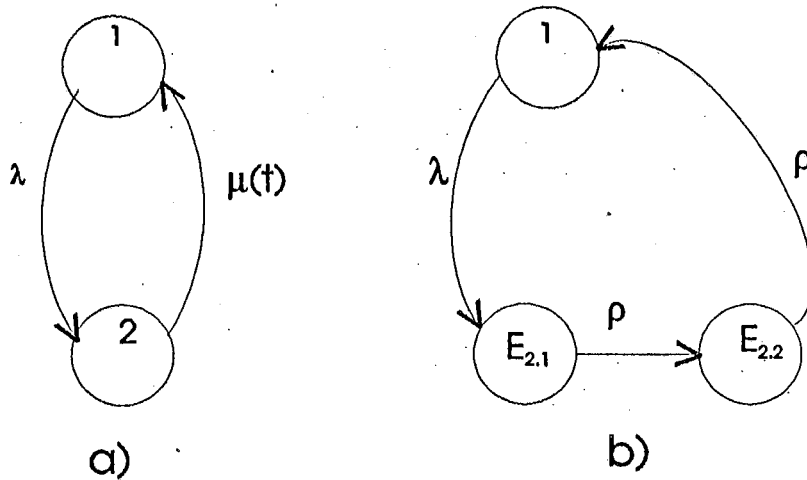


Figura (II.1) - Diagramas de transição de estados. a) sistema com dois estados: o estado 1 é o de funcionamento e o 2 é o falho, e com taxa de reparo variável; b) aproximação do estado 2 anterior por uma combinação de dois estágios em série, onde ρ (taxa de transição entre os estágios) é constante.

Neste capítulo também será discutido o método das variáveis suplementares, mas apenas para efeito comparativo, do ponto de vista metodológico.

II.2 - MÉTODO DAS VARIÁVEIS SUPLEMENTARES

Resolver o problema da determinação da frequência de acidentes considerando uma taxa de reparo não-exponencial (no presente caso, a lognormal, a gama ou a Weibull) para um único canal de proteção significa resolver o sistema de equações [ver Fig. (II.2)]:

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -\lambda P_1(t) + \int_0^{\infty} \gamma p_3(x,t) \mu(x) dx \quad (\text{II.1})$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = \lambda P_1(t) - \nu P_2(t) + \int_0^{\infty} \bar{\gamma} p_3(x,t) \mu(x) dx \quad (\text{II.2})$$

$$\frac{\partial p_3(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial p_3(x,t)}{\partial t} = -\mu(x) p_3(x,t) \quad (\text{II.3})$$

sujeitas à condição de contorno

$$p_3(0, t) = vP_2(t) \quad (\text{II.4})$$

e às condições iniciais

$$P_1(0) = 1, \quad P_2(0) = p_3(x, 0) = 0 \quad (\text{II.5})$$

Na Figura (II.2), $P_1(t)$ é a probabilidade do canal estar funcionando em um instante t ; da mesma forma, $P_2(t)$ é a probabilidade do canal estar falho e a falha não ser revelada (ou seja, não se sabe que o canal falhou). Já $p_3(x, t)$ é interpretado da seguinte forma: $p_3(x, t)\Delta x$ é a probabilidade do canal se encontrar no estado 3 no instante t (i.e., falha revelada) e o tempo de reparo decorrido estar no intervalo $(x, x+\Delta x)$. O método é denominado das variáveis suplementares porque foi introduzida uma variável, x , que representa os tempos de reparo do canal. A condição de contorno (II.4) é interpretada da seguinte forma: o reparo do canal é iniciado após a ocorrência de uma demanda (real ou ocasionada por um teste).

O parâmetro γ é a probabilidade do reparo do canal ser perfeito. Aqui consideraremos que esta probabilidade é constante; $\bar{\gamma}$ é a probabilidade complementar, ou seja, do reparo do canal não ser perfeito e λ e v são a taxa de falha e a de demanda do canal, respectivamente, ambas supostas constantes.

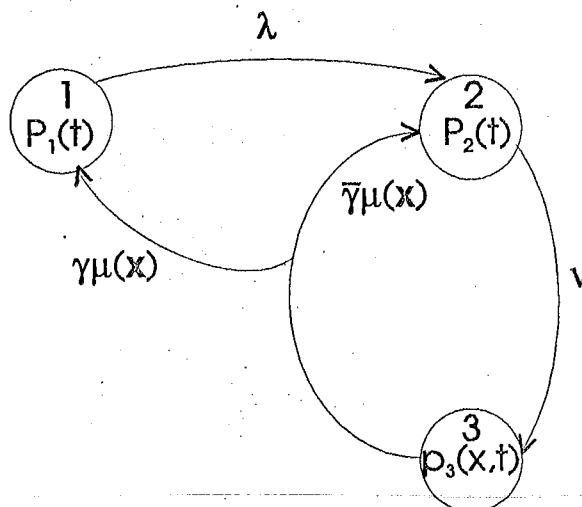


Figura (II.2) - Diagrama de transição de estados para um canal de proteção, considerando a taxa de reparo não-exponencial.

A frequência média anual de acidentes, η , para uma instalação industrial equipada com um canal de proteção é dada por Costa Nunes et alii (1994):

$$\eta = \frac{1}{x^*} \int_0^{x^*} \frac{1}{\theta} \int_0^{\theta} \eta(x, t) dt dx \quad (\text{II.6})$$

onde θ é o intervalo entre teste do canal de proteção, considerado como um componente de espera (ou reserva) testado periodicamente, x^* é o tempo máximo de reparo permitido pelas especificações técnicas da instalação e $\eta(t)$ é a frequência instantânea de acidentes, dada por:

$$\eta(x, t) = v [P_2(t) + p_3(x, t)] \quad (\text{II.7})$$

O método descrito é denominado das variáveis suplementares, porque foi introduzida uma variável adicional que modela os tempos de reparo do canal, de modo a tornar o sistema markoviano. A dificuldade apresentada por este método é que a solução do sistema de equações pode ser feita ou por transformada de Laplace, para o caso estacionário somente ou, então por métodos numéricos que discretizam no tempo (e, no caso presente, dois tempos devem ser discretizados) as equações, de modo a gerar a solução no regime transitório, Cox e Miller (1965), Cox e Smith (1961) e Singh e Billinton (1977).

II.3 - MÉTODO DOS ESTÁGIOS

Muitos trabalhos em confiabilidade de sistemas baseiam-se essencialmente em modelos markovianos. Entretanto, algumas variáveis aleatórias, por exemplo os tempos de reparo na maioria dos casos práticos, não são exponencialmente distribuídos, e sua taxa de transição entre estados torna-se dependente da duração dos estados falhos do sistema e o processo associado torna-se não-markoviano. Portanto, quando um processo torna-se não-markoviano, é necessário utilizar outra técnica para avaliar atributos de confiabilidade a ele relacionados. Uma destas, conforme já mencionado, é a dos estágios.

O método dos estágios baseia-se no fato de que se dois ou mais estágios exponencialmente distribuídos forem combinados, o estado resultante não será exponencialmente distribuído. Portanto, a forma da distribuição resultante dependerá do número de estados inicialmente combinados e se eles estão ou não em série, em paralelo ou em série/paralelo. Neste caso, o processo reverso também é válido, isto é, se um estado não é exponencialmente distribuído, então ele poderá ser dividido em sub-estados (estágios), onde o tempo de permanência em cada sub-estado seja exponencialmente distribuído, Billinton & Allan (1983).

Em linhas gerais, o método de estágios é um processo que divide um estado do sistema em sub-estados, onde cada sub-estado é definido como um estágio. Portanto este método representa um estado que não é exponencialmente distribuído por uma combinação de estágios, onde cada estágio é exponencialmente distribuído, isto é, ele representa um modelo não-markoviano por um modelo markoviano equivalente.

O método de estágios pode ser utilizado para aproximar distribuições de probabilidade ou um conjunto de dados disponíveis, tais como: dados de tempos de reparo, tempos de falha, etc. No entanto, para que se possa aproximar uma determinada distribuição, necessita-se analisar a transformada de Laplace desta, pois através da análise das raízes da transformada é que se tem idéia do modo como os estágios devem ser combinados. Portanto, qualquer distribuição de probabilidade que possua uma transformada de Laplace racional poderá, em princípio, ser aproximada pelo método de estágios. Entretanto, distribuições que não tenham transformadas de Laplace racionais também poderão ser razoavelmente aproximadas pela combinação de estágios, neste caso utiliza-se apenas o ensaio de tentativa e erro, Singh e Billinton (1977) e Singh et alii (1977).

Uma outra característica da distribuição não-exponencial que facilitará a escolha do tipo de combinação de estágios é a forma da taxa de transição. Esta característica é importante porque a combinação de estágios deverá ter uma taxa de transição semelhante à da distribuição que irá simular.

Quanto à taxa de transição, o conhecimento do seu comportamento é uma ferramenta útil na seleção do tipo de combinação que será utilizado, visto que as distribuições propostas para os tempos de reparo (gama, Weibull e lognormal) apresentam diferenças significativas somente nas regiões extremas de suas funções de densidade, enquanto que suas funções de transição (reparo) são completamente diferentes.

Com base nessa informação, uma segunda etapa se faz necessária na determinação do tipo de combinação: a de tentativa e erro, onde são comparados o comportamento das funções densidade e de taxa de transição do modelo da combinação com as funções densidade e taxa de transição da distribuição de probabilidade que se deseja aproximar.

A abordagem de tentativa e erro é muito utilizada nos casos em que a função de distribuição que se deseja aproximar não possui transformada de Laplace racional. A seleção do tipo de combinação de estágios será vista com mais detalhes no decorrer deste capítulo.

A Figura (II.3) apresenta as quatro principais formas da taxa de transição representáveis pelo método dos estágios.

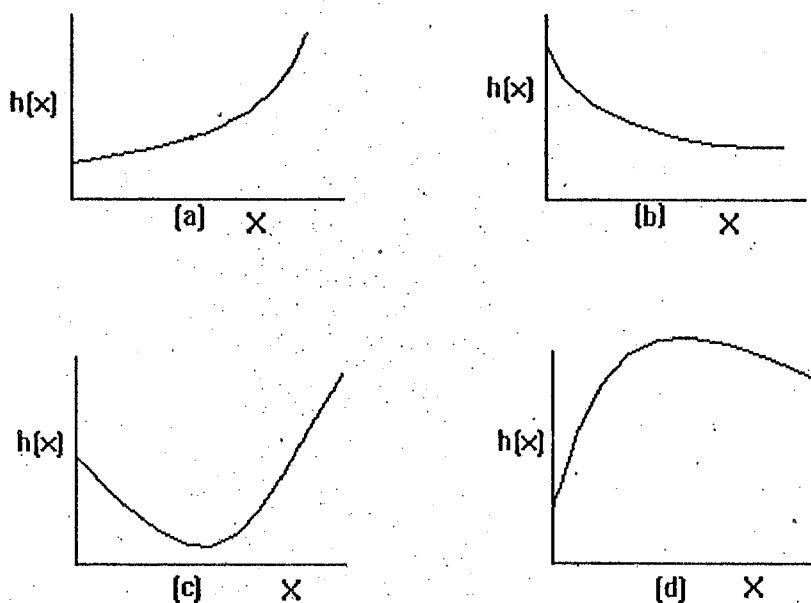


Figura (II.3) - Formas da taxa de transição. a) Crescente; b) Decrescente; c) Com período inicial decrescente seguido de um período crescente; d) Com período inicial crescente seguido de um período decrescente.

A avaliação do comportamento da taxa de reparo para a combinação de estágios será vista com mais detalhes.

Após a seleção da combinação dos estágios que melhor aproxima a distribuição de probabilidade não-exponencial, os parâmetros associados a esta são calculados através do método dos momentos, Soong (1981); onde os momentos da combinação de estágios são igualados aos da distribuição que se deseja aproximar, Singh & Billinton (1977). O número de momentos a serem igualados dependerá do número de parâmetros relacionados com a combinação.

A avaliação dos momentos para a combinação de estágios também será analisada detalhadamente mais adiante.

Antes de abordar a metodologia, apresentaremos algumas definições de interesse em sistemas reparáveis.

Define-se função densidade de probabilidade dos tempos de reparo, como:

$$f(x)\Delta t = P\{x \leq X \leq x + \Delta x\} \quad (\text{II.8})$$

onde $f(x)\Delta t$ é a probabilidade de que o reparo necessite um tempo entre x e $x + \Delta x$. A função de distribuição cumulativa correspondente é definida como função manutenibilidade, sendo dada por:

$$F_m(x) = \int_0^x f(x')dx' \quad (\text{II.9})$$

A taxa de reparo instantânea é definida como:

$$\phi(x)\Delta x = \frac{P\{x \leq X \leq x + \Delta x\}}{P\{X > x\}} \quad (\text{II.10})$$

onde $\phi(x)\Delta x$ é a probabilidade condicional de que o sistema seja reparado entre x e $x + \Delta x$, dado que ele estava falho em x . Sabendo que a manutenibilidade é igual a:

$$F_m(x) = P\{X \leq x\} = 1 - P\{X \geq x\} \quad (\text{II.11})$$

a taxa de reparo, Lewis(1987), será dada por:

$$\phi(x) = \frac{f(x)}{1 - F_m(x)} \quad (\text{II.12})$$

A metodologia empregada nos cálculos do método de estágios é a apresentada por Singh et alli (1973), Singh et alli (1977a), Singh et alli (1977b), Singh e Billinton (1972), Billinton e Allan (1983), Cox e Miller (1965) e Cox e Smith (1961). Segundo esta metodologia, a análise do tipo de combinação se faz em quatro etapas; a primeira consiste em determinar o tipo de combinação dos estágios, a segunda em obter as funções densidade, manutenibilidade e taxa de transição (que neste caso é a taxa de reparo), a terceira, na avaliação dos momentos associados com a combinação de estágios e a quarta, em avaliar o comportamento da taxa de transição (taxa de reparo).

A aplicação do método dos estágios começa com a seleção da combinação de estágios apropriada para aproximar a distribuição não-exponencial desejada. Esta seleção irá depender das diferentes características das distribuições a serem simuladas ou aproximadas, do grau de precisão necessário, da simplicidade do modelo e do intervalo de tempo para o qual a aproximação será feita.

Quando a distribuição possui uma transformada de Laplace racional, a combinação dos estágios pode ser determinada pelo exame das raízes desta transformação, como mostraremos a seguir.

A fim de ilustrar a contribuição da transformada de Laplace na escolha do tipo de combinação de estágios que será utilizada para aproximar determinada função distribuição, suponhamos que a distribuição dos tempos de residência no estado 3 seja dada pela função densidade da Eq.(II.13) com taxa de transição complexa, fornecida por Singh & Billinton (1977).

$$f(x) = b \frac{(b^2 + c^2)}{c^2} e^{-bx} (1 - \cos cx) \quad (\text{II.13})$$

Aplicando a transformada de Laplace na Eq. (II.13) obtemos

$$\begin{aligned} \bar{f}(s) &= \frac{b}{b+s} \frac{b^2 + c^2}{(b+s)^2 + c^2} \\ &= \frac{b}{b+s} \frac{b+ic}{(b+ic)+s} \frac{b-ic}{(b-ic)+s} \end{aligned} \quad (\text{II.14})$$

A expressão dada pela Eq.(II.14) é o produto da transformada de Laplace de três funções, mostrada na Tabela (II.1).

Tabela (II.1) - Transformada de Laplace e a sua função correspondente

Laplace	Função
$\frac{b}{b+s}$	be^{-bx}
$\frac{b+ic}{(b+ic)+s}$	$(b+ic)e^{-(b+ic)x}$
$\frac{b-ic}{(b-ic)+s}$	$(b-ic)e^{-(b-ic)x}$

A Equação (II.13), portanto, é a função densidade de probabilidade de uma variável aleatória que é a soma de três variáveis aleatórias exponencialmente distribuídas. O diagrama de estados para a combinação é dado pela Figura (II.4).

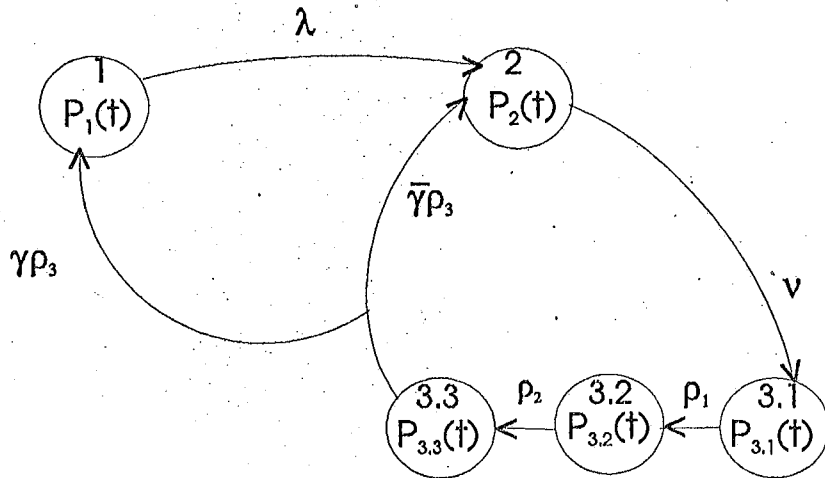


Figura (II.4) - Diagrama de transição de estado para um canal de proteção, considerando a aproximação da Eq.(II.13) pela combinação de três estágios em série com diferentes taxa de transição entre os mesmos, combinação CESDTT.

Seja a combinação de estágios em série [Figura (II.5)], onde a variável aleatória contínua x_i ($i = 1, 2, \dots, \alpha$) denota a duração do i -ésimo estágio, onde α é o número de estágios em série. O tempo total de duração do estado falho do sistema (estado 2) é dado pela variável

aleatória X , a qual é o somatório das α variáveis aleatórias independentes e exponencialmente distribuídas ($X = x_1 + x_2 + \dots + x_\alpha$), onde α é o número de estágios em série.

Na Figura (II.5) o estado de funcionamento é o de número 1, enquanto que o estado falho 2 é representado pela combinação de estágios em série.

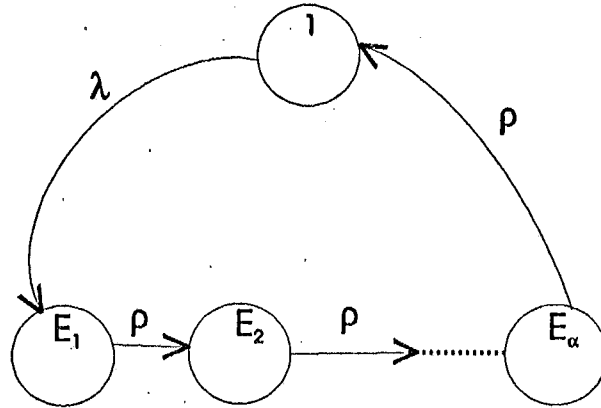


Figura (II.5)- Diagrama de transição de estado, utilizando a combinação dos estágios em série para representar os tempos de reparo.

A transformada de Laplace da distribuição exponencial é $\rho/(\rho + s)$ e, portanto, a transformada de Laplace do tempo total de permanência no estado é dada por :

$$\bar{f}(s) = \left(\frac{\rho}{\rho + s} \right)^\alpha \quad (\text{II.15})$$

A função densidade de probabilidade pode ser obtida a partir da inversa da transformada de Laplace do tempo total de permanência no estado:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{\alpha} A_i \rho_i \exp(-\rho_i x) \quad (\text{II.16})$$

Sabendo que $\sum A_i = 1$, ($i=1,2,\dots,\alpha$), pois os A_i 's são os coeficientes das frações parciais da transformada de Laplace e assumindo que todos os ρ_i 's ($i=1,2,\dots,\alpha$) sejam iguais, chega-se à distribuição erlangiana especial:

$$f(x) = \frac{\rho(\rho x)^{\alpha-1} \exp(-\rho x)}{(\alpha-1)!} \quad (\text{II.17})$$

onde α é um inteiro positivo. A correspondente função de manutenibilidade é

$$F_m(x) = 1 - \exp(-\rho x) \sum_{i=1}^{\alpha} \frac{(\rho x)^{i-1}}{(i-1)!} \quad (\text{II.18})$$

A distribuição erlangiana possui como caso especial a própria exponencial, quando α for igual a 1.

Uma generalização da Eq.(II.18) é obtida quando o parâmetro α restrito a valores inteiros é substituído por um parâmetro que assume valores reais e positivos quaisquer. Esta generalização leva à distribuição gama:

$$f(x) = \frac{\rho(\rho x)^{\theta-1} \exp(-\rho x)}{\Gamma(\theta)} \quad (\text{II.19})$$

onde,

$$\Gamma(\theta) = \int_0^{\infty} u^{\theta-1} e^{-u} du \quad (\text{II.20})$$

Observando o comportamento da distribuição erlangiana, Eq.(II.17), nota-se que seu coeficiente de variação é dado por $1/\sqrt{\theta}$. Para uma média fixa $\mu=\theta/\rho$ qualquer coeficiente de variação entre 1 e $1/\sqrt{\theta}$ pode ser obtido pela variação de θ e ρ em uma mesma proporção. Portanto, muitas distribuições podem ser representadas aproximadamente por uma escolha adequada dos parâmetros θ e ρ . Esta família de distribuições possui coeficiente de variação menor do que a distribuição exponencial, $\theta=1$, Singh & Billinton (1977).

Uma generalização imediata da Eq.(II.17) é obtida pela combinação de k estágios em série, onde os tempos de permanência em cada estágio são exponencialmente distribuídos com parâmetros $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_k$ distintos. A transformada de Laplace da função densidade de probabilidade desta combinação é dada por

$$\bar{f}(s) = \prod_{i=1}^k \frac{\rho_i}{\rho_i + s} \quad (\text{II.21})$$

O coeficiente de variação para este caso é

$$\frac{(\sum \rho_i^{-2})^{1/2}}{(\sum \rho_i^{-1})} \quad (\text{II.22})$$

e observando o coeficiente de variação nota-se que ele varia entre $1/\sqrt{k}$ e 1. Esta generalização aproxima os mesmos tipos de distribuições que a combinação de estágios em série com ρ_i 's iguais. Portanto, esta combinação com ρ_i 's diferentes não traz ganho algum como aproximação, visto que ela ainda apresenta a inconveniência de se ter um número maior de parâmetros a serem calculados, Cox & Smith (1961).

A segunda combinação básica utilizada é a dos estágios em paralelo. Seja a combinação de estágios em paralelo, a qual tem uma probabilidade ω_i , $\sum \omega_i = 1, (i=1,2,\dots)$, de que um estado tenha seu tempo de reparo exponencialmente distribuído com média $1/\rho_i$. A transformada de Laplace da distribuição de probabilidade dos tempos de reparo é:

$$\bar{f}(s) = \sum_{i=1}^k \frac{\omega_i \rho_i}{\rho_i + s} \quad (\text{II.23})$$

Como na maioria dos casos práticos, utilizam-se apenas dois estágios em paralelo [Fig.(II.6)], a Eq.(II.23) pode ser escrita como

$$\bar{f}(s) = \frac{\omega_1 \rho_1}{\rho_1 + s} + \frac{\omega_2 \rho_2}{\rho_2 + s} \quad (\text{II.24})$$

onde $\omega_2 = 1 - \omega_1$.

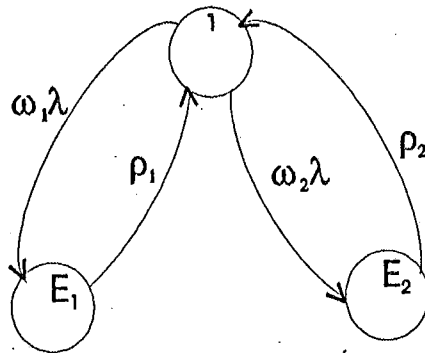


Figura (II.6) - Diagrama de transição de estados para uma combinação de dois estágios em paralelo, onde 1 é o estado de funcionamento e E_1 e E_2 os dois estágios em série que representam o estado falho.

O coeficiente de variação neste caso é maior do que para o caso em que os estágios estão em série, e através da escolha adequada dos parâmetros, esta combinação poderá representar qualquer distribuição com coeficiente de variação entre 1 e ∞ . A combinação de estágios em paralelo é necessária quando se deseja representar distribuições com alto coeficiente de variação, Cox & Miller (1965).

Na prática, portanto, os dois casos mais importantes são as duas combinações anteriormente tratadas, a dos estágios em série e em paralelo. A primeira produz uma ampla variedade de distribuições menos dispersas do que a exponencial, a segunda uma variedade mais dispersa do que a exponencial e estas duas são suficientes para muitos casos práticos. Se o ajuste feito segundo as duas combinações não for adequado o suficiente, então testa-se uma combinação dos dois modelos, isto é, estágios em série e em paralelo até que um bom ajuste seja obtido.

As duas principais generalizações, que consistem em uma mistura de estágios em série com estágios em paralelo, são duas combinações de estágios em série colocados em paralelo [Fig.(II.7)] e combinação de estágios em série, em série com dois estágios em paralelo [Fig.(II.8)].

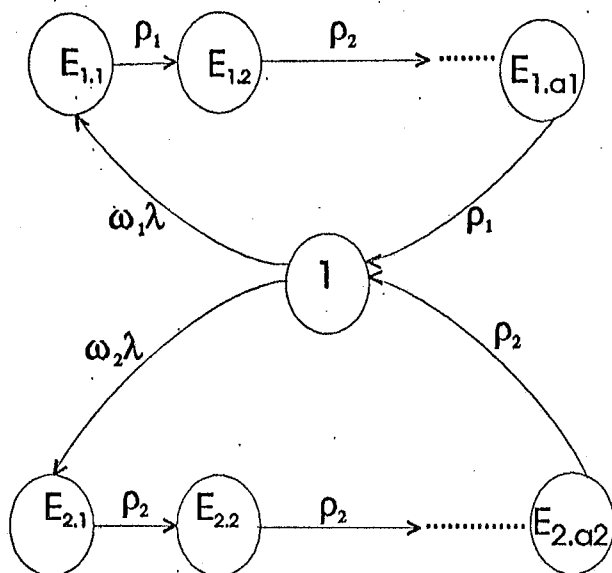


Figura (II.7) -Diagrama de transição de estado para combinação de estágios em série e em paralelo, onde a_1 e a_2 são os números de estágios que estão em série.

Para o caso em que os estágios estão combinados em série e colocados em paralelo, tem-se combinação CEDSP (ver nomenclatura), como mostra a Fig.(II.7). A função de densidade é:

$$f(x) = \omega_1 \rho_1 e^{-\rho_1 x} \frac{(\rho_1 x)^{a_1 - 1}}{(a_1 - 1)!} + \omega_2 \rho_2 e^{-\rho_2 x} \frac{(\rho_2 x)^{a_2 - 1}}{(a_2 - 1)!} \quad (\text{II.25})$$

A função manutenibilidade é dada por:

$$F_m(x) = 1 - \left[\omega_1 e^{-\rho_1 x} \sum_{i=1}^{a_1} \frac{(\rho_1 x)^{i-1}}{(i-1)!} + \omega_2 e^{-\rho_2 x} \sum_{i=1}^{a_2} \frac{(\rho_2 x)^{i-1}}{(i-1)!} \right] \quad (\text{II.26})$$

A média é dada por

$$\mu = \omega_1 a_1 / \rho_1 + \omega_2 a_2 / \rho_2 \quad (\text{II.27})$$

e a variância por

$$\sigma^2 = \left[\omega_1 \rho_1 (1 + a_1) / \rho_1^2 + \omega_2 \rho_2 (1 + a_2) / \rho_2^2 \right] - \left[\omega_1 \rho_1 / \rho_1 + \omega_2 \rho_2 / \rho_2 \right]^2 \quad (\text{II.28}).$$

onde a_1 e a_2 são o número de estágios em série em cada caso.

Quando os estágios estão combinados em série e em série com dois estágios distintos em paralelo, tem-se a combinação CEISCDP (ver nomenclatura), como mostra a [Fig.(II.8)]. A função densidade neste caso será:

$$f(x) = \omega_1 \rho_1 \left(\frac{\rho}{\rho - \rho_1} \right)^a \left[e^{-\rho_1 x} - e^{-\rho x} \sum_{i=1}^a \frac{\{(\rho - \rho_1)x\}^{i-1}}{(i-1)!} \right] + \omega_2 \rho_2 \left(\frac{\rho}{\rho - \rho_2} \right)^a \left[e^{-\rho_2 x} - e^{-\rho x} \sum_{i=1}^a \frac{\{(\rho - \rho_2)x\}^{i-1}}{(i-1)!} \right] \quad (\text{II.29})$$

A função manutenibilidade é igual a:

$$F_m(x) = 1 - \left[\sum_{i=1}^a \frac{(\rho x)^{i-1}}{(i-1)!} + \omega_1 \left(\frac{\rho}{\rho - \rho_1} \right)^a \left[e^{-\rho_1 x} - e^{-\rho x} \sum_{i=1}^a \frac{\{(\rho - \rho_1)x\}^{i-1}}{(i-1)!} \right] + \omega_2 \left(\frac{\rho}{\rho - \rho_2} \right)^a \left[e^{-\rho_2 x} - e^{-\rho x} \sum_{i=1}^a \frac{\{(\rho - \rho_2)x\}^{i-1}}{(i-1)!} \right] \right] \quad (\text{II.30})$$

A taxa de reparo para este caso é dada por

$$\phi(x) = \frac{f(x)}{1 - F_m(x)} \quad (\text{III.31})$$

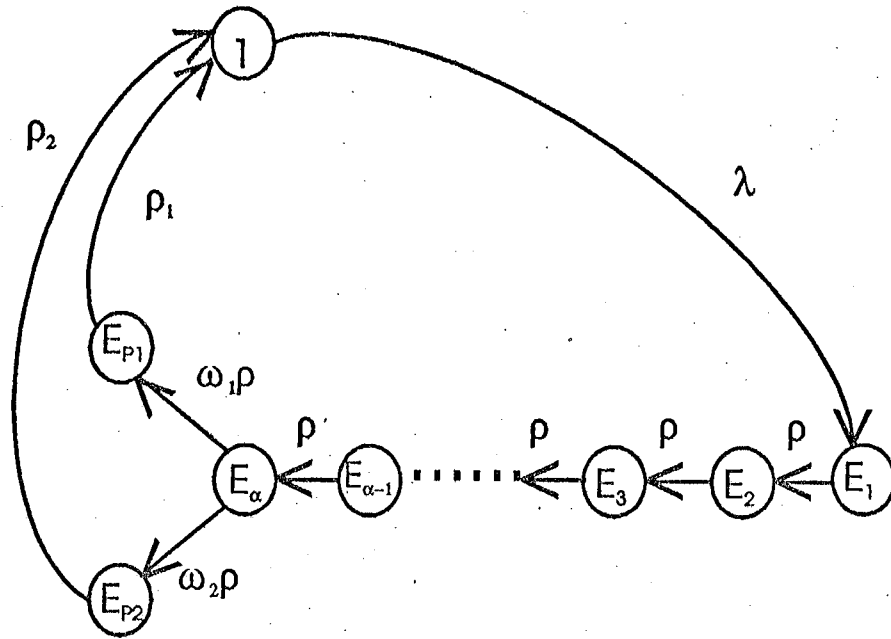


Figura (II.8) - Diagrama de transição para a combinação de estágios em série, em série com dois em paralelo, onde α é o número de estágios em série.

As funções de densidade de probabilidade, manutenibilidade, e taxa de reparo da combinação de estágios são obtidas segundo conforme discutido a seguir.

Seja o estado 0, o equivalente a uma combinação de estágios qualquer. Assume-se que as transições que partem deste (estado 0), terminam em um estado absorvedor A , como mostra a Fig.(II.9). Assume-se também que o processo parte de um mesmo estágio, dentro do qual ele primeiro transitará quando o estado 0 for atingido. O tempo gasto no estado 0 é igual à soma dos tempos gastos em cada estágio desde que o estado 0 é atingido, pois não ocorrem transições de A para 0.

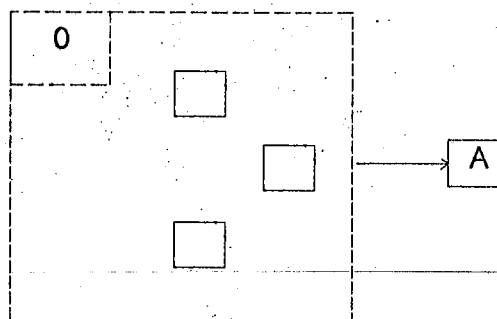


Figura (II.9) - Diagrama de transição de estados para determinação da combinação dos estágios.

De acordo com as definições anteriores, obtém-se a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f_0(x) = \sum_{i \in 0} p_i(x) \lambda_{iA} \quad (\text{II.32})$$

onde

λ_{iA} = Taxa de transição do estágio i , membro de 0 , para o estado absorvedor A ,

$f_0(x)$ = Função densidade de probabilidade do estado 0 , isto é, da combinação de estágios.

A função manutenibilidade é dada por:

$$F_m(x) = 1 - \sum_{i \in 0} p_i(x) \quad (\text{II.33})$$

onde

$F_m(x)$ = Função manutenibilidade da combinação de estágios, é a probabilidade de estar no estado 0 em qualquer tempo,

$P_i(x)$ = é a probabilidade de se estar inicialmente no estágio i .

Finalmente a taxa de transição é dada por,

$$\phi_0(x) = \frac{f_0(x)}{1 - F_m(x)} \quad (\text{II.34})$$

a qual é a taxa de transição equivalente de 0 para A .

A seguir, apresentamos as funções densidade de probabilidade, manutenibilidade e taxa de reparo (taxa de transição) para a combinação da Fig.(II.4), segundo a metodologia anteriormente apresentada. Esta combinação possui três estágios em série [Fig.(II.4)] com $\rho_1 = b$, $\rho_2 = (b + ic)$, $\rho_3 = (b - ic)$, e representará a função densidade dada pela Eq.(II.8).

O estado 0 equivalente à combinação dos três estágios em série da Fig.(II.4) é mostrado na Fig.(II.10).

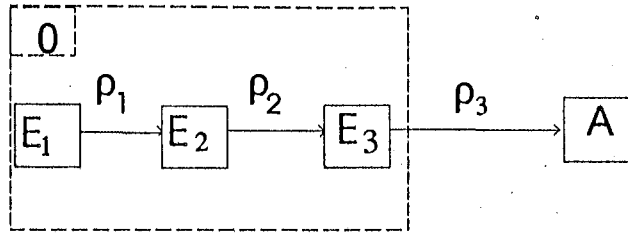


Figura (II.10) - Diagrama de transição de estado para determinação das funções de probabilidade para a combinação da Fig.(II.4).

Segundo a Eq.(II.24) a função densidade de probabilidade do estado 0, da Fig.(II.10), é dada por:

$$f_0(x) = \rho_3 P_{E_3}(x) \quad (\text{II.35})$$

A função manutenibilidade obtida a partir da Eq.(II.32), é

$$F_m(x) = 1 - [P_{E_1}(x) + P_{E_2}(x) + P_{E_3}(x)] \quad (\text{II.36})$$

Finalmente a taxa de reparo é dada por

$$\phi_0(x) = \frac{f_0(x)}{1 - F_m(x)} \quad (\text{II.37})$$

As equações diferenciais para este sistema são

$$\frac{dP_{E_1}(x)}{dx} = -\rho_1 P_{E_1}(x) \quad (\text{II.38})$$

$$\frac{dP_{E_2}(x)}{dx} = \rho_1 P_{E_1}(x) - \rho_2 P_{E_2}(x) \quad (\text{II.39})$$

$$\frac{dP_{E_3}(x)}{dx} = \rho_2 P_{E_2}(x) - \rho_3 P_{E_3}(x) \quad (\text{II.40})$$

Aplicando a transformada de Laplace nas equações anteriores e assumindo que $p_{E1}(0) = 1$ e $p_{E2}(0) = p_{E3}(0) = 0$, temos

$$\bar{P}_{E_1}(s) = \frac{1}{\rho_1 + s} \quad (\text{II.41})$$

$$\bar{P}_{E_2}(s) = \frac{\rho_1}{(\rho_1 + s)(\rho_2 + s)} \quad (\text{II.42})$$

$$\bar{P}_{E_3}(s) = \frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + s)(\rho_2 + s)(\rho_3 + s)} \quad (\text{II.43})$$

Expandindo a Eq.(II.43) em frações parciais e calculando a sua transformada inversa de Laplace, tem-se

$$P_{E_3}(x) = \frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 - \rho_2)(\rho_1 - \rho_3)(\rho_2 - \rho_3)} \left[(\rho_2 - \rho_3)e^{-\rho_1 x} - (\rho_1 - \rho_3)e^{-\rho_2 x} + (\rho_1 - \rho_2)e^{-\rho_3 x} \right] \quad (\text{II.44})$$

Substituindo a Eq.(II.43) na Eq.(II.35), tem-se a função densidade de probabilidade para a combinação de estágios da Fig.(II.4).

$$f_0(x) = \frac{\rho_1 \rho_2 \rho_3}{(\rho_1 - \rho_2)(\rho_1 - \rho_3)(\rho_2 - \rho_3)} \left[(\rho_2 - \rho_3)e^{-\rho_1 x} + (\rho_1 - \rho_3)e^{-\rho_2 x} + (\rho_1 - \rho_2)e^{-\rho_3 x} \right] \quad (\text{II.45})$$

Expandindo-se também as Eqs.(II.41) e (II.42), e calculando a transformada inversa de Laplace de ambas, e substituindo em seguida na Eq.(II.36), tem-se a função de manutenibilidade:

$$\begin{aligned}
 F_m(x) = 1 - & \left[e^{-\rho_1 x} + \frac{\rho_1}{(\rho_1 - \rho_2)} \left[e^{-\rho_2 x} - e^{-\rho_1 x} \right] + \right. \\
 & \frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 - \rho_2)(\rho_1 - \rho_3)(\rho_2 - \rho_3)} \left[(\rho_2 - \rho_3) e^{-\rho_1 x} - \right. \\
 & \left. \left. (\rho_1 - \rho_3) e^{-\rho_2 x} + (\rho_1 - \rho_2) e^{-\rho_3 x} \right] \right]
 \end{aligned}
 \tag{II.46}$$

A taxa de reparo para este caso é obtida pela substituição das Eqs.(II.45) e (II.41) na Eq.(II.37).

Após a obtenção das principais funções da combinação de estágios, o passo seguinte é o da avaliação dos momentos da função densidade da combinação.

Não existem, em geral, fórmulas explícitas para a dedução direta dos parâmetros do modelo dos estágios escolhido a partir daqueles da distribuição. Portanto, a avaliação dos momentos é a técnica empregada para a obtenção de uma relação entre os parâmetros associados à combinação dos estágios. Em muitos casos, os parâmetros que melhor definem uma distribuição empírica são desconhecidos. Os momentos desta podem, contudo, ser sempre determinados, seja por métodos exatos, seja por aproximação. Um método de determinação de parâmetros para modelos de estágios aproximados é o dos momentos, Soong (1981). Quanto ao modelo de estágio, os parâmetros associados a este são não-lineares e funções implícitas de seus momentos.

Os momentos da combinação de estágios são obtidos da seguinte forma: após a obtenção da função densidade, aplica-se a esta a transformada de Laplace e, posteriormente, deriva-se tantas vezes quantos forem os momentos a serem calculados. O número de momentos a se calcular depende do número de parâmetros associados com a combinação.

Seja $f(x)$ uma função densidade de uma combinação de estágios qualquer, e seja $f(s)$ a sua transformada de Laplace. O n -ésimo momento em torno de zero pode ser obtido se existir a n -ésima derivada de $f(s)$ em $s = 0$. O n -ésimo momento m_n da combinação é

$$m_n = (-1)^n \bar{f}^n(0) \quad (\text{II.47})$$

onde

$$\bar{f}^n(0) = \left. \frac{d^n \bar{f}(0)}{ds^n} \right|_{s=0} \quad (\text{II.48})$$

A seguir, apresentamos a avaliação dos momentos para a função densidade dada pela Eq.(II.45), gerada pela combinação de estágios da Fig.(II.4). Esta combinação possui três parâmetros a serem calculados, portanto, necessita-se avaliar três momentos desta combinação. A transformada de Laplace de Eq.(II.45) é dada por :

$$f(s) = \frac{\rho_1 \rho_2 \rho_3}{(s + \rho_1)(s + \rho_2)(s + \rho_3)} \quad (\text{II.49})$$

Aplicando a Eq.(II.43) na Eq.(II.44), tem-se

$$\bar{f}^1(0) = \left. \frac{df(s)}{ds} \right|_{s=0} = - \frac{\rho_1 \rho_2 \rho_3}{(s + \rho_1)(s + \rho_2)(s + \rho_3)} \quad (\text{II.51})$$

O segundo momento é obtido derivando duas vezes a Eq.(II.49) e aplicando a condição dada pela Eq.(II.48):

$$2(\rho_1 + \rho_2 + \rho_3) - 2(\rho_1 \rho_2 + \rho_2 \rho_3 + \rho_3 \rho_1)m_1 + \rho_1 \rho_2 \rho_3 m_3 = 0 \quad (\text{II.52})$$

O terceiro momento é obtido derivando três vezes a Eq.(II.49) e aplicando a condição dada pela Eq.(II.48):

$$6 - 6(\rho_1 + \rho_2 + \rho_3)m_1 + 3(\rho_1 \rho_2 + \rho_2 \rho_3 + \rho_3 \rho_1)m_2 - \rho_1 \rho_2 \rho_3 m_3 = 0 \quad (\text{II.53})$$

Como os parâmetros da combinação não são funções implícitas de seus momentos, e quando o número de parâmetros a serem calculados for superior a dois, faz-se necessária a utilização de um método numérico iterativo para que os mesmos sejam obtidos, como o de Newton-Raphson, o qual faz sucessivas aproximações partindo de um vetor inicial X_0 , onde

$$X_0 = | x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad \dots \quad x_n |^T \quad (\text{II.54})$$

Como existem n parâmetros a serem determinados, devemos analisar n momentos de uma determinada combinação e da distribuição que esta combinação esta aproximando. Sejam m_i , $i=1, 2, 3, \dots, n$, os momentos da distribuição e M_i , $i=1, 2, 3, \dots, n$, os da combinação, e seja Φ_i , definida como:

$$\Phi_i = \Phi(X_0) = M_i(X_0) - m_i \quad (\text{II.55})$$

O objetivo das iterações é igualar os M_i aos m_i , isto é, obter $\Phi_i = 0$.

Este método parte do fato de que definindo-se um vetor correção, dado por:

$$\Delta X = | \Delta x_1 \quad \Delta x_2 \quad \Delta x_3 \quad \dots \quad \Delta x_n | \quad (\text{II.56})$$

tem-se que o vetor correção é obtido pela solução da equação matricial (pelo método da eliminação de Gauss, por exemplo):

$$\Phi(X_0) + \Phi'(X_0)\Delta X = 0 \quad (\text{II.57})$$

em que $\Phi'(X_0)$ é o jacobiano

$$\left| \begin{array}{cccc} \frac{\partial \Phi_1(X_0)}{\partial x_1} & \frac{\partial \Phi_1(X_0)}{\partial x_2} & \dots & \dots & \frac{\partial \Phi_1(X_0)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial \Phi_n(X_0)}{\partial x_1} & \frac{\partial \Phi_n(X_0)}{\partial x_2} & \dots & \dots & \frac{\partial \Phi_n(X_0)}{\partial x_n} \end{array} \right| \quad (\text{II.58})$$

Portanto, cada nova iteração emprega $X = X_0 + \Delta X$. Este processo continua até que $\Phi_i = 0$, $i = 1, 2, \dots, n$, ponto em que a condição é atendida e os parâmetros são obtidos através do último vetor X .

A avaliação da taxa de reparo possui uma grande importância, pois, como dito anteriormente as principais distribuições apresentam taxas de reparo completamente diferentes.

A taxa de reparo que se deseja aproximar é uma que seja inicialmente crescente e depois apresenta um período de estabilidade. Portanto, à medida que a equipe de manutenção adquire familiaridade com os modos de falha do sistema, os tempos gastos para identificar o defeito e executar o reparo tornam-se menores com o decorrer do tempo, ou seja, a probabilidade de executar o reparo em um intervalo de duração Δt pequeno tende a aumentar.

O fato dos tempos de reparo serem exponenciais não permite considerar esta experiência acumulada ao longo dos reparos dos componentes. Esta experiência faz com que a probabilidade de reparo seja crescente com o tempo, conforme demonstra a prática.

Entretanto, esta taxa de reparo não pode ser monotonicamente crescente, visto que o tempo de reparo de um sistema de proteção normalmente envolve vários tempos contribuintes, entre os quais, tempos de detecção dos defeitos, tempos de espera por sobressalente, tempos efetivos de execução do reparo, tempos de instalação, teste do sistema, etc.

A análise das três quantidades abaixo é suficiente para se ter uma idéia do comportamento da taxa de transição. O conhecimento da forma como se comportam estas quantidades permite se fazer um ajuste fino na forma da taxa de transição. Estas quantidades são:

i) $\phi(x)$ quando $x \rightarrow 0$

ii) $\phi'(x)$ quando $x \rightarrow 0$, onde

$$\phi'(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s [s\bar{f}(s) - f(0)] + \{f(0)\}^2 \quad (\text{II.59})$$

iii) $\phi(x)$ quando $x \rightarrow \infty$.

A seguir, discute-se a avaliação do comportamento da taxa de reparo para a combinação de estágios em série apresentada na Fig.(II.4).

A taxa de reparo para este caso é obtida substituindo a Eq.(II.45) e Eq.(II.46) em:

$$\phi(x) = \frac{f_0(x)}{1 - F_m(x)} \quad (\text{II.60})$$

A avaliação da taxa de reparo faz-se através da análise das três quantidades anteriormente apresentadas.

i) avaliação de $\phi(x)$, quando $x \rightarrow 0$.

$$\phi(0) = 0 \quad (\text{II.61})$$

ii) avaliação da derivada $\phi'(0)$ na origem

$$\begin{aligned} \phi'(0) &= \lim_{s \rightarrow \infty} s \left[s \left(\frac{\rho_1 \rho_2 \rho_3}{(s + \rho_1)(s + \rho_2)(s + \rho_3)} \right) - 0 \right] + 0 \\ &= \rho_1 \rho_2 \rho_3 \end{aligned} \quad (\text{II.62})$$

iii) avaliação de $\phi(x)$, quando $x \rightarrow \infty$.

iii.a) $\rho_1 = \min(\rho_1, \rho_2, \rho_3)$, $\rho_1 \neq \rho_2 \neq \rho_3$.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \rho_1 \quad (\text{II.63})$$

iii.b) $\rho_2 = \min(\rho_1, \rho_2, \rho_3)$, $\rho_1 \neq \rho_2 \neq \rho_3$.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \rho_2 \quad (\text{II.64})$$

iii.c) $\rho_3 = \min(\rho_1, \rho_2, \rho_3)$, $\rho_1 \neq \rho_2 \neq \rho_3$.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \rho_3 \quad (\text{II.65})$$

Portanto o limite de $\phi(x)$, quando $x \rightarrow \infty$ é:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \min(\rho_1 \rho_2 \rho_3) \quad (\text{III.66})$$

No apêndice A encontra-se listados várias combinações de estágios com suas respectivas funções de probabilidades geradas a partir da metodologia aqui apresentada.

Após a escolha do tipo de combinação que será utilizada para aproximar a distribuição dos tempos de reparo, avaliados os respectivos momentos da função densidade gerada pela combinação dos estágios e obtidos os parâmetros que caracterizam esta função, a etapa seguinte consistirá na obtenção dos atributos de confiabilidade (indisponibilidade do sistema, etc.).

FORMULAÇÃO DO MODELO MARKOVIANO PARA A ANÁLISE DA INDISPONIBILIDADE DO CANAL DE PROTEÇÃO

III.1 - INTRODUÇÃO

Como estabelecido anteriormente, este capítulo tem como objetivo determinar a frequência de acidentes em uma instalação de processo que possui um sistema de proteção constituído por um canal de proteção. Nesta análise, é utilizado o método dos estágios para a análise de diversas distribuições dos tempos de reparo do canal, visto que, na maioria dos casos práticos, os tempos de reparo não seguem uma distribuição exponencial, como discutido anteriormente no Capítulo II. É considerada também a possibilidade dos reparos não serem 100% perfeitos.

Assim, com a utilização do método dos estágios, foi calculada a frequência de acidentes de um canal de proteção com tempos de reparos não-exponenciais, utilizando dados típicos de instalações de processo, através da metodologia apresentada por Oliveira e Amaral Netto (1987), a qual considera o efeito da demanda e do reparo sobre a frequência de acidentes de uma instalação.

Este capítulo apresenta o modelo formulado para a análise da frequência de acidentes e a metodologia utilizada na resolução das equações diferenciais

Antes de abordar propriamente o modelo da frequência de acidentes utilizado, faz-se uma análise de algumas referências bibliográficas relacionadas a este tema. Em seguida, apresenta-se o modelo utilizado para o cálculo e a análise das considerações intrínsecas à solução das equações diferenciais em que se recai.

Finalmente, apresenta-se os casos a serem analisados, onde os tempos de reparo seguem as distribuições lognormal, Weibull e gama.

III.2 - FORMULAÇÃO DO MODELO PARA ANÁLISE DA FREQUÊNCIA DE ACIDENTES

Sistemas de proteção são dispositivos utilizados para proteger instalações de processo, os trabalhadores e o público em geral, de eventuais acidentes. Tipicamente, estes sistemas operam em reserva (modo standby) e atuam somente quando são chamados para intervir em um evento iniciador de acidentes. A Fig.(III.1) apresenta um diagrama simplificado de uma instalação de processo típica, a qual possui um sistema de proteção.

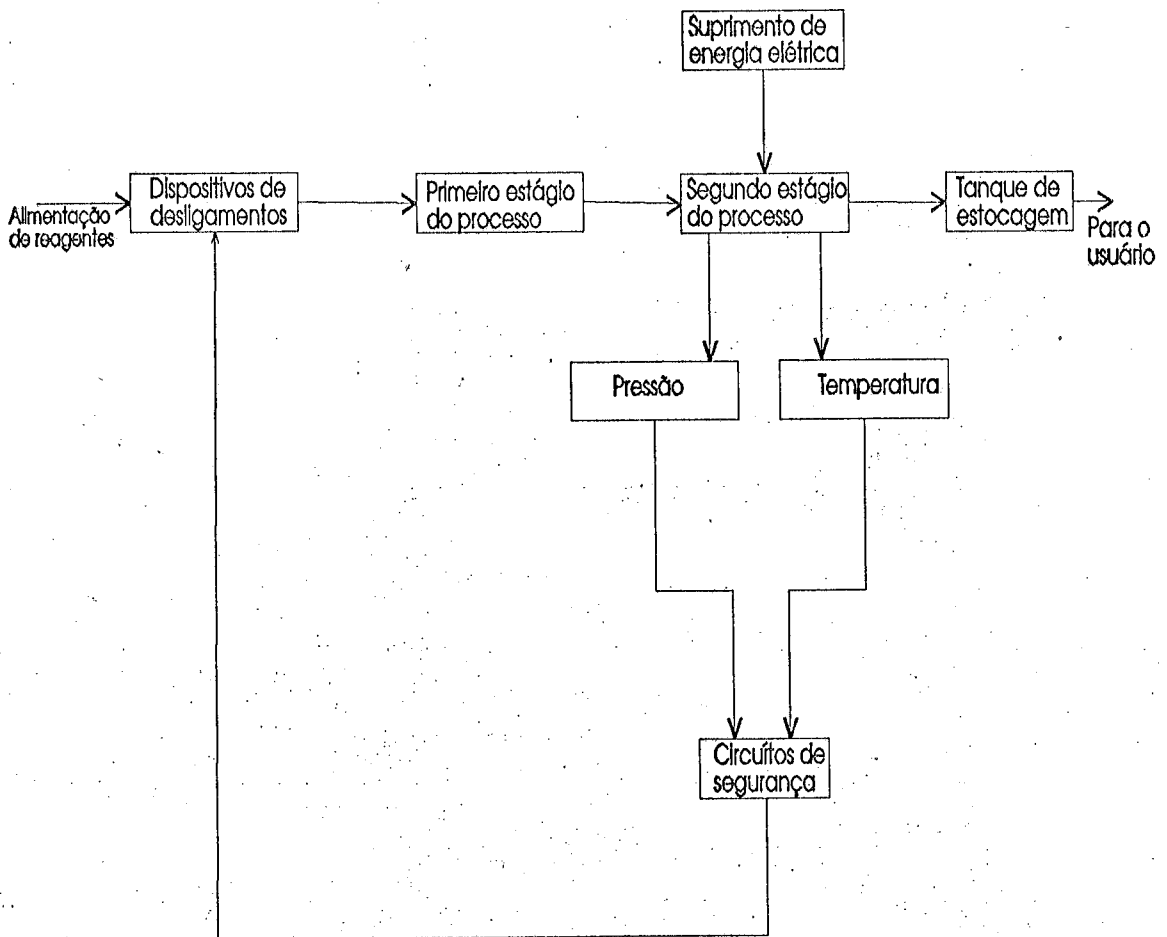


Figura (III.1) - Diagrama simplificado de uma instalação de processo típica, Frutuoso e Melo (1992).

Quando se fala em segurança de instalações de processo, o parâmetro de interesse neste caso é a frequência de acidentes, η . Tradicionalmente, este parâmetro tem sido calculado multiplicando-se a frequência do evento iniciador denominada taxa de demanda, v , pela indisponibilidade média do sistema de proteção, U , Eq.(III.1). Entretanto, a indisponibilidade média do sistema de proteção depende das taxas de falha, λ , e de reparo, μ , dos componentes que o constituem, bem como da políticas de teste e manutenção.

$$\eta = v \cdot U(\lambda, \mu) \quad (\text{III.1})$$

Portanto, esta aproximação é válida somente quando se trabalha em instalações com baixa taxa de demanda, situação que ocorre na maioria dos eventos iniciadores de acidentes em centrais nucleares, WASH-1400 (1975) citado em Frutuoso e Melo (1992).

Em seus trabalhos, Lawley & Kletz (1975), Wells (1980), Lees (1982) e Kletz (1985) apresentaram expressões que permitem calcular a frequência de acidentes considerando a influência das altas taxas de demanda típicas da indústria química.

Oliveira & Amaral Netto (1987) desenvolveram um modelo markoviano para a análise de um sistema de proteção com um canal, considerando altas taxas de demanda e a possibilidade de reparo do canal, onde as expressões anteriormente obtidas constituem casos particulares desta.

Frutuoso e Melo, P.F., et alii (1989), apresentam resultados obtidos a partir de um modelo markoviano por eles desenvolvido, que considera a interdependência entre a taxa de demanda e a indisponibilidade do canal de proteção, apresentando significativa redução da frequência de acidentes, comparadas com os métodos tradicionais (em relação as altas taxas de demanda).

O IAEA-TECDOC-590 (1991), formula uma expressão para o cálculo da frequência de acidentes, a qual está condicionada a ocorrência de um evento iniciador. Para que o acidente ocorra há necessidade de uma condição preexistente, que no caso do canal pode ser a falha não revelada do mesmo, seguida da ocorrência de um evento iniciador. Esta condição préexistente pode ser uma:

- falhas latentes;
- falhas resultantes em perda de redundância do sistema;
- condição para fogo e explosão, tal como:
 - i) presença de concentração explosiva
 - ou
 - ii) presença de fontes de ignição.

Portanto, esta condição preexistente pode estar presente antes, durante ou após a ocorrência de um evento iniciador. Neste caso, a frequência de acidentes é dada pela frequência de ocorrência do evento topo (ex. a ruptura de um vaso de pressão), a qual é obtida pela indisponibilidade do sistema versus a frequências dos eventos iniciadores. A aplicação desta definição para o caso do canal de proteção, onde a condição preexistente é a falha não revelada do canal e o evento iniciador é a demanda do canal, leva à Eq.(III.2).

Frutuoso e Melo (1992) faz referência a diversos trabalhos desenvolvidos, que se relacionam com sistemas de proteção tendo constatado que, do ponto de vista da análise da frequência de acidentes, a maioria deles utilizou-se do método tradicional para o cálculo da mesma e nenhum considerou tempos de reparos não-exponenciais.

Um fato importante que foi observado, é que a taxa de demanda apresenta um efeito significativo sobre a indisponibilidade média do sistema de proteção, sempre que valores altos da taxa de demanda são empregados. Portanto a frequência de acidentes neste caso é dada por:

$$\eta = v.U(\lambda, \mu, v) \quad (\text{III.2})$$

A Fig.(III.2) mostra o diagrama de transição de estados para um canal de proteção, onde o reparo é dependente do tempo e os três estados têm o seguinte significado: estado 1, o canal esta operacional; estado 2, o canal esta falho e a falha não foi revelada; estado 3, o canal esta falho, a falha foi revelada por uma demanda e o canal se encontra em reparo.

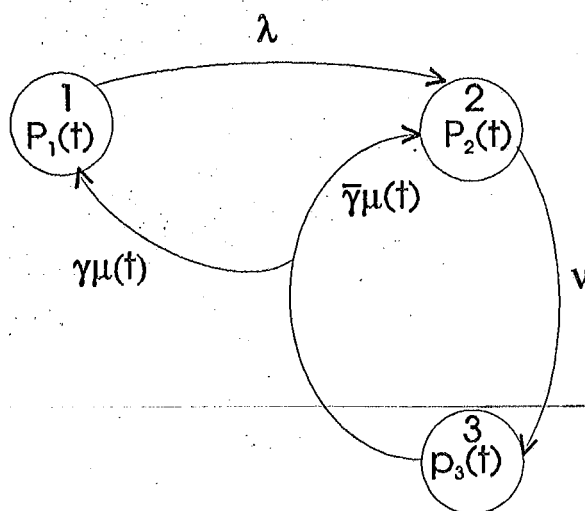


Figura (III.2) - Diagrama de transição de estados para o canal de proteção, onde os tempos de reparo não são exponencialmente distribuídos.

Para o sistema da Fig.(III.2), assumiu-se que a taxa de falha, λ , e a taxa de demanda, v , sejam constantes no tempo, que γ é a probabilidade do reparo ser perfeito, e a taxa de reparo $\mu(x)$ é dependente do tempo.

Para que se possa detalhar a análise da freqüência de acidentes do canal de proteção, utilizaremos a aproximação pela combinação de estágios apresentada pela Fig.(II.4).

Seja o diagrama de transição de estado da Fig.(II.4), onde a distribuição de tempos de reparo dada pela Eq.(II.13), foi aproximada pelo método dos estágios, isto é, o terceiro estado foi desmembrado em uma combinação de três estágios em série, onde p_i , $i=1,2$ e 3, são as taxas de transições entre os estágios.

Após a aproximação pelo método de estágios, a análise é desenvolvida como um processo markoviano típico, McCormick (1981), Frutuoso e Melo (1992), Billinton & Allan (1983).

Utilizando o diagrama de transição de estados da Fig.(II.2), desenvolve-se uma análise para o canal de proteção por meio de um processo markoviano.

A indisponibilidade do canal de proteção é definida como a probabilidade deste não funcionar adequadamente no momento em que uma demanda ocorre. Portanto, para o caso do exemplo ilustrativo da Fig.(II.4), a indisponibilidade é dada pela soma das probabilidades dos estados falhos, Eq.(III.3).

$$U(t) = P_2(t) + P_{E_{3,1}}(t) + P_{E_{3,2}}(t) + P_{E_{3,3}}(t) \quad (\text{III.3})$$

Os valores de $P_2(t)$ e $P_{3,i}(t)$, $i=1,2$ e 3, são obtidos pela solução das equações de estado geradas a partir do diagrama da Fig.(II.4).

O resultado quantitativo desejado neste caso é a freqüência de acidentes; entretanto, para que se possa analisar a freqüência de acidentes, é preciso quantificar o evento iniciador.

Para uma dada instalação industrial, denomina-se evento iniciador de acidente a qualquer evento cuja ocorrência demande a operação de um ou mais sistemas de proteção, para que não ocorra um acidente na instalação.

Alguns exemplos de eventos iniciadores típicos, apresentados em Frutuoso e Melo et alii (1989) são:

- perda de energia elétrica externa;
- perda de pressão na linha de suprimento normal de nitrogênio;
- sobrepresão interna em um vaso;
- ruptura de uma linha de suprimento de amônia.

Neste trabalho, analisaremos a frequência de acidentes utilizando as considerações feitas no trabalho de Oliveira e Amaral Netto (1987), isto é, a influência da taxa de demanda e a possibilidade do canal ser reparado, Eq.(III.2). Entretanto, estamos considerando que os tempos de reparo não são exponencialmente distribuídos.

O comportamento temporal do canal de proteção é ilustrado na Fig.(III.3). No instante $t = 0$, no qual o canal foi instalado, admite-se que o mesmo estava tão bom quanto novo. Em um instante de tempo posterior $t_1^i = t^*$, após a instalação, tem início o primeiro teste, durando um período de tempo τ_t unidades de tempo. Em t_1^f , o teste termina, e assim sucessivamente. O intervalo entre testes é dado por τ_D , e as soluções das equações abaixo somente são válidas dentro de cada intervalo entre testes.

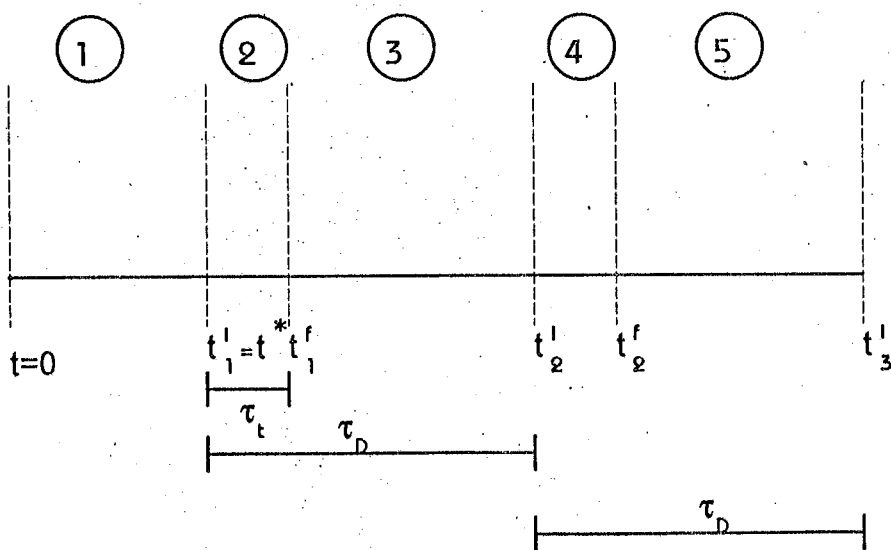


Figura (III.3) - Comportamento temporal do sistema de proteção com um canal, segundo Frutuoso e Melo (1992).

As seguintes aproximações são utilizadas: o canal sempre estará funcional após a realização de um teste, e a duração do teste τ_t é desprezível comparada com o intervalo entre testes τ_D .

Como uma situação de acidente somente irá ocorrer quando o canal de proteção estiver falho e o mesmo for demandado, então podemos definir uma frequência instantânea de acidentes para o caso da Fig.(III.2) :

$$\eta(t) = v[P_2(t) + P_3(t)] ; P_3(t) = \int_0^{\infty} p(x,t)dx \quad (III.4)$$

Entretanto para a aproximação da Fig.(II.4), a Eq.(III.4) será:

$$\eta(t) = v[P_2(t) + P_{E_{31}}(t) + P_{E_{32}}(t) + P_{E_{33}}(t)] \quad (III.5)$$

Considerando que um número inteiro de intervalo entre teste, τ_D , esteja contido em um ano, podemos dizer que a média anual de $\eta(t)$ é igual ao valor médio dentro de cada intervalo τ_D , portanto:

$$\eta = \frac{1}{\tau_D} \int_0^{\tau_D} \eta(t)dt \quad (III.6)$$

Substituindo a Eq.(III.6) na Eq.(III.5), teremos:

$$\eta = \frac{v}{\tau_D} \left[\int_0^{\tau_D} P_2(t) + \int_0^{\tau_D} P_{E_{31}}(t) + \int_0^{\tau_D} P_{E_{32}}(t) + \int_0^{\tau_D} P_{E_{33}}(t) \right] \quad (III.7)$$

A utilização das Eqs.(III.4)-(III.7) implica que a demanda ocorre enquanto o canal está sendo reparado, isto é, o reparo é feito online.

Em alguns casos, a planta é desligada para que o reparo seja conduzido, isto é, o reparo é feito offline. Nestes casos, o acidente somente ocorrerá se houver uma demanda no sistema, e este se encontrar no estado de falha não revelada [estado 2 da Fig.(III.1)]. Neste caso temos:

$$\eta(t) = vP_2(t) \quad (III.8)$$

e a frequência média anual, é dada por

$$\eta = \frac{\nu}{\tau_D} \int_0^{\tau_p} P_2(t) dt \quad (\text{III.9})$$

A obtenção das probabilidades do canal estar em qualquer um dos estados da Fig.(III.2), onde o estado 3 é desmembrado em uma combinação de estágios dada pela Fig.(II.4), é apresentada em detalhes a seguir.

A partir da matriz das taxas de transição, A , definida por:

$$A = \begin{pmatrix} -\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\nu & \nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\rho_1 & \rho_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\rho_2 & \rho_2 \\ \gamma\rho_3 & \bar{\gamma}\rho_3 & 0 & 0 & -\rho_3 \end{pmatrix} \quad (\text{III.10})$$

podemos escrever a equação diferencial que governa o comportamento estocástico do sistema:

$$\frac{dp(t)}{dt} = p(t)A \quad (\text{III.11})$$

A solução da Eq.(III.11) é dada por:

$$p(t) = p(t=0)e^{At} \quad (\text{III.12})$$

onde e^{At} é denominada matriz exponencial, McCormick (1981), Frutuoso e Melo (1992) e Clarke & Disney (1979).

Para que um processo seja markoviano, a probabilidade de transição de um estado s_i para um estado s_j , durante o intervalo de tempo $(t, t+\Delta t)$, dado que em t o sistema se encontrava em s_i , depende somente dos estados s_i e s_j e não da trajetória seguida pelo sistema para atingir o estado s_j em t :

$$\begin{aligned} \Pr[s_j(t + \Delta t) | s_i(t), s_k(t - \tau_1), \dots] &= \Pr[s_j(t + \Delta t) | s_i(t)] \\ &= \phi_{ij}(t + \Delta t, t) \end{aligned} \quad (\text{III.13})$$

Se o processo markoviano for homogêneo, então:

$$\phi_{ij}(t + \Delta t, t) = \phi_{ij}(\Delta t), \quad (\text{III.14})$$

ou seja, a probabilidade de ocorrência da transição do estado i para o estado j em um intervalo de tempo de duração Δt só dependerá da duração do intervalo.

O intervalo de duração Δt será sempre pequeno o suficiente para que a probabilidade de ocorrência de dois ou mais eventos seja desprezível.

Assim, pode-se escrever:

$$p(t + \Delta t) = p(t)\Phi(\Delta t) \quad (\text{III.15})$$

cuja interpretação para o diagrama da Fig.(II.4) é dado na equação abaixo:

$$\begin{vmatrix} p_1(t + \Delta t) \\ p_2(t + \Delta t) \\ p_{E_{3.1}}(t + \Delta t) \\ p_{E_{3.2}}(t + \Delta t) \\ p_{E_{3.3}}(t + \Delta t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} p_1(t) & p_2(t) & p_{E_{3.1}}(t) & p_{E_{3.2}}(t) & p_{E_{3.3}}(t) \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \phi_{11}(\Delta t) & \phi_{12}(\Delta t) & \phi_{13}(\Delta t) & \phi_{14}(\Delta t) & \phi_{15}(\Delta t) \\ \phi_{21}(\Delta t) & \phi_{22}(\Delta t) & \phi_{23}(\Delta t) & \phi_{24}(\Delta t) & \phi_{25}(\Delta t) \\ \phi_{31}(\Delta t) & \phi_{32}(\Delta t) & \phi_{33}(\Delta t) & \phi_{34}(\Delta t) & \phi_{35}(\Delta t) \\ \phi_{41}(\Delta t) & \phi_{42}(\Delta t) & \phi_{43}(\Delta t) & \phi_{44}(\Delta t) & \phi_{45}(\Delta t) \\ \phi_{51}(\Delta t) & \phi_{52}(\Delta t) & \phi_{53}(\Delta t) & \phi_{54}(\Delta t) & \phi_{55}(\Delta t) \end{vmatrix}$$

(III.16)

Assume-se que o sistema estava funcionando em $t = 0$, isto é, $P_1(0) = 1$, $P_2(0) = P_{E3.1}(0) = P_{E3.2}(0) = P_{E3.3}(0) = 0$. Portanto, para se conhecer a probabilidade do canal se encontrar em cada um dos estados da Fig.(III.2) em um intervalo de tempo qualquer após o início de sua operação, utiliza-se a Eq.(III.17), onde a probabilidade do canal estar no estado 3 é dada pela soma das probabilidades de estar em cada estágio.

$$P(k\Delta t) = P_0 \Phi^k(\Delta t) \quad (\text{III.17})$$

A Eq.(III.17) permite resolver numericamente a Eq.(III.4) considerando incrementos temporais Δt adequadamente pequenos, de forma a não violar a hipótese markoviana de ser desprezível a probabilidade de ocorrência de mais de uma transição neste intervalo.

Considerando o diagrama de transição de estado apresentado pela Fig.(II.4), a matriz $\Phi(\Delta t)$ das probabilidades de transição será dada por:

$$\Phi(\Delta t) = \begin{pmatrix} 1 - \lambda\Delta t & \lambda\Delta t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \nu\Delta t & \nu\Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \rho_1\Delta t & \rho_1\Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \rho_2\Delta t & \rho_2\Delta t \\ \gamma\rho_3\Delta t & \bar{\gamma}\rho_3\Delta t & 0 & 0 & 1 - \rho_3\Delta t \end{pmatrix}^T \quad (\text{III.18})$$

Uma observação imediata sobre a Eq.(III.18) é que ela apresenta as probabilidades de permanência nos estados fictícios e, portanto, a probabilidade total de permanência no estado 3 é dada pela soma das probabilidades dos estágios. Deve-se lembrar que a solução das equações acima é válida somente no intervalo entre testes.

III.3 DISTRIBUIÇÕES DOS TEMPOS DE REPARO

Conforme discutido no Capítulo II, as principais distribuições utilizadas para modelar os tempos de reparo são: a lognormal, gama e Weibull, segundo Singh & Billinton (1977,1973), Singh et alii (1977,1973), Emoto & Schafer (1990), Muth (1965) e Malaiya & Su (1982).

Os casos analisados baseiam-se na utilização do método de estágios na formulação de diversas combinações, de modo a representar as três distribuições anteriormente citadas. Estas foram utilizadas para representar os tempos de reparo do canal de proteção de uma instalação de processo. Portanto, na análise utilizaram-se dados típicos de instalações de processo, tais como, intervalo entre testes, média dos tempos de reparo, taxa de demanda, taxa de falha, etc.

A seguir apresentaremos as características das principais distribuições de tempos de reparo utilizadas neste trabalho.

A primeira distribuição a ser apresentada é a função gama. Uma variável aleatória com uma função densidade de probabilidade (fdp) dada pela Eq.(III.19) possui uma distribuição gama com parâmetros $\lambda > 0$ e $r > 0$, Montgomery & Runger (1994), McCormick (1981) e Soong(1981) se:

$$f_X(x) = \frac{\lambda^r x^{r-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(r)}, \quad x > 0 \quad (\text{III.19})$$

onde $\Gamma(r)$ é a função gama, extensamente tabelada, e dada por:

$$\Gamma(r) = \int_0^{\infty} u^{r-1} e^{-u} du \quad (\text{III.20})$$

Utilizando a integração por partes obtém-se o seguinte resultado:

$$\Gamma(r) = (r-1)\Gamma(r-1) \quad (\text{III.21})$$

A função geratriz de momentos para a distribuição gama é

$$m_n = \frac{1}{\lambda^n} \prod_{k=1}^n (r+k-1) \quad (\text{III.22}).$$

Este modelo é bastante versátil, pois variando os valores de λ e r , pode-se obter uma ampla variedade de forma da função densidade gama (fdp), Fig.(III.4). Os parâmetros λ e r são o parâmetros de escala e o de forma respectivamente.

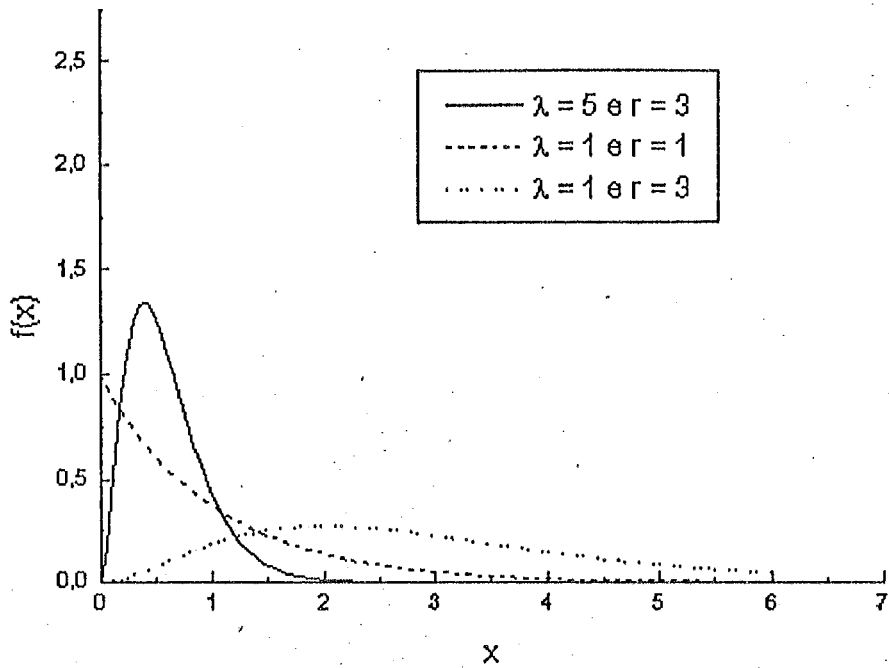


Figura (III.4) - Distribuição gama para diferentes valores de r , o parâmetro de forma.

A função de distribuição de probabilidade (FDP) de uma variável aleatória com distribuição gama é

$$\begin{aligned}
 F_X(x) &= \int_0^x f_x(u) du = \frac{\lambda^r}{\Gamma(r)} \int_0^x u^{r-1} e^{-\lambda u} du \\
 &= \frac{\Gamma(r, \lambda x)}{\Gamma(r)}, \quad x \geq 0
 \end{aligned}
 \tag{III.23}$$

onde $\Gamma(r, u)$ é a função gama incompleta, dada por

$$\Gamma(r, u) = \int_0^u x^{r-1} e^{-x} dx
 \tag{III.24}$$

Entretanto, se r possui um valor inteiro, então X terá uma distribuição erlangiana, dada por:

$$f_X(x) = \frac{\lambda^r x^{r-1} e^{-\lambda x}}{(r-1)!}, \quad x > 0 \quad e \quad r = 1, 2, \dots
 \tag{III.25}$$

Portanto, quando r for um inteiro a função gama será substituída por um fatorial, isto é:

$$\Gamma(r) = (r - 1)! \quad (\text{III.26})$$

Quando uma variável aleatória possui uma função densidade de probabilidade (fdp), dada por:

$$f_X(x) = \eta \alpha^{-\eta} x^{\eta-1} e^{-(x/\alpha)^\eta} \quad (\text{III.27})$$

diz-se que ela segue uma Weibull, com parâmetro de escala $\alpha > 0$ e parâmetro de forma $\eta > 0$, Montgomery & Runger (1994), McCormick (1981) e Billinton & Allan (1983).

A função distribuição Weibull é dada por:

$$F_X(x) = 1 - e^{-(x/\alpha)^\eta} \quad (\text{III.28})$$

A taxa de transição da Weibull é dada por:

$$\mu(x) = \eta \alpha^{-\eta} x^{\eta-1} \quad (\text{III.29})$$

apresentando uma forma decrescente quando $\eta < 1$, constante para $\eta = 1$ e crescente para $\eta > 1$. Em particular, para $1 < \eta < 2$ apresenta uma forma ligeiramente crescente, isto é, cresce mais lentamente do que a função linear; para $\eta = 2$ a forma é linear e para $\eta > 2$ cresce mais rapidamente do que a linear, Fig.(III.5).

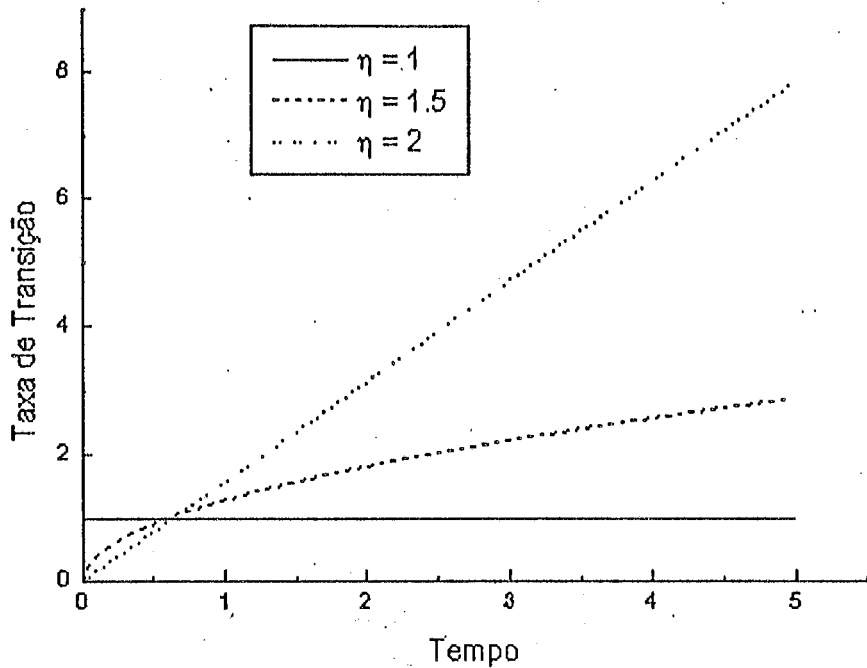


Figura (III.5) - Formas da taxa de transição para diversos valores de η .

A média e a variância para a distribuição de Weibull são respectivamente:

$$E(X) = \alpha \Gamma\left(1 + \frac{1}{\eta}\right) \quad (\text{III.30})$$

e

$$\sigma^2 = V(x) = \alpha^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{\eta}\right) - \alpha^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{\eta}\right)\right]^2 \quad (\text{III.31})$$

Entretanto, se a variável aleatória possui uma função densidade dada por:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}x\sigma} \exp\left[-\frac{(\ln x - m)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (\text{III.32})$$

diz-se que segue uma lognormal, com média:

$$m_X = e^{m + \sigma^2/2} \quad (\text{III.33})$$

e variância

$$\sigma_X^2 = e^{2m+2\sigma^2} - e^{2m+\sigma^2} \quad (\text{III.34})$$

onde

$$m = \ln m_X - \frac{1}{2} \ln \left[\left(\frac{\sigma_X}{m_X} \right)^2 + 1 \right] \quad (\text{III.35})$$

e

$$\sigma^2 = \ln \left[\left(\frac{\sigma_X}{m_X} \right)^2 + 1 \right] \quad (\text{III.36})$$

são respectivamente a média e a variância da normal associada.

A função distribuição de probabilidade (FDP), ou distribuição cumulativa da variável aleatória x , é dada por:

$$F_X(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\Pi}x\sigma} \exp\left[-\frac{(\ln x - m)^2}{2\sigma^2}\right] dx \quad (\text{III.37})$$

substituindo na Eq.(III.37), $z = (\ln x - m)/\sigma$ e $dz = dx/\sigma x$, obtém-se

$$F_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-\infty}^{(\ln x - m)/\sigma} \exp[-z^2/2] dz \quad (\text{III.38})$$

que é idêntica à integral da normal padrão. Portanto, os valores FDP da lognormal podem ser obtidos a partir de tabelas da normal padrão.

Neste caso a Eq.(III.38) pode ser substituída por:

$$F_X(x) = F_U\left[\frac{\ln x - m}{\sigma}\right], \quad x \geq 0 \quad (\text{III.39})$$

onde F_U é a função normal padrão.

A Eq.(III.32), também pode ser obtida a partir da normal padronizada de acordo com

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}x\sigma} f_U\left[\frac{\ln x - m}{\sigma}\right] \quad (\text{III.40})$$

onde f_U é a função densidade normal padrão.

Para simular as funções densidade, distribuição e taxa de transição das distribuições anteriorente apresentadas, foram desenvolvidos três programas em FORTRAN 77; GAMA, WEIBULL e LOGNOR.

Para gerar as funções densidade, distribuição e taxa de transição das combinações de estágios, bem como obter os parâmetros destas combinações: foram desenvolvidos os programas SÉRIE, SÉRIENT, NANO E CAPALN.

Esses programas, juntamente com os demais desenvolvidos para o cálculo da frequência de acidentes CAFA e FAFD, foram utilizados para gerar os resultados apresentados no Capítulo IV.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

IV.1 - INTRODUÇÃO

O propósito deste capítulo é apresentar a análise da indisponibilidade de um sistema de proteção composto por apenas um canal utilizando o método dos estágios. Esta análise consistirá na obtenção da frequência de acidentes de uma instalação de processo, a qual esta equipada com este canal de proteção.

Inicialmente, discutimos os resultados obtidos pela aproximação exponencial dos tempos de reparo, apresentada por Oliveira & Amaral Netto (1987). Este dados foram incluídos para validar o programa desenvolvido. Em complementação a esta análise, incluiu-se a probabilidade do reparo não ser perfeito, denotada por $\bar{\gamma}$.

Finalmente, utilizando a combinação de estágios das diversas distribuições não-exponenciais, dentre as quais se destacam como distribuições dos tempos de reparo a lognormal, gama e Weibull, analisa-se a frequência de acidentes de instalações de processos equipadas com sistemas de proteção compostos por um único canal, que apresentam os tempos de reparo de seu sistema de proteção dado por uma destas distribuições não-exponenciais.

No Apêndice A, são apresentadas as principais características das diversas combinações de estágios, utilizando a técnica apresentada no Capítulo II. Portanto, a escolha da melhor combinação a ser utilizada na aproximação da distribuição não-exponencial se faz segundo o tipo da função densidade, taxa de transição, etc.

IV.2 - RESULTADOS OBTIDOS CONSIDERANDO QUE OS TEMPOS DE REPAROS SÃO EXPONENCIALMENTES DISTRIBUÍDOS.

Esta análise foi inicialmente desenvolvida por Oliveira & Amaral Netto (1987), para evidenciar a influência das taxas de demanda e de reparo na análise da frequência de acidentes.

A Fig.(IV.1) apresenta o diagrama de transição de estado do sistema analisado em Oliveira & Amaral Netto (1987), onde os três estados significam: 1 o estado na qual o sistema está funcional, 2 o estado na qual o sistema está falho e a falha não foi revelada e 3 o estado na qual a falha foi revelada e o reparo é realizado. Neste diagrama, λ é a taxa de falha, ν é a de demanda e μ a de reparo.

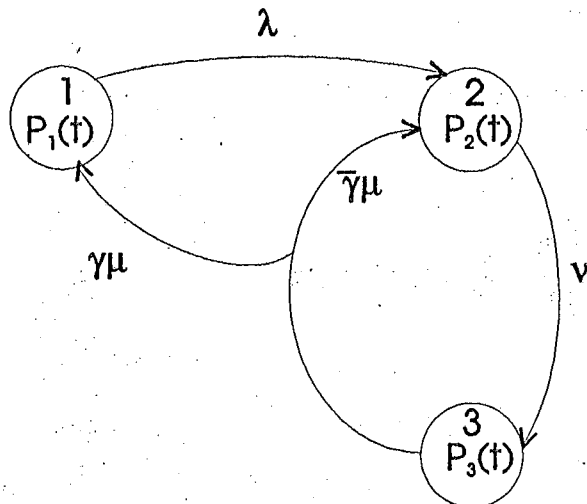


Figura (IV.1) - Diagrama de transição de estados para o canal de proteção com taxa de reparo constante.

A matriz taxa de transição para o diagrama da Fig.(IV.1), é dada por:

$$\begin{vmatrix} -\lambda & \lambda & 0 \\ 0 & -\nu & \nu \\ \mu & 0 & -\mu \end{vmatrix}$$

(IV.1)

Para que as análises desta seção fossem efetuadas, desenvolveu-se um programa em FORTRAN 77, denominado FAFDEX, o qual a partir da matriz taxa de transição (IV.1), resolve o problema da determinação da frequência de acidentes de uma instalação de processo equipada com um canal de proteção, onde os tempos de reparo são exponencialmente distribuídos.

A necessidade de gerar dados para a distribuição exponencial tem como base, testar a validade do programa desenvolvido e fornecer subsídios para quantificar o erro na análise da frequência de acidentes quando os tempos de reparos são aproximados pela distribuição exponencial.

A Fig.(IV.2) apresenta os resultados obtidos com o programa FAFDEX considerando o sistema com um canal de proteção e os valores dos parâmetros iguais àqueles empregados em Oliveira & Amaral Netto (1987); estes valores se encontram listados na Tabela (IV.1).

Tabela (IV.1) - Dados relativos ao cálculo da frequência de acidentes pela aproximação exponencial dos tempos de reparo, em função da taxa de demanda e segundo duas políticas de reparo (*online* e *offline*).

	Política de reparo	$\lambda(\text{ano}^{-1})$	$\tau_D(\text{ano}^{-1})$	$\mu(\text{ano}^{-1})$
GRUPO 1	<i>Online/Offline</i>	0.05	0.25	182.5
GRUPO 2	<i>Offline/Online</i>	0.5	0.0822	182.5

A Fig. (IV.2) apresenta a influência da taxa de demanda na frequência de acidentes segundo duas políticas de reparo, *online* e *offline*. Os dados foram gerados pelo programa FAFDEX considerando os mesmos casos de Oliveira & Amaral Netto (1987).

Analisando a Fig. (IV.2), observa-se que a taxa de falha possui uma grande influência sobre a frequência de acidentes, isto é, à medida em que a taxa de falha aumenta, ocorre um aumento proporcional na frequência de acidentes.

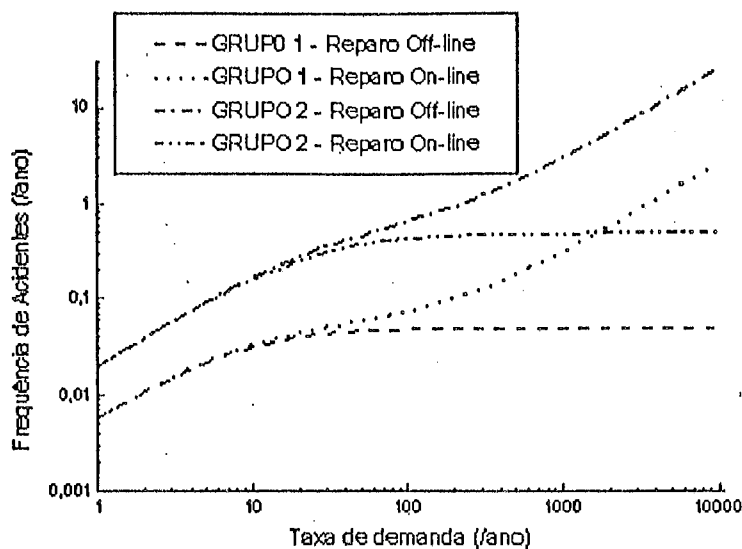


Figura (IV.2) - Influência da taxa de demanda sobre a frequência de acidentes de um canal de proteção com tempos de reparo exponencialmente distribuídos.

Para complementar a análise do presente caso, devemos considerar a influência do reparo ineficiente na frequência de acidentes da instalação; introduziremos, para isso, a probabilidade de reparo imperfeito, P_{fr} .

A Fig.(IV.3) apresenta os resultados obtidos considerando a probabilidade do reparo não ser perfeito.

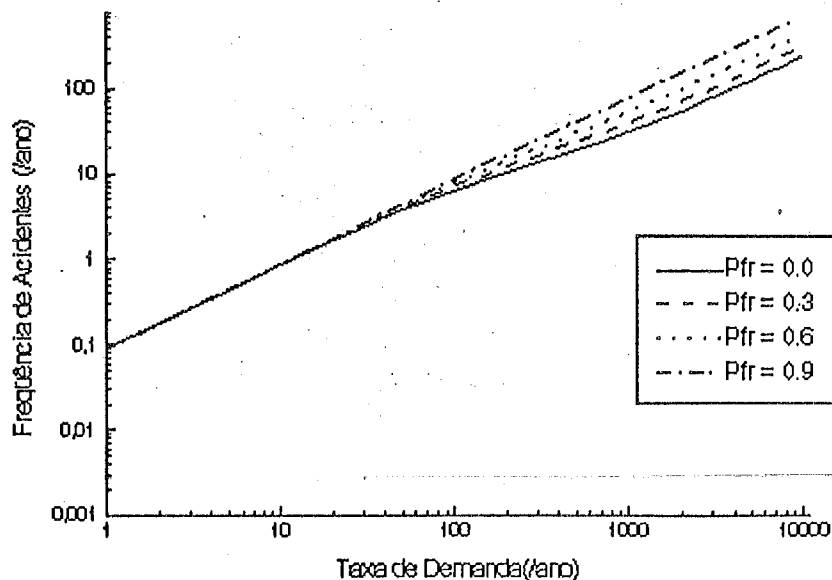


Figura (IV.3) - Influência da probabilidade do reparo ser imperfeito na frequência de acidente de uma instalação industrial equipada com um canal de proteção.

Esta análise foi desenvolvida por Frutuoso e Melo (1992) e, através da observação da Fig.(IV.3), conclui-se que a influência da eficiência do canal sobre η só é sentida quando a taxa de demanda do sistema é alta (acima de 10/ano) e, além disso a probabilidade de reparo imperfeito é superior a 40%, o que não acontece na prática.

Entretanto, devemos ressaltar que a influência da ineficiência do reparo do canal somente será percebida para valores acima de 20 demandas anuais, o que na maioria dos casos práticos não ocorre.

IV.3 - RESULTADOS OBTIDOS CONSIDERANDO QUE OS TEMPOS DE REPARO SEGUEM UMA DISTRIBUIÇÃO GAMA (ERLANGIANA ESPECIAL)

Nesta etapa, apresentamos os resultados pertinentes à frequência de acidentes considerando que os tempos de reparo, ou tempo de permanência no estado 2 da Fig.(III.2) seguem uma distribuição gama, a qual é aproximada pela combinação de estágios CESTTI (ver apêndice A), e ilustrada na Fig.(IV.4).

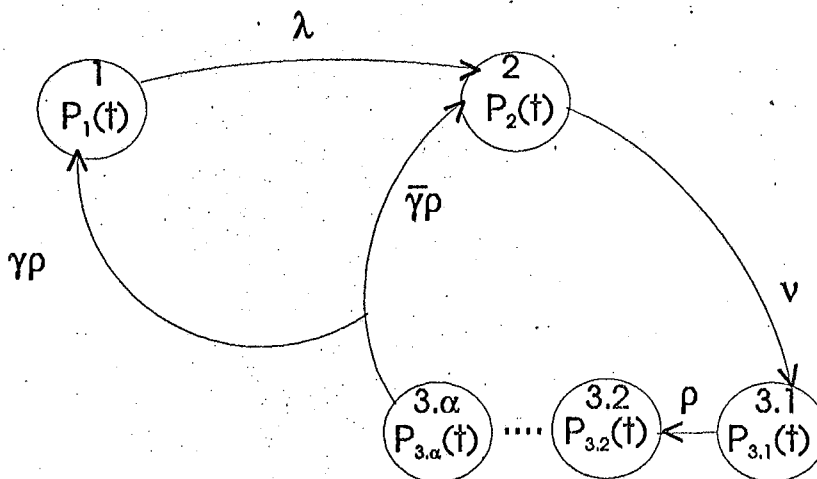


Figura (IV.4) - Diagrama de transição de estado para o canal de proteção utilizando a combinação CESTTI para representar o estado 3 da Fig(III.2), onde α é o número de estágios em série.

A matriz taxa de transição obtida a partir da Fig.(IV.4) é:

$$\begin{pmatrix} -\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -v & v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\rho & \rho & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\rho & \rho & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\rho & \rho \\ \gamma\rho & \bar{\gamma}\rho & 0 & 0 & 0 & -\rho \end{pmatrix} \quad (IV.2)$$

e esta matriz é utilizada no cálculo da frequência de acidentes.

Para efetuar essa aproximação, utilizou-se dados típicos de uma instalação de processo, tais como, média e desvio padrão [ver Tabela (IV.2)], que caracterizam a distribuição gama.

O passo seguinte, foi obter os parâmetros referentes à combinação de estágios CESTTI, que possui função densidade dada pela Eq.(A.13), (apêndice A), que aproxima a distribuição gama. As principais características desta combinação foram apresentadas no Capítulo III.

Para obtenção dos dados referentes às características da combinação de estágios, tais como número de estágios (NE) e taxa de transição entre os estágios (ρ), que são obtidos a partir do método dos momentos, desenvolveu-se um programa em FORTRAN 77 denominado SÉRIE, o qual se baseia no método dos momentos para obter os parâmetros da combinação e os valores obtidos encontram-se listados na Tabela (IV.2).

A Tabela (IV.2) apresenta os dados típicos utilizados na análise desenvolvida neste trabalho. Os parâmetros possuem os seguintes significados: μ é a taxa de reparo média , T_M é o tempo médio para efetuar cada reparo, DESV os seus respectivos desvios padrão, NE é o número de estágios utilizados na combinação e ρ é a taxa de transição entre os estágios.

Tabela (IV.2) -Dados utilizados e obtidos na aproximação da distribuição gama pela combinação CESTTI.

	T_M (horas)	DESV (horas)	NE	ρ (horas ⁻¹)
Caso 1	24	12	4	0.166667
Caso 2	168	84	4	0.023810
Caso 3	730	365	4	0.0054795
Caso 4	2920	1460	4	0.00134986

As Figs.(IV.5) a (IV.8) apresentam as taxas de reparos geradas pela função gama e pela aproximação da combinação de estágios CESTTI para os diferentes valores típicos de T_M , na Tabela (IV.2).

A Fig.(IV.5) apresenta a taxa de reparo gerada pela distribuição gama e pela aproximação CESTTI para o caso 1, o que fornece um tempo médio para efetuar o reparo de 24 horas.

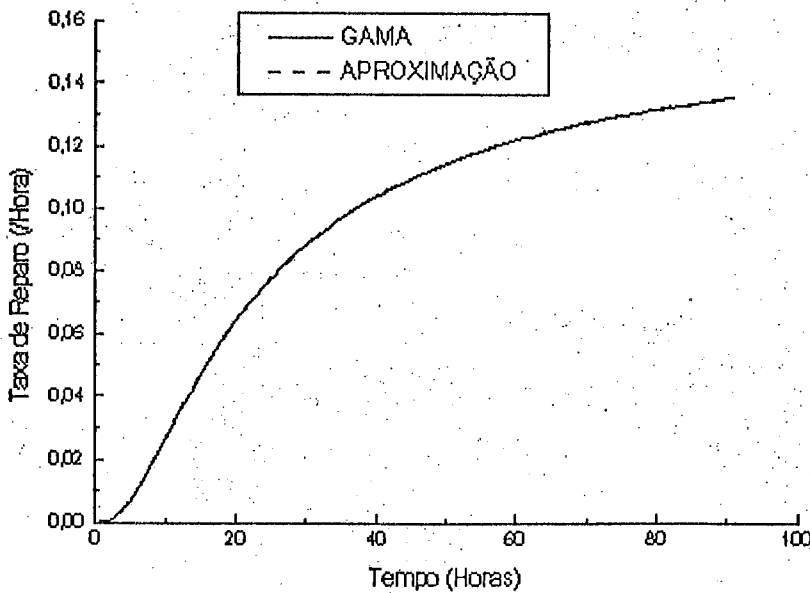


Figura (IV.5) - Taxa de reparo teórica e aproximada para o caso de $T_M = 24$ h, e DESV = 12 h, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama.

A Fig.(IV.6) apresenta a taxa de reparo teórica, isto é, gerada pela distribuição gama e a taxa de reparo aproximada, gerada pela combinação CESTTI, para o Caso 2, o que fornece um tempo médio para efetuar um reparo de 168 horas.

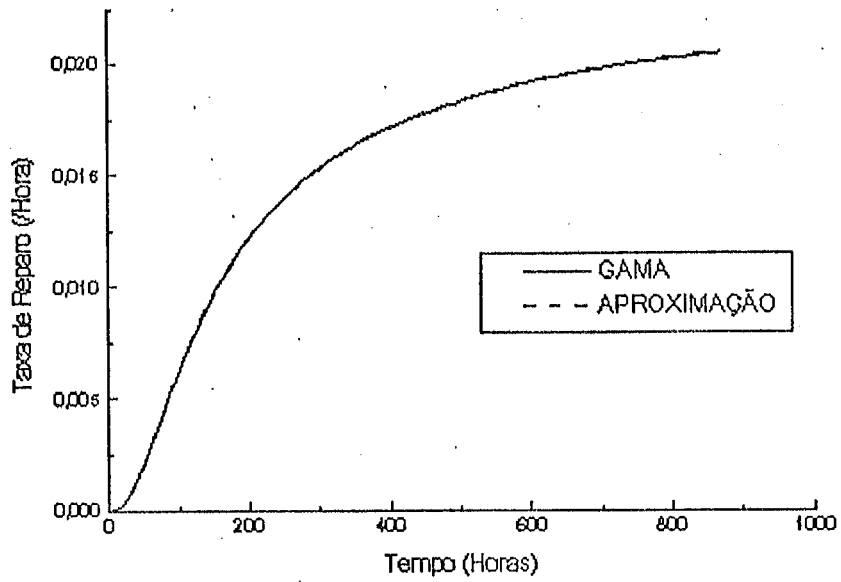


Figura (IV.6) - Taxa de reparo teórica e aproximada para o caso de $T_M = 168$ h, e $DESV = 84$ h, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama.

A Fig.(IV.7) apresenta a taxa de reparo teórica, isto é, gerada pela distribuição gama e a taxa de reparo aproximada, gerada pela combinação CESTTI, para o caso 3, o que fornece um tempo médio para efetuar um reparo de 730 horas.

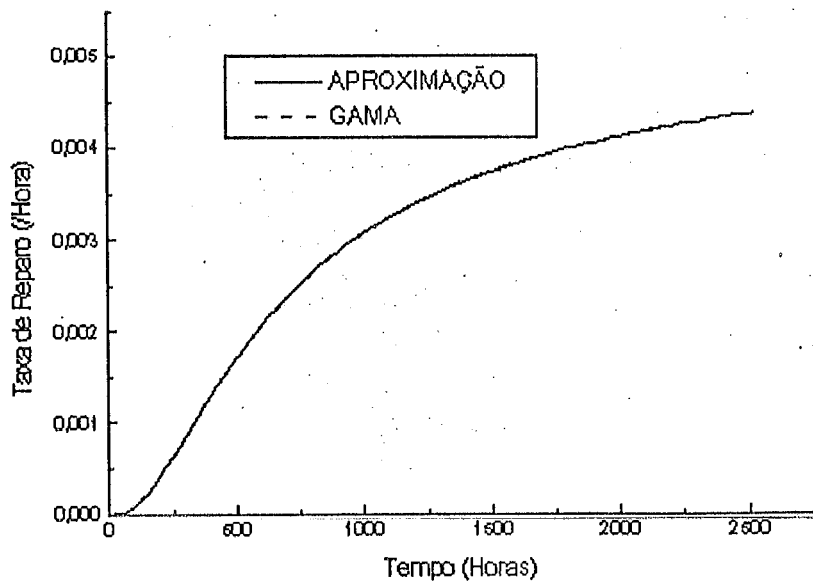


Figura (IV.7) - Taxa de reparo teórica e aproximada para o caso de $T_M = 730$ h, e $DESV = 365$ h, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama.

A Fig.(IV.8) apresenta a taxa de reparo teórica , isto é, gerada pela distribuição gama e a taxa de reparo aproximada, gerada pela combinação CESTTI, para o caso 4, o que fornece um tempo médio para efetuar um reparo de 2920 horas.

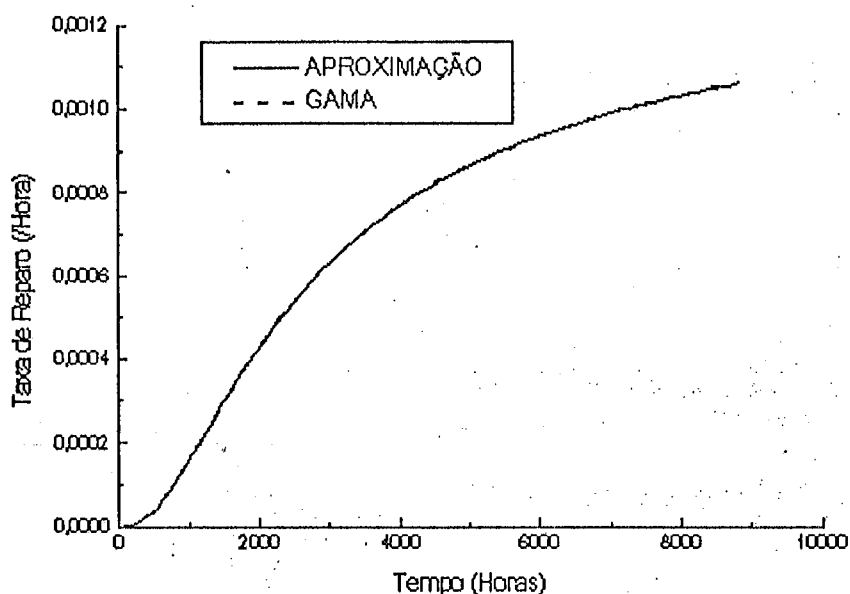


Figura (IV.8) - Taxa de reparo teórica e aproximada para o caso de $T_M = 2920$ h, e $DESV = 1460$ h, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama.

Observando as Figs.(IV.5) a (IV.8), constata-se que a aproximação pela combinação de estágios simulou com eficiência a taxa de transição da distribuição gama, o que mostra como este método é conveniente.

As Tabelas (IV.3) a (IV.8) apresentam dados relativos à frequência de acidentes de acordo com as diferentes políticas de reparo (*Online* e *Offline*) e intervalos entre teste τ_D e também a análises das influências dos diferentes valores da taxa de falha λ e de demanda v .

As Tabelas (IV.3 e IV.4) apresentam os resultados pertinentes à frequência de acidentes segundo o intervalo entre teste τ_D de 1 semana (0,0192 anos) considerando as duas políticas de reparo.

Tabela (IV.3) - Frequência de Acidentes para os casos analisados, com intervalo entre teste de 1 semana, com reparo *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama.

λ (ano ⁻¹)	ν (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)			
		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1.0	1.0	9,4547 E-3	9,4878 E-3	9,4905 E-3	9,4905 E-3
	10.0	9,1441 E-2	9,4639 E-2	9,4903 E-2	9,4905 E-2
	25.0	2,1681 E-1	2,3567 E-1	2,3725 E-1	2,3726 E-1
10.0	1.0	8,9439 E-2	8,9747 E-2	8,9773 E-2	8,9773 E-2
	10.0	8,6552 E-1	8,9520 E-1	8,9770 E-1	8,9773 E-1
	25.0	2,0542	2,2291	2,2442	2,2443

Tabela (IV.4) - Frequência de Acidentes para os casos analisados, com intervalo entre teste de 1 semana e reparo *offline*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama.

λ (ano ⁻¹)	ν (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)			
		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1.0	1.0	9,4331 E-3	9,4312 E-3	9,4311 E-3	9,4311 E-3
	10.0	8,9392 E-2	8,9217 E-2	8,9203 E-2	8,9203 E-2
	25.0	2,0500 E-1	2,0402 E-1	2,0393 E-1	2,0393 E-1
10.0	1.0	8,9235 E-2	8,9205 E-2	8,9203 E-2	8,9203 E-2
	10.0	8,4604 E-1	8,4325 E-1	8,0393 E-1	8,0305 E-1
	25.0	1,9417	1,9261	1,9249	1,9249

As Tabelas (IV.5) e (IV.6) apresentam os resultados pertinentes à frequência de acidentes segundo o intervalo entre teste τ_D de 1 mês (0,08333 anos), considerando as duas políticas de reparo.

Tabela (IV.5) - Frequência de acidentes para os casos analisados, com intervalo entre teste de 1 mês e reparo *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama.

		η (ano ⁻¹)			
λ (ano ⁻¹)	v (ano ⁻¹)	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1.0	1.0	3,9586 E-2	4,0016 E-2	4,0467 E-2	4,0520 E-2
	10.0	3,2567 E-1	3,6142 E-1	4,0041 E-1	4,0514 E-1
	25.0	6,2005 E-1	7,9090 E-1	9,8753 E-1	1,0127
10.0	1.0	3,1501 E-1	3,1787 E-1	3,2121 E-1	3,2153 E-1
	10.0	2,6481	2,8903	3,1779	3,2158
	25.0	5,1996	6,3930	7,8375	8,0380

Tabela (IV.6) - Frequência de acidentes para os casos analisados, com intervalo entre teste de 1 mês e reparo *offline*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama.

		η (ano ⁻¹)			
λ (ano ⁻¹)	v (ano ⁻¹)	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1.0	1.0	3,9482 E-2	3,9450 E-2	3,9418 E-2	3,9414 E-2
	10.0	3,1729 E-1	3,1501 E-1	3,1263 E-1	3,1235 E-1
	25.0	5,8146 E-1	5,7326 E-1	5,6361 E-1	5,6235 E-1
10.0	1.0	3,1418 E-1	3,1325 E-1	3,1243 E-1	3,1235 E-1
	10.0	2,5797	2,5113	2,4483	2,4418
	25.0	4,8753	4,6077	4,3424	4,3125

As Tabelas (IV.7) e (IV.8) apresentam os resultados pertinentes à frequência de acidentes segundo o intervalo entre teste τ_D de 1 ano considerando as duas políticas de reparo.

Tabela (IV.7) - Frequência de acidentes para os casos analisados, com intervalo entre teste de 1 ano e reparo *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama.

		η (ano ⁻¹)			
λ (ano ⁻¹)	ν (ano ⁻¹)	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1.0	1.0	2,8786 E-1	2,9123 E-1	3,0329 E-1	3,3654 E-1
	10.0	8,8319 E-1	1,0077	1,4371	2,5386
	25.0	1,0328	1,4013	2,6654	5,8525
10.0	1.0	8,3036 E-1	8,3266 E-1	8,4085 E-1	8,6441 E-1
	10.0	4,9332	5,2982	6,2880	7,8001
	25.0	7,5318	9,3192	13,6222	18,9864

Tabela (IV.8) - Frequência de acidentes para os casos analisados, com intervalo entre teste de 1 ano e reparo *offline*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama.

		η (ano ⁻¹)			
λ (ano ⁻¹)	ν (ano ⁻¹)	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1.0	1.0	2,8707 E-1	2,8585 E-1	2,8165 E-1	2,7151 E-1
	10.0	8,5968 E-1	8,4731 E-1	8,0475 E-1	6,9694 E-1
	25.0	9,6667 E-1	9,5105 E-1	8,9724 E-1	7,6125 E-1
10.0	1.0	8,2809 E-1	8,1720 E-1	7,7957 E-1	6,8324 E-1
	10.0	4,8019	4,4546	3,5149	2,0870
	25.0	7,0498	6,3243	4,5792	2,4072

Analisando as Tabelas (IV.3) a (IV.8), observamos que à medida em que o intervalo entre testes aumenta, ocorre um aumento na frequência de acidentes. A ocorrência disto está relacionada ao fato de que o teste ou uma demanda em situação de acidente é que irá revelar a falha do canal. Quando a falha é detectada pelo teste, este é imediatamente reparado; enquanto que se ocorrer uma demanda quando o canal estiver falho, o acidente será inevitável. Portanto, o intervalo deve ser escolhido de tal modo que a falha seja detectada antes da ocorrência de uma demanda.

As Figs.(IV.9) e (IV.10) apresentam a influência da taxa de demanda e da taxa de reparo sobre a frequência de acidentes, já evidenciada nas Tabelas (IV.3) a

(IV.8), considerando também as duas políticas de reparos adotadas e o intervalo entre teste de 1 semana (0,0192 ano).

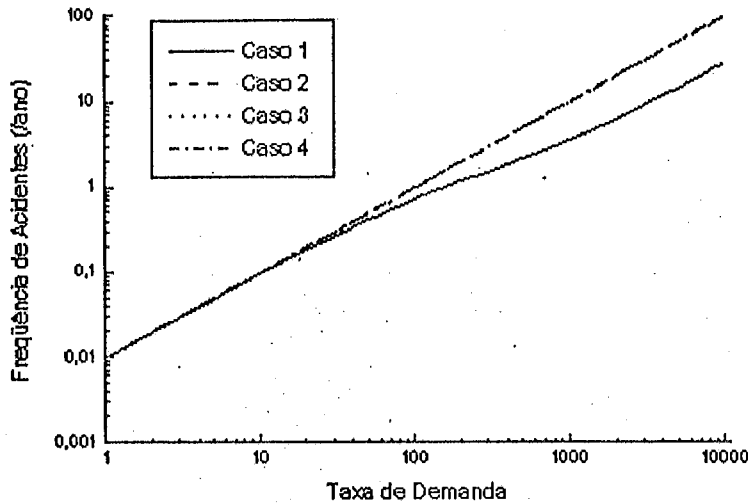


Figura (IV.9) - Influência das taxas de reparo e de demanda sobre a frequência de acidentes da instalação de processo equipado com um único canal de proteção onde o reparo é feito *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama.

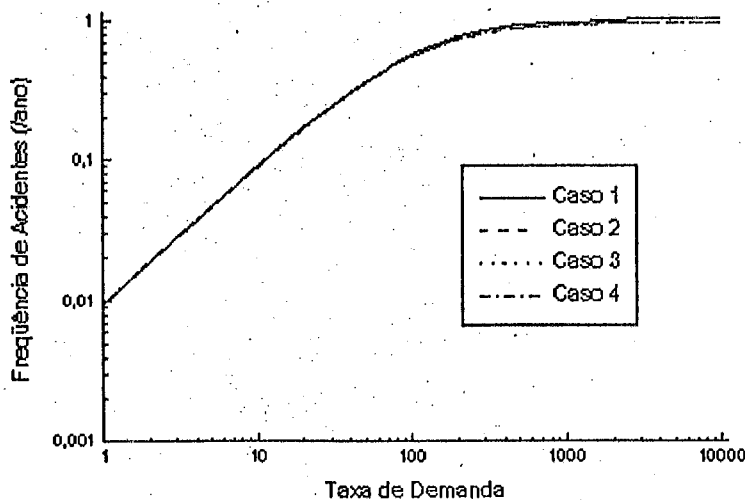


Figura (IV.10) - Influência das taxas de reparo e de demanda sobre a frequência de acidentes da instalação de processo equipado com um único canal de proteção, onde os tempos de reparo seguem uma distribuição gama e o reparo é feito *offline*.

As Figuras (IV.9) e (IV.10) ressaltam a influência da taxa de reparo sobre a frequência de acidentes segundo as duas políticas de reparo: *online* e *offline*. Observamos que

a influência exercida pela taxa de reparo é muito pequena, conforme pode ser observado nas Tabelas (IV.3) a (IV.8) para os quatro casos analisados. Quanto à política de reparo adotada, só apresentará um efeito significativo na faixa acima de 30 demandas; neste caso, a política de reparo tem pouco efeito significativo na região de 1 a 20 demandas, que é a faixa de demanda que ocorre na maioria dos casos práticos.

Como era de se esperar, à medida que a taxa de demanda aumenta, provoca um aumento na frequência de acidentes, enquanto que a influência exercida pelo reparo é pouco evidente.

As Figs.(IV.11) e (IV.12) apresentam a influência do intervalo entre teste τ_D , e da taxa de demanda sobre a frequência de acidentes, sendo analisado o caso 1; nesta análise são gerados três intervalos entre testes : no primeiro o valor de τ_D é de 1 semana (0,0192 ano), no segundo, é de 1 mês (0,08333 ano) e, finalmente, no terceiro, é de 1 ano.

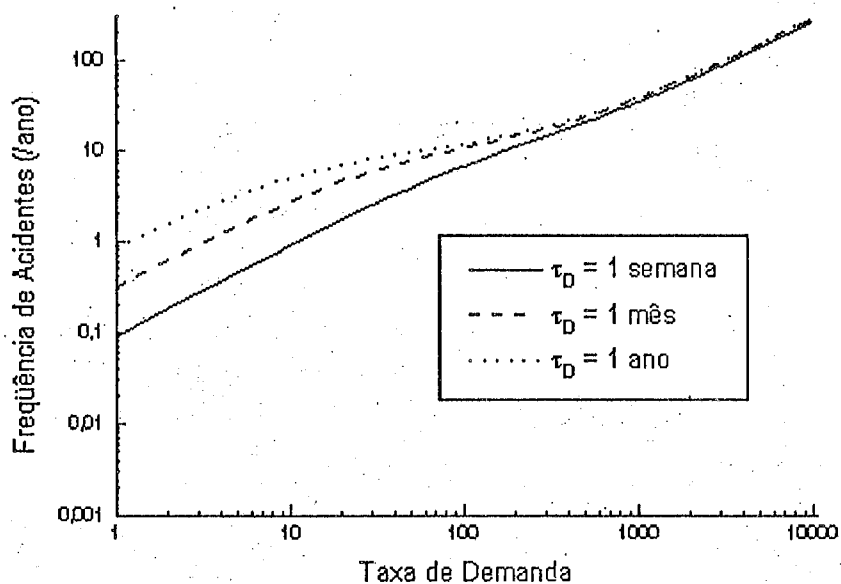


Figura (IV.11) - Frequência de acidentes em função do intervalo entre teste e da taxa de demanda, para o caso 1, sendo que os tempos de reparos seguem uma distribuição gama e o reparo é *online*.

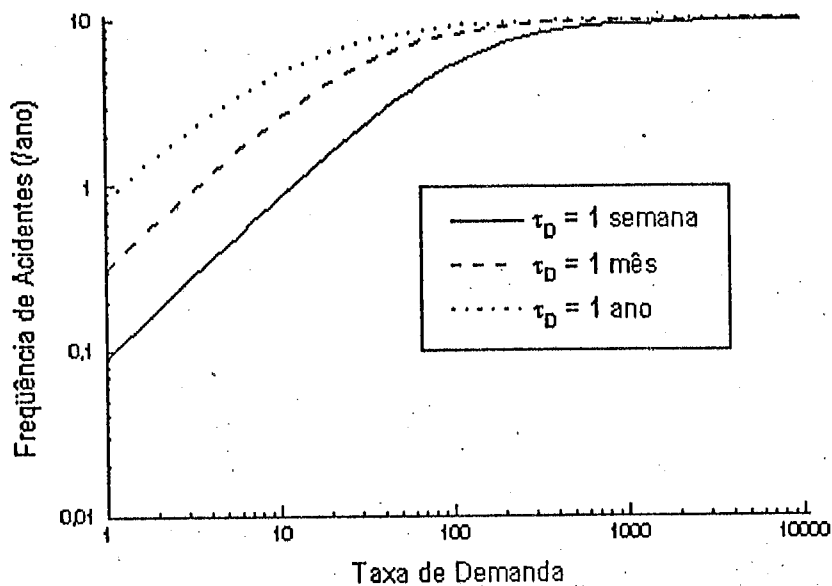


Figura (IV.12) - Frequência de acidentes em função do intervalo entre teste e da taxa de demanda, para o caso 1, sendo que os tempos de reparos seguem uma distribuição gama e o reparo é *offline*.

As Figs. (IV.11) e (IV.12), ressaltam as evidências apresentadas nas Tabelas (IV.3) a (IV.8) sobre a influência do intervalo entre teste na frequência de acidentes. Quando falamos de instalações de processo; a faixa de demanda aceitável não deve ser muito superior a 20 demandas anuais, dentro desta faixa o intervalo entre teste apresenta uma variação apreciável na frequência de acidentes, isto é, quanto menor o intervalo entre teste menor será a frequência de acidentes.

Na Figura (IV.13) repete-se a análise apresentada na Figura (IV.2), onde observa-se a influência da taxa de falha do canal na frequência de acidentes da instalação. Como pode ser observado, esta influência é muito evidente, aumentando a taxa de falha ocorre um aumento na mesma proporção da frequência de acidentes.

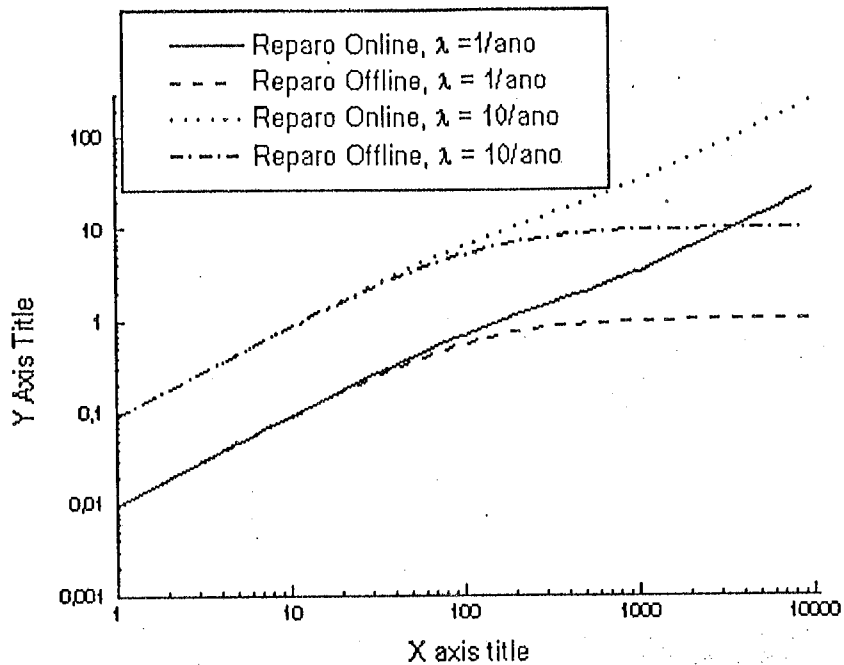


Figura (IV.13) - Influência das taxa de falha na frequência de acidentes da instalação de processo equipada com um canal de proteção onde os tempos de reparo são distribuídos pela gama, considerando as duas políticas de reparo.

IV.4 - DISTRIBUIÇÃO WEIBULL DOS TEMPOS DE REPARO DO CANAL DE PROTEÇÃO.

Neste segundo estudo de caso, apresentamos os resultados das análises da frequência de acidentes de uma instalação de processo em que os tempos de reparo associados ao canal de proteção seguem uma distribuição de Weibull, sendo que as principais características desta distribuição foram apresentadas no Capítulo III.

Utilizando a metodologia da combinação de estágios apresentada no Capítulo II para aproximar a distribuição de Weibull, constatamos que a combinação CESTTI (ver principais características no Apêndice A) é a ideal para simulá-la, considerando uma taxa de reparo de acordo com a especificação apresentada no Capítulo II.

Portanto, para que a distribuição de Weibull forneça uma taxa de reparo inicialmente crescente e que posteriormente tenda para um valor assintótico, o seu parâmetro de forma β tem que ter seu valor dentro da faixa $1 < \beta < 2$, como mostra a Fig.(III.5).

A obrigatoriedade do parâmetro de forma estar situado na faixa de $1 < \beta < 2$, gera problemas no cálculo da combinação de estágio CESTTI, para os casos típicos aqui analisados. Os números de estágios obtidos para aproximar a Weibull serão fracionários, como mostra a Tabela (IV.9), o que acarretar a existência de um número fracionário de equações.

Para que este problema seja contornado, utilizamos a interpolação linear, isto é, calculamos os resultados desejados para a combinação de 3 estágios e de 2 estágios, e os resultados obtidos são interpolados para $NE = 2,1692$, e assim obtemos o resultado desejado.

Para que os resultados relacionados a esta seção fossem obtidos, desenvolveram-se quatro programas em FORTRAN 77: WEIBULL, SÉRIE, INTERPOL e FAFD. O programa WEIBULL gera toda as características da distribuição de Weibull, o SÉRIE, da combinação CESTTI, o INTERPOL faz as interpolações e o programa FAFD gera a frequências de acidente do canal de proteção.

O diagrama de transição de estados para o sistema do canal de proteção onde o estado 3 da Fig.(III.2) é desmembrado na combinação CESTTI, é apresentada na Fig.(IV.4), neste caso os valores de α são: 2 e 3.

A matriz das taxas de transição obtida a partir da Fig.(IV.15) para a combinação de 3 estágios, é dada por:

$$\begin{vmatrix} -\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -v & v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\rho & \rho & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\rho & \rho \\ \gamma\rho & \bar{\gamma}\rho & 0 & 0 & -\rho \end{vmatrix} \quad (IV.3)$$

A matriz das taxas de transição gerada para a combinação de 2 estágios, é dada por:

$$\begin{vmatrix} -\lambda & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & -v & v & 0 \\ 0 & 0 & -\rho & \rho \\ \gamma\rho & \bar{\gamma}\rho & 0 & -\rho \end{vmatrix} \quad (IV.4)$$

As matrizes acima apresentadas, são utilizadas no programa FAFD para gerar a frequência de acidentes para as combinações 3 e 2 respectivamente. Os valores obtidos pelo programa FAFD são interpolados no programa INTERPOL, o qual fornece os valores intermediários desejados.

A Tabela (IV.9) apresenta os casos típicos analisados, tais como, a taxa de reparo média μ , o tempo médio de reparo, o número de estágios NE necessários para a combinação de estágios e a taxa de transição entre estágios ρ .

Tabela (IV.9) -Dados típicos utilizados e obtidos na análise da combinação de estágios em série para representação da distribuição de Weibull.(número de estágios = 2,17)

Caso	T_M (horas)	Desvio Padrão	ρ (hora ⁻¹)
1	24	16,2952	9,038 E-2
2	168	114,0667	1,2912 E-2
3	730	495,6471	2,9715 E-3
4	2920	1982,5886	7,4288 E-4

As Figs.(IV.14) a (IV.17) apresentam as taxas de reparo geradas pela combinações de 3 e 2 estágios, e a interpolação para obter o valor da taxa de reparo para o caso de NE = 2,1692.

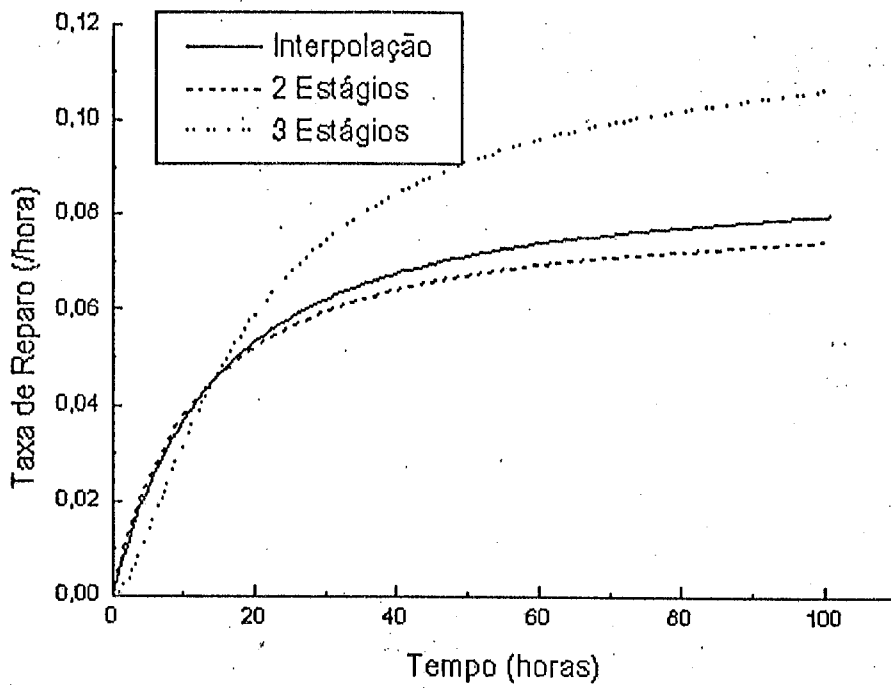


Figura (IV.14) - Taxa de reparo gerada pela combinação CESTTI de 2 e 3 estágios, e a interpolação para $NE = 2,1692$, para o caso 1.

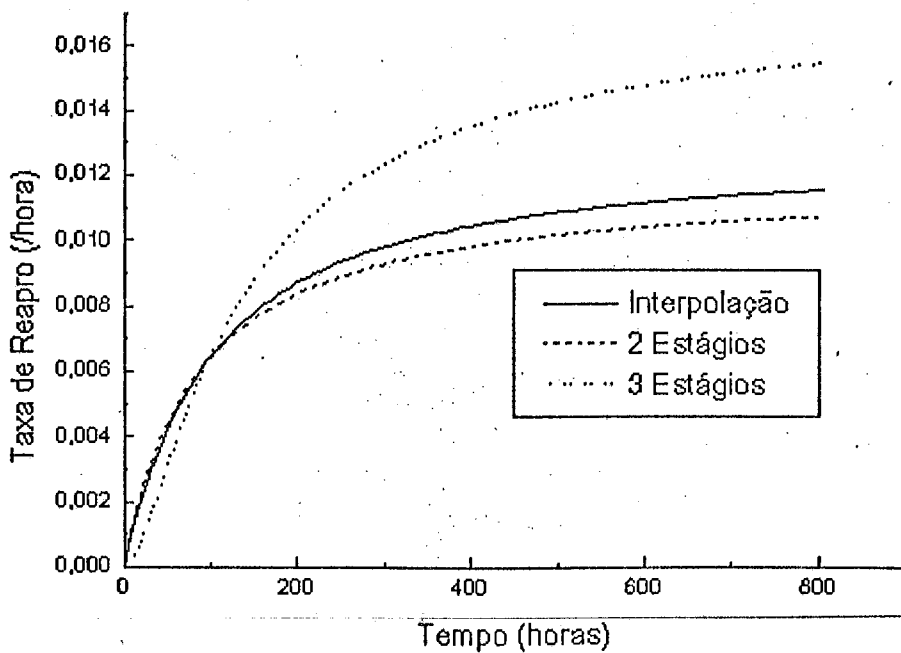


Figura (IV.15) - Taxa de reparo gerada pela combinação CESTTI de 2 e 3 estágios, e a interpolação para $NE = 2,1692$, para o caso 2.

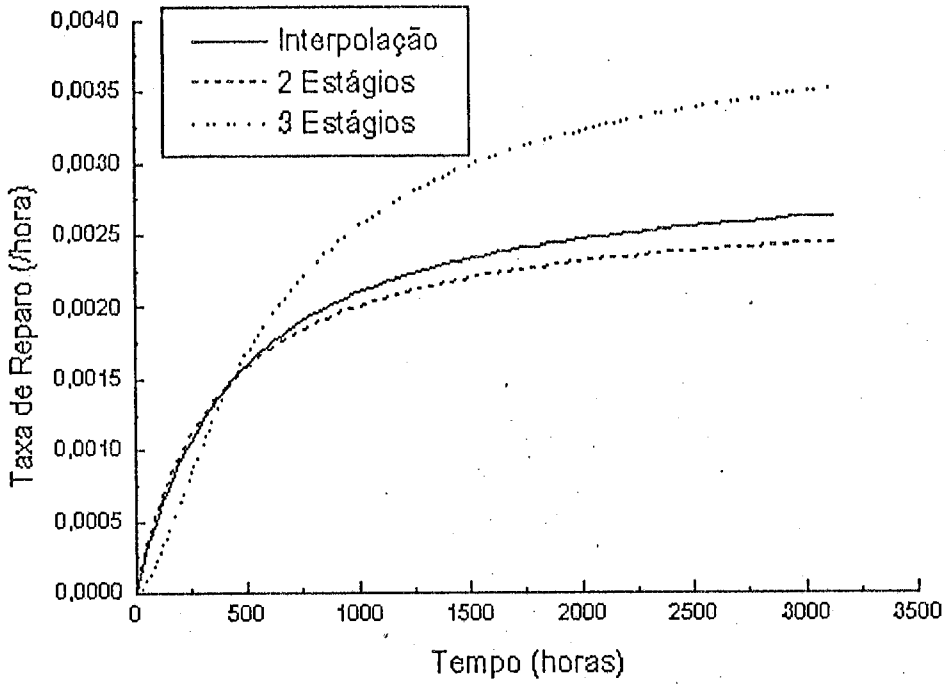


Figura (IV.16) - Taxa de reparo gerada pela combinação CESTTI de 2 e 3 estágios, e a interpolação para $NE = 2,1692$, para o caso 3.

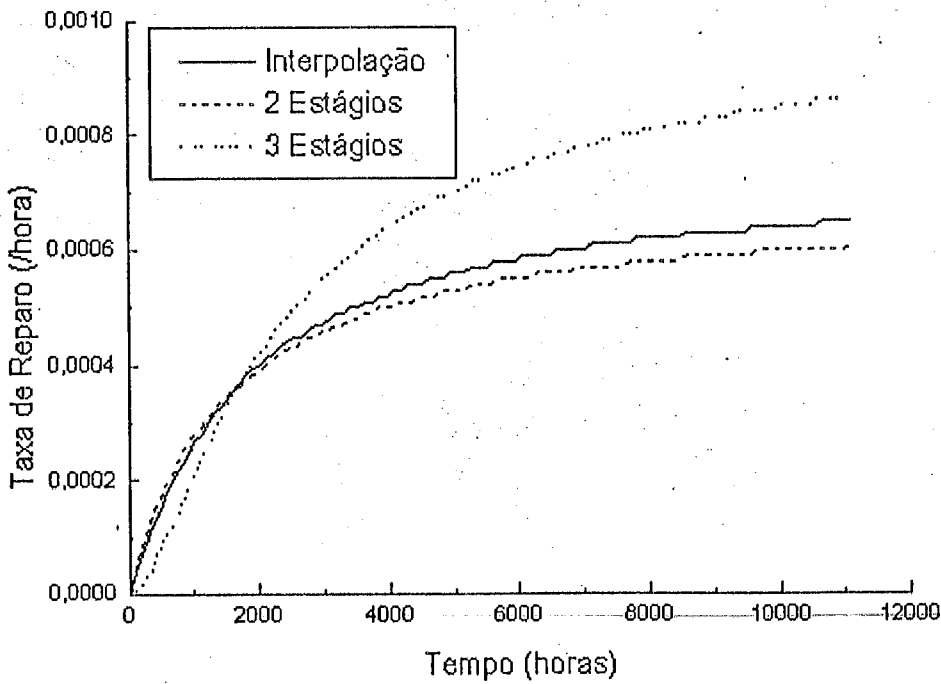


Figura (IV.17) - Taxa de reparo gerada pela combinação CESTTI de 2 e 3 estágios, e a interpolação para $NE = 2,1692$, para o caso 4.

Para determinar o tipo de interpolação a ser utilizada, observou-se o comportamento da taxa de reparo ponto a ponto em relação ao número de estágios, a variação apresentada em função do número de estágios foi linear; portanto, utilizou-se a interpolação linear para obter a taxa de reparo para o caso em que o número de estágios era fracionário.

As Figs.(IV.18) a (IV.21) apresentam a taxa de reparo gerada pela distribuição de Weibull e pela aproximação CESTTI, para os caso típicos aqui analisados.

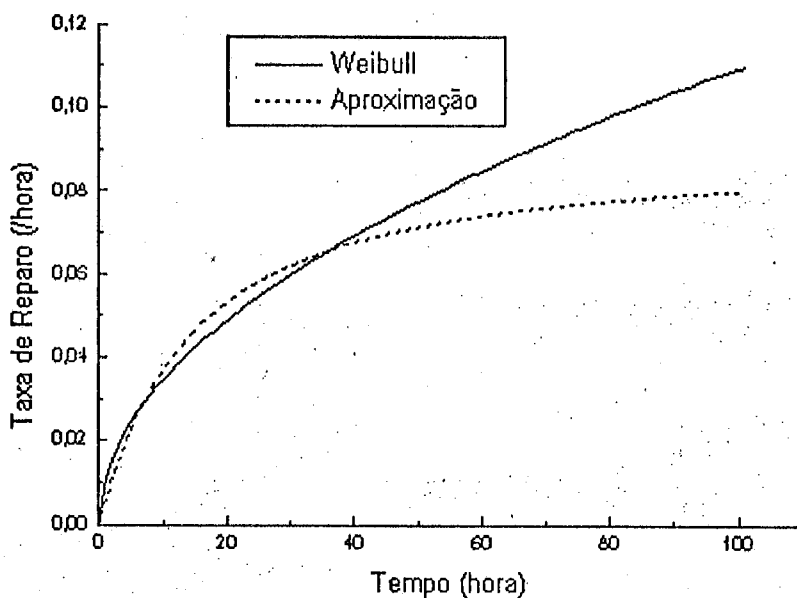


Figura (IV.18) - Taxa de reparo gerada pela distribuição de weibull e pela aproximação CESTTI, para o Caso1.

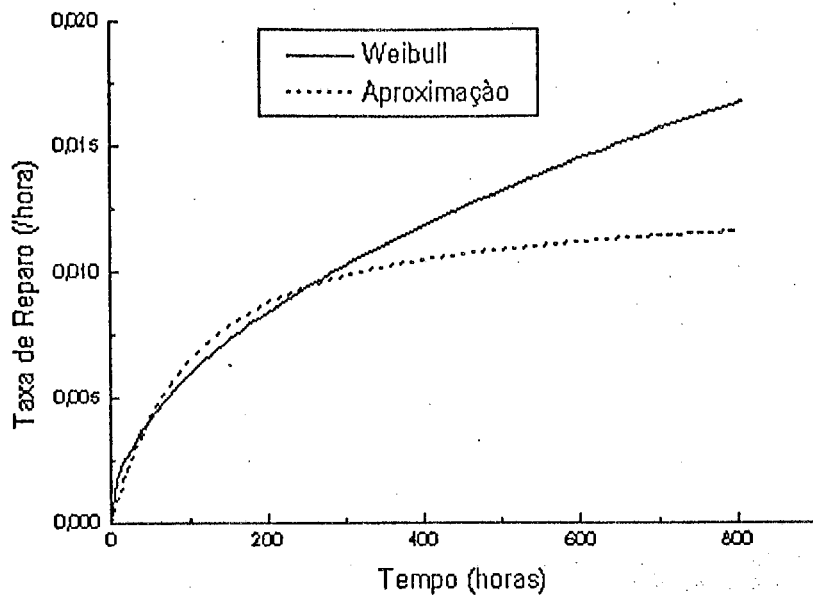


Figura (IV.19) - Taxa de reparo gerada pela distribuição de Weibull e pela aproximação CESTTI, para o Caso 2.

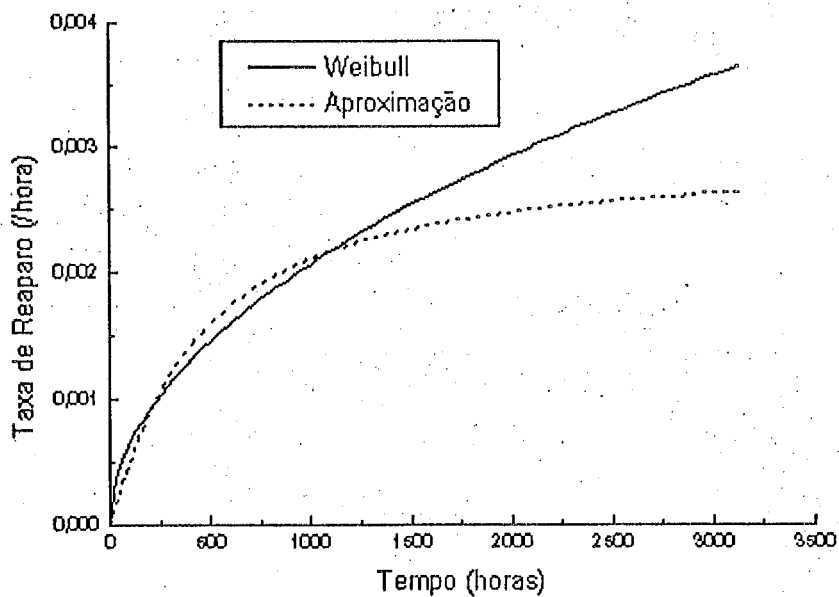


Figura (IV.20) - Taxa de reparo gerada pela distribuição Weibull e pela aproximação CESTTI, para o Caso 3.

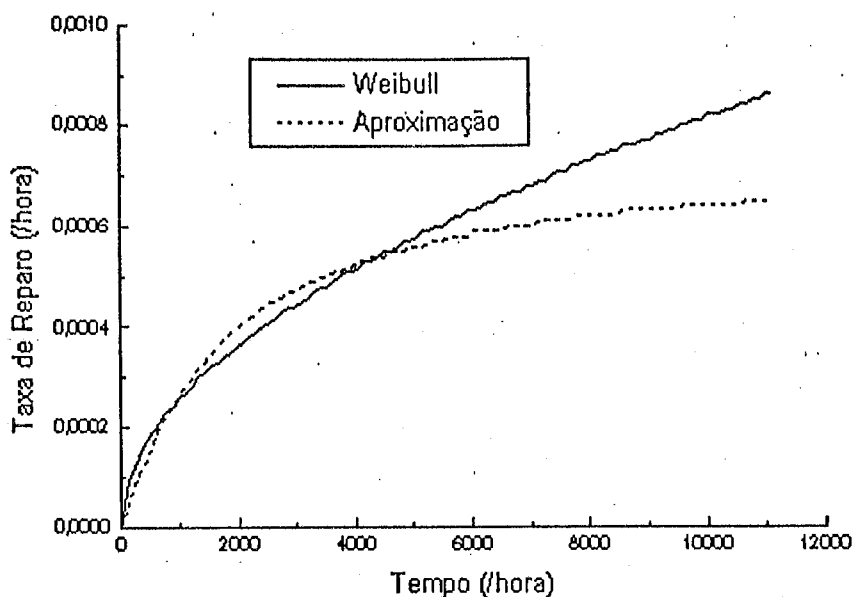


Figura (IV.21) - Taxa de reparo gerada pela distribuição de Weibull e pela aproximação CESTTI, para o Caso 4.

No caso da distribuição Weibull a aproximação atinge um valor assintótico, em relação à taxa de reparo da distribuição.

Como pode ser observado, a aproximação pelo método dos estágios, neste caso não foi tão eficiente quanto para o caso da distribuição gama. Nota-se que, a partir de um certo tempo, o método dos estágios subestima o valor da taxa de reparo.

Uma segunda observação que pode ser inferida das Figuras (IV.18) a (IV.21), está relacionada com a forma da taxa de reparo gerada pela distribuição de Weibull. A taxa de reparo gerada por esta distribuição não apresenta completamente o formato desejado para este tipo de taxa, a qual tem que ter um período inicial crescente seguido de um período em que um valor assintótico é atingido.

As Tabelas (IV.10) a (IV.15) apresentam dados relativos à frequência de acidentes de acordo com os diferentes modos de reparo (*Online* e *Offline*) e intervalos entre este τ_D , e também as influências dos diferentes valores da taxa de falha λ e de demanda, v .

As Tabelas (IV.10) e (IV.11) apresentam os resultados pertinentes à frequência de acidentes segundo o intervalo entre teste τ_D de 1 semana (0,0192 anos), considerando as duas políticas de reparo.

Tabela (IV.10) - Frequência de acidente para os casos analisados, com intervalo entre teste de 1 semana e reparo *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição de Weibull.

λ (ano ⁻¹)	ν (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)			
		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1.0	1.0	9.5012 E-3	9.5330 E-3	9.5384 E-3	9.5388 E-3
	10.0	9.1760 E-2	9.4813 E-2	9.5344 E-2	9.5386 E-2
	25.0	2.1710 E-1	2.3505 E-1	2.3821 E-1	2.3845 E-1
10.0	1.0	8.9792 E-2	9.0086 E-2	9.0137 E-2	9.0141 E-2
	10.0	8.6776 E-1	8.9600 E-1	9.0099 E-1	9.0138 E-1
	25.0	2.0553	2.2214	2.2510	2.2534

Tabela (IV.11) - Frequência de acidentes para os casos analisados, com intervalo entre testes de 1 semana e reparo *offline*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição de Weibull.

λ (ano ⁻¹)	ν (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)			
		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1.0	1.0	9.4802 E-3	9.4784 E-3	9.4781 E-3	9.4780 E-3
	10.0	8.9757 E-2	8.9589 E-2	8.9561 E-2	8.9558 E-2
	25.0	2.0555 E-1	2.0462 E-1	2.0446 E-1	2.0445 E-1
10.0	1.0	8.9592 E-2	8.9563 E-2	8.9559 E-2	8.9558 E-1
	10.0	8.4874 E-1	8.4603 E-1	8.4560 E-1	8.4556 E-1
	25.0	1.9456	1.9304	1.9279	1.9278

As Tabelas (IV.12) e (IV.13) apresentam os resultados pertinentes à frequência de acidentes segundo o intervalo entre teste τ_D de 1 mês (0,08333 anos), onde a diferença entre elas está na política de reparo adotada, que na primeira é *online* e na segunda, *offline*.

Tabela (IV.12) - Frequência de acidentes para os casos analisados, com intervalo entre testes de 1 mês e reparo *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição de Weibull.

		η (ano ⁻¹)			
λ (ano ⁻¹)	ν (ano ⁻¹)	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1.0	1.0	3.9580 E-2	3.9987 E-2	4.0410 E-2	4.0508 E-2
	10.0	3.2541 E-1	3.5936 E-1	3.9570 E-1	4.0431 E-1
	25.0	6.1915 E-1	7.8184 E-1	9.6390 E-1	1.0084
10.0	1.0	3.1480 E-1	3.1752 E-1	3.2060 E-1	3.2136 E-1
	10.0	2.6452	2.8763	3.1415	3.2076
	25.0	5.1916	6.3351	7.6611	8.0010

Tabela (IV.13) - Frequência de Acidentes para os casos analisados, com intervalo entre testes de 1 mês e reparo *offline*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição de Weibull.

		η (ano ⁻¹)			
λ (ano ⁻¹)	ν (ano ⁻¹)	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1.0	1.0	3.9476 E-2	3.9445 E-2	3.9416 E-2	3.9409 E-2
	10.0	3.1709 E-1	3.1493 E-1	3.1270 E-1	3.1219 E-1
	25.0	5.8082 E-1	5.7300 E-1	5.6409 E-1	5.6188 E-1
10.0	1.0	3.1398 E-1	3.1310 E-1	3.1231 E-1	3.1222 E-1
	10.0	2.5773	2.5126	2.4528	2.4399
	25.0	4.8694	4.6153	4.3663	4.3100

As Tabelas (IV.14) e (IV.15) apresentam os resultados pertinentes à frequência de acidentes segundo o intervalo entre teste τ_p de 1 ano, onde a diferença entre elas está na política de reparo adotada, que na primeira é *online* e na segunda, *offline*.

Tabela (IV.14) - Frequência de Acidentes para os casos analisados, com intervalo entre testes de 1 ano e reparo *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição de Weibull.

λ (ano ⁻¹)	v (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)			
		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1.0	1.0	2.8785 E-1	2.9122 E-1	3.0309 E-1	3.3362 E-1
	10.0	8.8318 E-1	1.0073	1.4314	2.4617
	25.0	1.0328	1.4004	2.6495	5.6424
10.0	1.0	8.3036 E-1	8.3266 E-1	8.4080 E-1	8.6340 E-1
	10.0	4.9332	5.2973	6.2786	7.7435
	25.0	7.5317	9.3151	13.5840	18.8051

Tabela (IV.15) - Frequência de Acidentes para os casos analisados, com intervalo entre testes de 1 ano e reparo *offline*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição de Weibull.

λ (ano ⁻¹)	v (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)			
		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1.0	1.0	2.8707 E-1	2.8586 E-1	2.8176 E-1	2.7253 E-1
	10.0	8.5968 E-1	8.4734 E-1	8.0535 E-1	7.0483 E-1
	25.0	9.6674 E-1	9.5109 E-1	8.9791 E-1	7.7013 E-1
10.0	1.0	8.2809 E-1	8.1723 E-1	7.8013 E-1	6.9065 E-1
	10.0	4.8019	4.4555	3.5248	2.1442
	25.0	7.0498	6.3260	4.5954	2.4826

Analisando as Tabelas (IV.10) a (IV.13), nota-se que a frequência de acidentes apresenta um comportamento semelhante ao apresentado nas Tabelas (IV.3) a (IV.8), quando a distribuição dos tempos de reparo era a gama. Como pode ser observado a frequência de acidentes apresenta um comportamento bastante sensível frente às taxas de falha e de demanda, enquanto que a influência da taxa de reparo é muito pequena.

As Figs.(IV.22) e (IV.23) apresentam a influência da taxa de demanda e da taxa de reparo sobre a frequência de acidentes, já evidenciada nas Tabelas (IV.10) a (IV.15), considerando também as duas políticas de reparos adotadas.

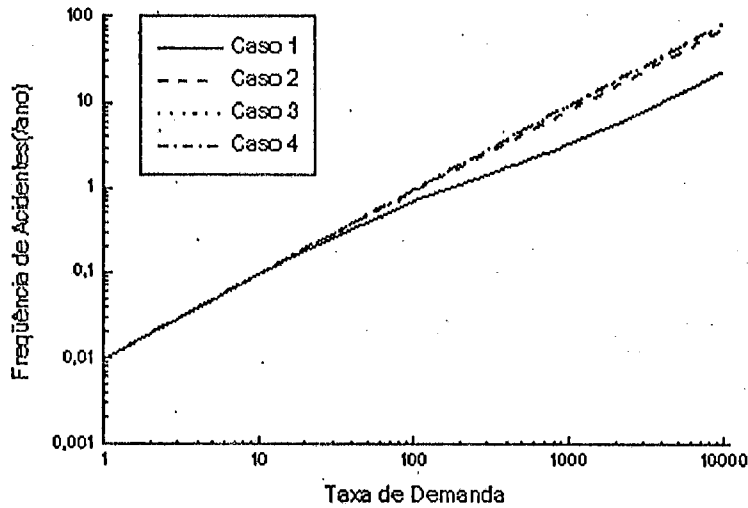


Figura (IV.22) - Frequência de acidentes em função da demanda, para os casos 1, 2, 3 e 4; sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição de Weibull e a política de reparo é *online*.

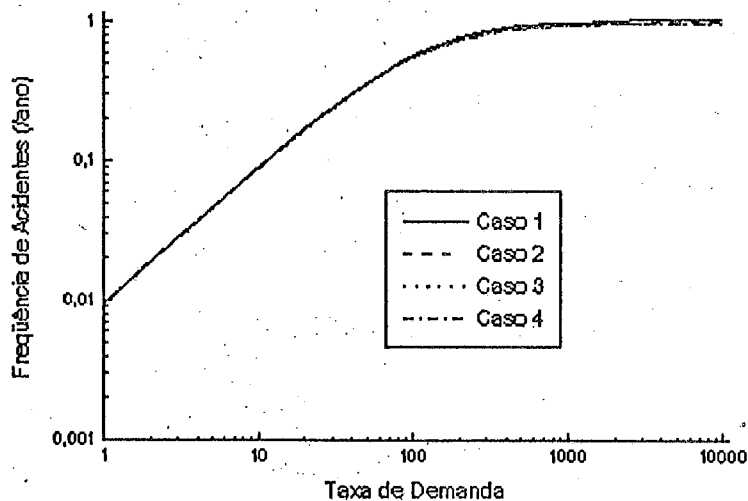


Figura (IV.23) - Frequência de acidentes em função da demanda, para os casos: 1, 2, 3 e 4; sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição de Weibull e a política de reparo adotada é *offline*.

As Figuras (IV.22) e (IV.23) ressaltam novamente a influência do intervalo entre testes, neste caso, para a distribuição de Weibull e como se pode ver, a taxa de reparo pouco influencia a frequência de acidentes.

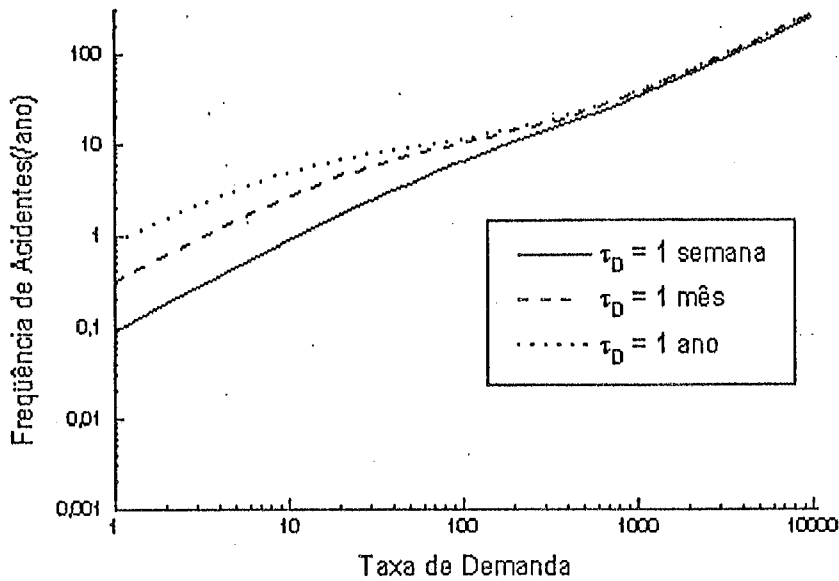


Figura (IV.24) - Frequência de acidentes em função do intervalo entre teste e da taxa de demanda, para o caso 1, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição de Weibull e a política de reparo é *online*.

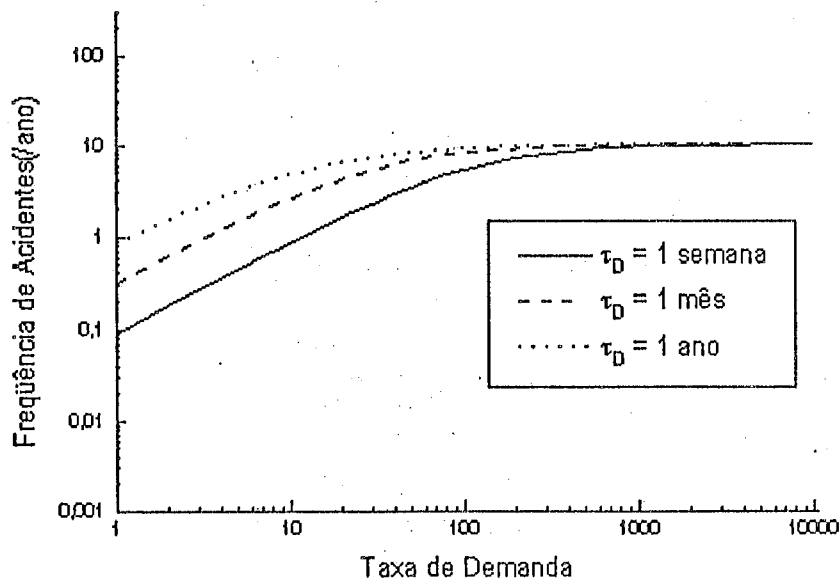


Figura (IV.25) - Frequência de acidentes em função do intervalo entre testes e da taxa de demanda, para o caso 1, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição de Weibull e a política de reparo é *offline*.

A Fig.(IV.24) e (IV.25) apresentam a influência do intervalo entre teste τ_D , e da taxa de demanda sobre a freqüência de acidentes, sendo analisado o Caso 1. Nesta análise, são gerados três casos; no primeiro, o valor de τ_D é de 1 semana (0,0192 ano), no segundo, é de 1 mês (0,08333 ano) e, finalmente, no terceiro, é de 1 ano.

Observando as Figs.(IV.25) e(IV.26), nota-se que à medida que se diminui o intervalo entre testes, a freqüência de acidentes também diminui, mas isto só ocorre na faixa que vai de 1 a 200 demandas. Como na maioria dos casos práticos a taxa de demanda não deve ser superior a 20 demandas, o intervalo entre teste é uma varável muito importante na análise da freqüência de acidentes destas instalações.

IV.5- DISTRIBUIÇÃO LOGNORMAL DOS TEMPOS DE REPARO DO CANAL DE PROTEÇÃO

Neste terceiro estudo de caso, apresentam-se os resultados das análises da freqüência de acidentes de uma instalação de processo, em que os tempos de reparo associados ao canal de proteção seguem uma distribuição lognormal.

A primeira etapa da análise consistiu na obtenção da combinação de estágios que melhor representasse o comportamento da distribuição lognormal. Utilizando-se a metodologia apresentada no Capítulo II, obteve-se a combinação CESC DP como a que melhor representa a lognormal.

As funções de probabilidade da combinação CESC DP foram obtidas segundo a metodologia apresentada no Capítulo II e encontram-se detalhadamente listadas no Apêndice A, tais como função densidade, taxa de transição (taxa de reparo). Estas funções serão utilizadas para aproximar as funções densidade, taxa de transição (taxa de reparo) da distribuição lognormal apresentada no Capítulo III.

A Fig.(IV.26) apresenta o diagrama de transição de estados para a combinação CESC DP, onde λ é a taxa de falha, ν é a taxa de demanda, $\alpha = 6$ é o número de estágios em série, ρ é a taxa de transição entre os estágios em série, ω_1 e ω_2 são respectivamente a probabilidade de ocorrência dos estágios P_1 e P_2 , ρ_1 e ρ_2 são respectivamente as taxas de transições de P_1 e P_2 , γ é a probabilidade do reparo efetuado ser perfeito e $\bar{\gamma}$ é a probabilidade do reparo efetuado ser imperfeito.

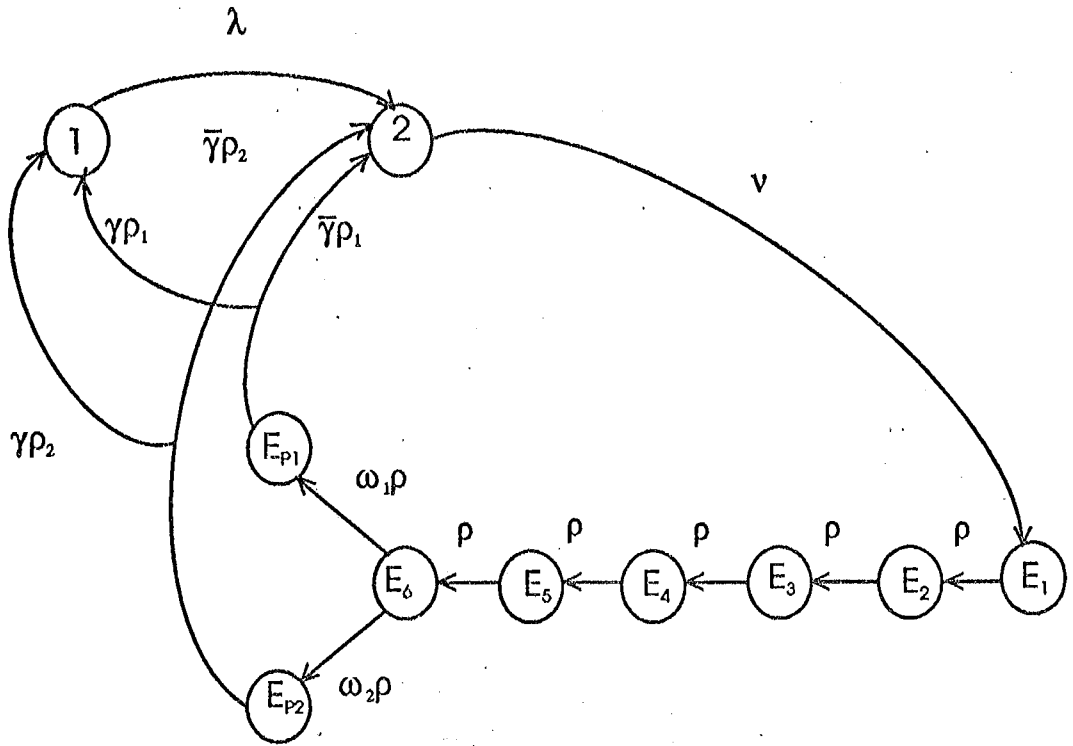


Figura (IV.26) - Diagrama de transição de estados para a combinação CESC DP.

A obtenção dos parâmetros apresentados no parágrafo anterior, fez-se através da utilização do método dos momentos apresentado no Capítulo II, e os valores obtidos encontram-se na Tabela (IV.16).

A matriz das taxas de transição gerada pelo diagrama da Fig.(IV.26), é dada por:

$-\lambda$	λ	0	0	0	0	0	0	0	0
0	$-v$	v	0	0	0	0	0	0	0
0	0	$-\rho$	ρ	0	0	0	0	0	0
0	0	0	$-\rho$	ρ	0	0	0	0	0
0	0	0	0	$-\rho$	ρ	0	0	0	0
0	0	0	0	0	$-\rho$	ρ	0	0	0
0	0	0	0	0	0	$-\rho$	ρ	0	0
0	0	0	0	0	0	0	$-\rho$	ρ	0
$\gamma\rho_1$	$\bar{\gamma}\rho_1$	0	0	0	0	0	0	$-\rho_1$	0
$\gamma\rho_2$	$\bar{\gamma}\rho_2$	0	0	0	0	0	0	0	$-\rho_2$

Esta matriz é utilizada nas análises da frequência de acidentes e demais análises de segurança.

Para que as análises pertinentes à frequência de acidentes fossem efetuadas, desenvolveram-se quatro programas em FORTRAN 77: LOGNOR, que simula o comportamento da distribuição lognormal, CAPALN que calcula os parâmetros da combinação de estágios a partir do método dos momentos e fornece as funções características da combinação de estágios e CAFA e FAFD, que fornecem a frequência de acidentes de uma instalação de processo equipada com um canal de proteção.

Na Tabela (IV.16), apresentam-se os resultados obtidos pela combinação de estágios CESC DP, a partir dos dados típicos analisados, tais como, taxa média de reparo μ e seu desvio padrão.

Tabela (IV.16) - Dados típicos e resultados obtidos na análise da combinação de estágios CESC DP. ($\omega_1 = 0,109901$ e $\alpha = 6$)

Caso	T(hora)	σ (hora)	ρ (hora ⁻¹)	ρ_1 (hora ⁻¹)	ρ_2 (hora ⁻¹)
1	24	12	4,3892 E-1	6,5282 E-2	1,0294 E-1
2	168	84	6,2703 E-2	9,3260 E-3	1,4706 E-2
3	730	365	1,4430 E-2	2,1463 E-3	3,3844 E-3
4	2920	1460	3,6076 E-3	5,3657 E-4	8,4609 E-3

As Figs.(IV.27) a (IV.30) apresentam as taxas de reparo geradas pela função lognormal e pela aproximação da combinação de estágios CESC DP para os diferentes valores típicos de T_M , na Tabela (IV.16).

A Fig.(IV.27) apresenta a taxa de reparo gerada pela distribuição lognormal e pela aproximação CESC DP para o caso 1, o que fornece um tempo médio T_M para efetuar o reparo de 24 horas.

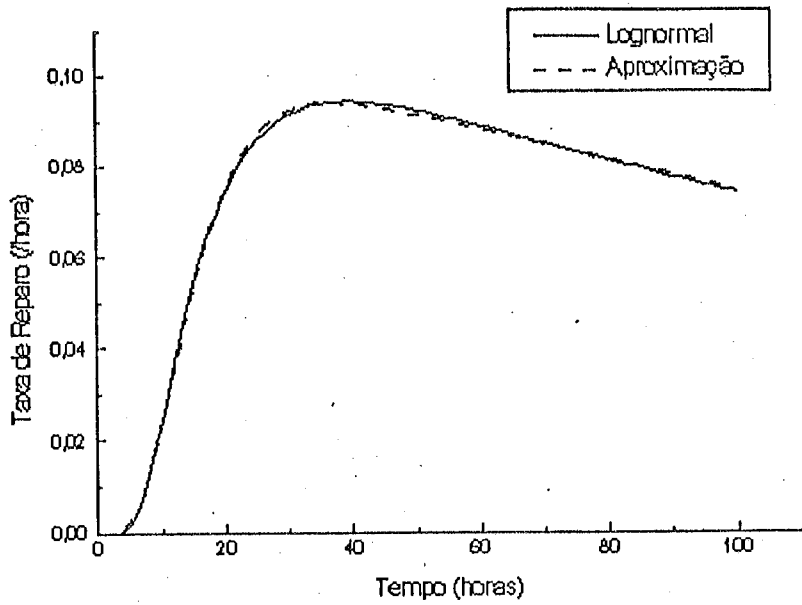


Figura (IV.27) - Taxa de reparo teórica da lognormal e aproximada para o caso de $T_M = 24$ h, e $DESV = 12$ h.

A Fig.(IV.28) apresenta a taxa de reparo teórica, isto é, gerada pela distribuição lognormal e a taxa de reparo aproximada, gerada pela combinação CESC DP, para o caso 2, o que fornece um tempo médio para efetuar um reparo de 168 horas.

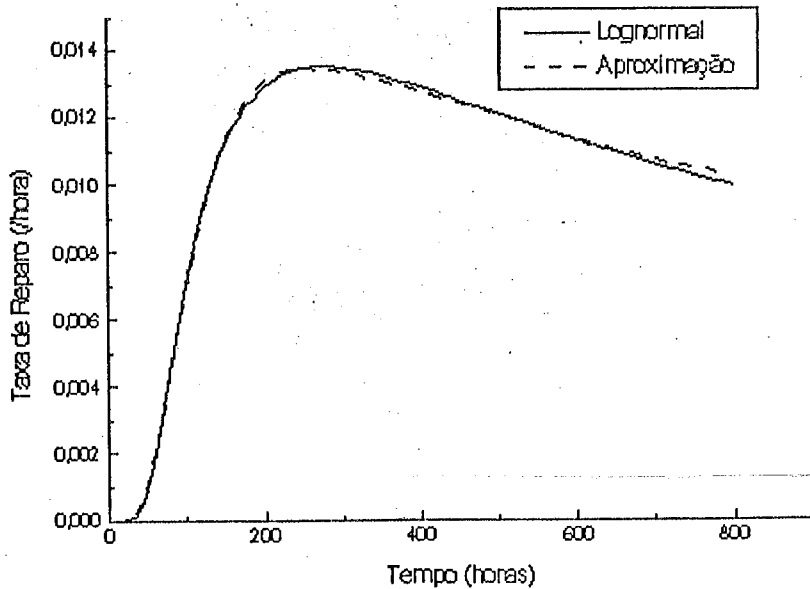


Figura (IV.28) - Taxa de reparo teórica da lognormal e aproximada para o caso de $T_M = 168$ h, e $DESV = 84$ h.

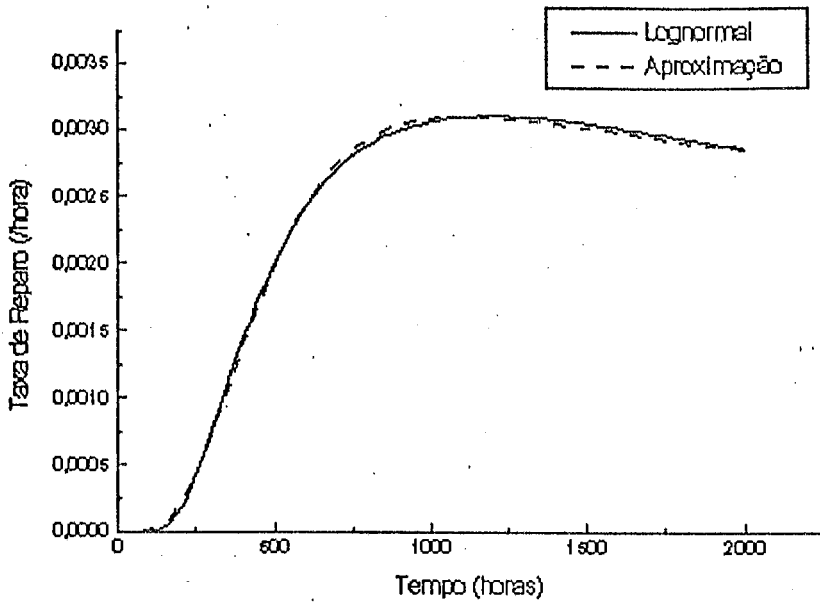


Figura (IV.29) - Taxa de reparo teórica da lognormal e aproximada para o caso de $T_M = 730$ h, e $DESV = 365$ h.

A Fig.(IV.29) apresenta a taxa de reparo teórica, isto é, gerada pela distribuição lognormal e a taxa de reparo aproximada, gerada pela combinação CESC DP, para o caso 3, o que fornece um tempo médio para efetuar um reparo de 730 horas.

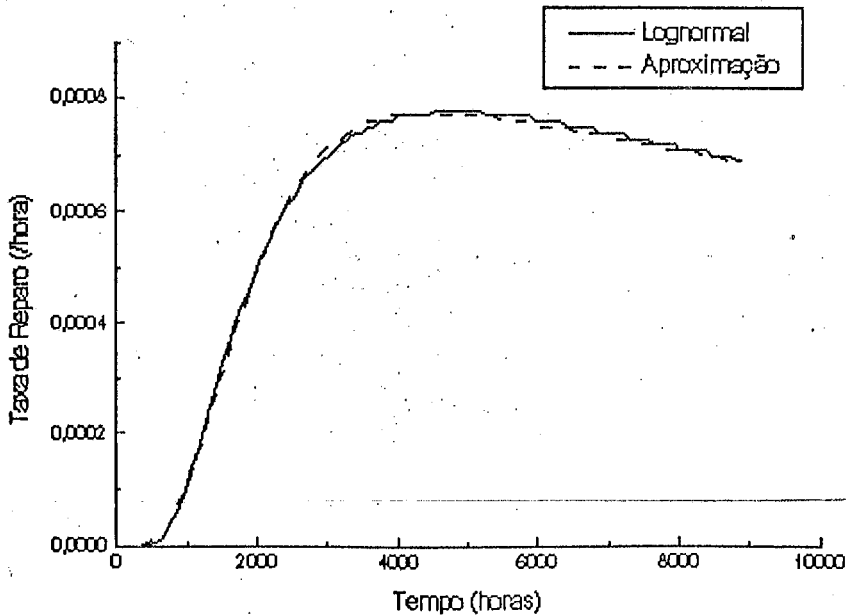


Figura (IV.30) - Taxa de reparo teórica da lognormal e aproximada para o caso de $T_M = 2920$ h, e $DESV = 1460$ h.

A Fig.(IV.30) apresenta a taxa de reparo teórica , isto é, gerada pela distribuição lognormal e a taxa de reparo aproximada, gerada pela combinação CESCDP, para o caso 4, o que fornece um tempo médio para efetuar um reparo de 2920 horas.

A utilização do método dos estágios para aproximar o comportamento da lognormal foi bastante eficiente, como pode ser visto nas Figuras (IV.27) a (IV.30). As figuras acima também mostram que a distribuição lognormal é ótima para representar os tempos de reparo, de acordo com o modelo inicialmente crescente seguido de uma tendência a um valor assintótico.

As Tabelas (IV.16) a (IV.21) apresentam dados relativos à frequência de acidentes de acordo com as diferentes políticas de reparo (*Online* e *Offline*) e intervalos entre teste τ_D , e também as influências dos diferentes valores da taxa de falha λ e de demanda, v .

As Tabelas (IV.16) e (IV.17) apresentam os resultados pertinentes à frequência de acidentes segundo o intervalo entre teste τ_D de 1 semana (0,0192 anos) considerando as duas políticas de reparo.

Tabela (IV.17) - Frequência de acidente para os casos analisados, com intervalo entre testes de 1 semana e reparo *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal.

		η (ano ⁻¹)			
λ (ano ⁻¹)	v (ano ⁻¹)	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1,0	1,0	9,4547 E-3	9,4885 E-3	9,4905 E-3	9,4905 E-3
	10,0	9,1442 E-2	9,4705 E-2	9,4905 E-2	9,4905 E-2
	25,0	2,1682 E-1	2,3606 E-1	2,3726 E-1	2,3726 E-1
10,0	1,0	8,9440 E-2	8,9753 E-2	8,9773 E-2	8,9773 E-2
	10,0	8,4604 E-1	8,4320 E-1	8,4304 E-1	8,4304 E-1
	25,0	2,0542	2,2328	2,2443	2,2443

Tabela (IV.18) - Frequência de Acidentes para os casos analisados, com intervalo entre testes de 1 semana e reparo *offline*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal.

λ (ano ⁻¹)	ν (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)			
		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1.0	1.0	9,4331 E-3	9,4312 E-3	9,4311 E-3	9,4311 E-3
	10.0	8,9392 E-2	8,9213 E-2	8,9203 E-2	8,9203 E-2
	25.0	2,0500 E-1	2,0400 E-1	2,0400 E-1	2,0393 E-2
10.0	1.0	8,9235 E-2	8,9204 E-1	8,9203 E-1	8,9203 E-1
	10.0	8,4604 E-1	8,4320 E-1	8,4304 E-1	8,4305 E-1
	25.0	1,9417	1,9258	1,9249	1,9249

As Tabelas (IV.18) e (IV.19) apresentam os resultados pertinentes à frequência de acidentes segundo o intervalo entre teste τ_D de 1 mês (0,08333 anos) considerando as duas políticas de reparo.

Tabela (IV.19) - Frequência de acidente para os casos analisados, com intervalo entre testes de 1 mês e reparo *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal.

λ (ano ⁻¹)	ν (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)			
		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1,0	1,0	3,9586 E-2	4,0017 E-2	4,0480 E-2	4,0520 E-2
	10,0	3,2567 E-1	3,6148 E-1	4,0149 E-1	4,0520 E-1
	25,0	6,2005 E-1	7,9109 E-1	9,9297 E-1	1,0130
10.0	1,0	3,1501 E-1	3,1787 E-1	3,2130 E-1	3,2163 E-1
	10,0	2,6481	2,8904	3,1859	3,2163
	25,0	5,1996	6,3934	7,8771	8,0405

TABELA IV.20 - Frequência de acidente para os casos analisados, com intervalo entre testes de 1 mês e reparo *offline*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal.

λ (ano ⁻¹)	v (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)			
		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1,0	1,0	3,9482 E-2	3,9450 E-2	3,9417 E-2	3,9414 E-2
	10,0	3,1729 E-1	3,1500 E-1	3,1257 E-1	3,1235 E-1
	25,0	5,8146 E-1	5,7325 E-1	5,6334 E-1	5,6234 E-1
10,0	1,0	3,1418 E-1	3,1324 E-1	3,1241 E-1	3,1235 E-1
	10,0	2,5797	2,5111	2,4466	2,4417
	25,0	4,8753	4,6073	4,3351	4,3121

As Tabelas (IV.20) e (IV.21) apresentam os resultados pertinentes à frequência de acidentes segundo o intervalo entre teste τ_D de 1 ano considerando as duas políticas de reparo.

Tabela (IV.21) - Frequência de acidente para os casos analisados, com intervalo entre teste de 1 ano e reparo *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal.

λ (ano ⁻¹)	v (ano ⁻¹)	η (ano ⁻¹)			
		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1,0	1,0	2,8786 E-1	2,9123 E-1	3,0330 E-1	3,3617 E-1
	10,0	8,8319 E-1	1,0077	1,4371	2,5240
	25,0	1,0328	1,4013	2,6654	5,8105
10,0	1,0	8,3036 E-1	8,3266 E-1	8,4085 E-1	8,6400 E-1
	10,0	4,9332	5,2982	6,2880	7,7860
	25,0	7,5318	9,3192	13,6222	18,9391

Tabela (IV.22) - Frequência de acidente para os casos analisados, com intervalo entre testes de 1 ano e reparo *offline*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal.

		η (ano ⁻¹)			
λ (ano ⁻¹)	v (ano ⁻¹)	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
1,0	1,0	2,8707 E-1	2,8585 E-1	2,8165 E-1	2,7156 E-1
	10,0	8,5968 E-1	8,4731 E-1	8,0475 E-1	6,9832 E-1
	25,0	9,6673 E-1	9,5105 E-1	8,9724 E-1	7,6306 E-1
10,0	1,0	8,2809 E-1	8,1720 E-1	7,7957 E-1	6,8446 E-1
	10,0	4,8019	4,4546	3,5149	2,1003
	25,0	7,0500	6,3243	4,5792	2,4260

O comportamento apresentado pela frequência de acidentes nas Tabelas (IV.17) a (IV.22) é semelhante ao caso em que a distribuição era gama ou de Weibull, isto é, ela apresenta um comportamento sensível à taxa de falha e à de demanda: quando estas duas aumentam, a frequência também aumenta. Já para a taxa de reparo, o seu comportamento é pouco evidenciado.

A Fig.(IV.31) apresenta a influência da taxa de demanda sobre a frequência de acidentes, já evidenciada nas Tabelas (IV.17) a (IV.22), é apresentada a análise para o caso 1, onde o tempo médio para reparar o canal é de 24 hrs, segundo as duas políticas de reparos adotadas.

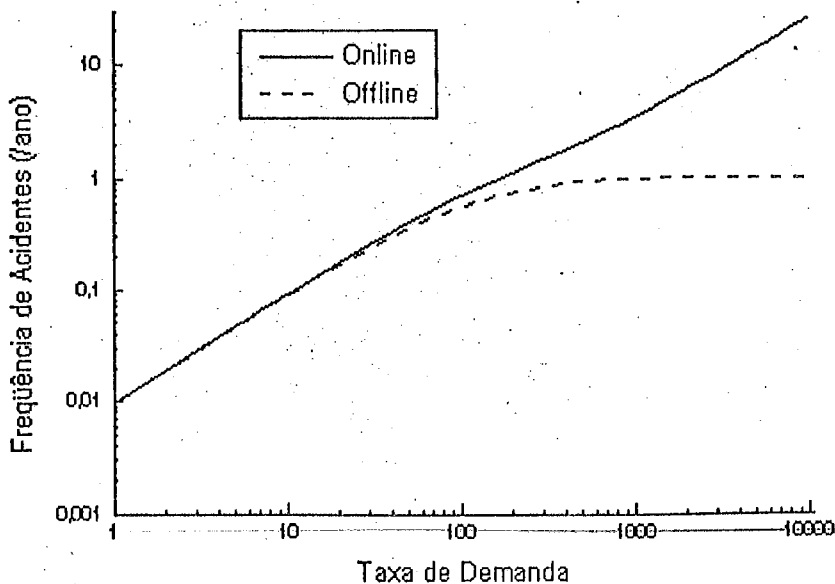


Figura (IV.31) - Frequência de acidentes em função da taxa de demanda, para o caso 1, a taxa de falha é de 1/ano e o intervalo entre teste é de 0.0192 ano (1 semana), sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal.

Na figura acima, observa-se a influência da política de reparo na frequência de acidentes; para altas taxas de demanda, o reparo *offline* atinge um valor assintótico, visto que o sistema é desligado para que o reparo seja efetuado. Quando o reparo é online, a frequência de acidentes é sempre crescente, visto que o reparo, neste caso, é efetuado com a planta em funcionamento. Entretanto, quando analisamos para os casos práticos em que a demanda na maioria dos casos não ultrapassa 20/ano, a política de reparo tem pouco efeito sobre a frequência de acidentes.

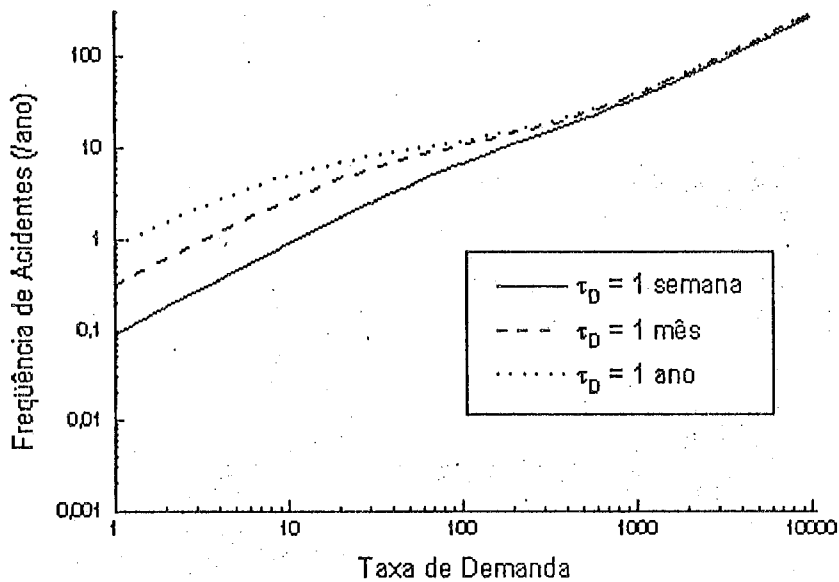


Figura (IV.32) - Frequência de acidentes em função do intervalo entre testes e da taxa de demanda, sobre o caso 1, política de reparo *online* e taxa de falha igual a 10/ano, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal.

As Figs.(IV.33) e (IV.34) apresentam a influência do intervalo entre teste τ_D , e da taxa de demanda sobre a frequência de acidentes; é analisado o caso 1, onde são avaliados a influência de três intervalos entre testes, no primeiro o valor de τ_D é de 1 semana (0.0192 ano), no segundo, é de 1 mês (0.08333 ano) e finalmente, o terceiro, 1 ano.

A influência apresentada pelo intervalo entre testes, é semelhante aos resultados obtidos para os casos em que as distribuições utilizadas foram a gama e a de Weibull.

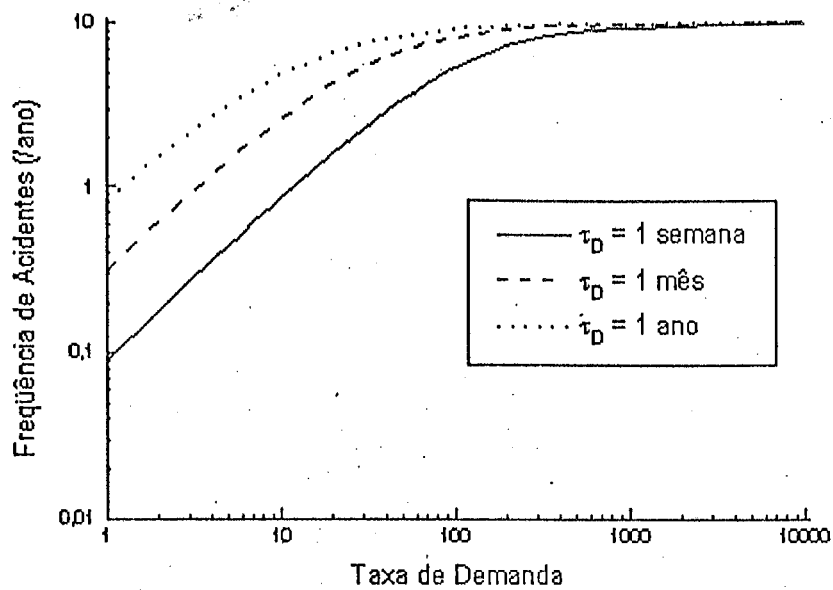


Figura (IV.33) - Frequência de acidentes em função do intervalo entre testes e da taxa de demanda, sobre o caso 1, política de reparo *offline* e a taxa de falha igual a 10/ano, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal.

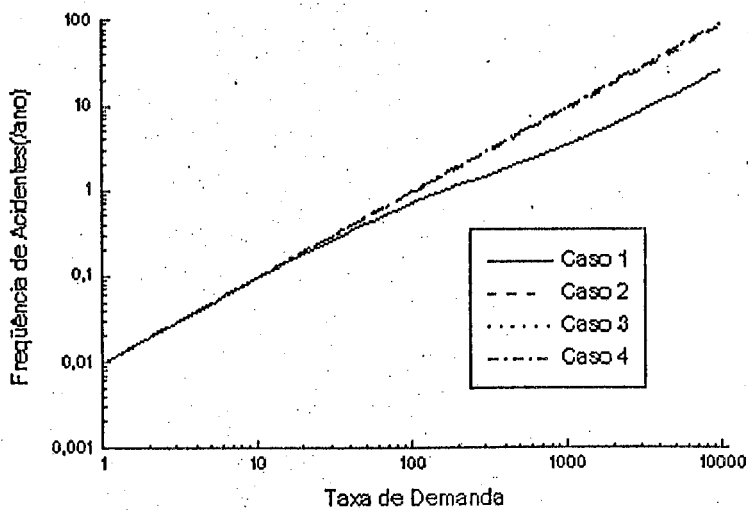


Figura (IV.34) - Influência da taxa de reparo na frequência de acidentes, considerando que o reparo é *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal.

A Figura (IV.34) mais uma vez confirma que a influência da taxa de reparo na frequência de acidentes é pouco pronunciada.

Como os dados apresentados neste capítulo se encontram agrupados por distribuição, fez-se necessário analisar comparativamente os principais resultados aqui obtidos. Esta análise é objeto do próximo capítulo.

DISCUSSÃO COMPARATIVA DOS RESULTADOS

V.1 - INTRODUÇÃO

Este capítulo tem por objetivo apresentar uma discussão comparativa dos resultados do Capítulo IV.

Inicialmente, discutimos os resultados gerados pelo método dos estágios para aproximar as distribuições gama, lognormal e de Weibull, utilizadas como distribuições de tempos de reparo.

Finalmente, discutimos os resultados gerados para a análise da frequência de acidentes para as três distribuições anteriormente citadas, onde são consideradas a influência da taxa de demanda, do intervalo entre testes e do reparo.

V.2 - APROXIMAÇÃO DAS DISTRIBUIÇÕES DOS TEMPOS DE REPARO PELO MÉTODO DOS ESTÁGIOS

Para efetuarmos a discussão pertinente aos resultados obtidos pelo método dos estágios para aproximar as distribuições gama, lognormal e de Weibull, utilizamos as Figs. (V.1), (V.2) e (V.3). Estas figuras foram geradas para os primeiros casos analisados de cada distribuição, isto é, com a média de 24 hr.

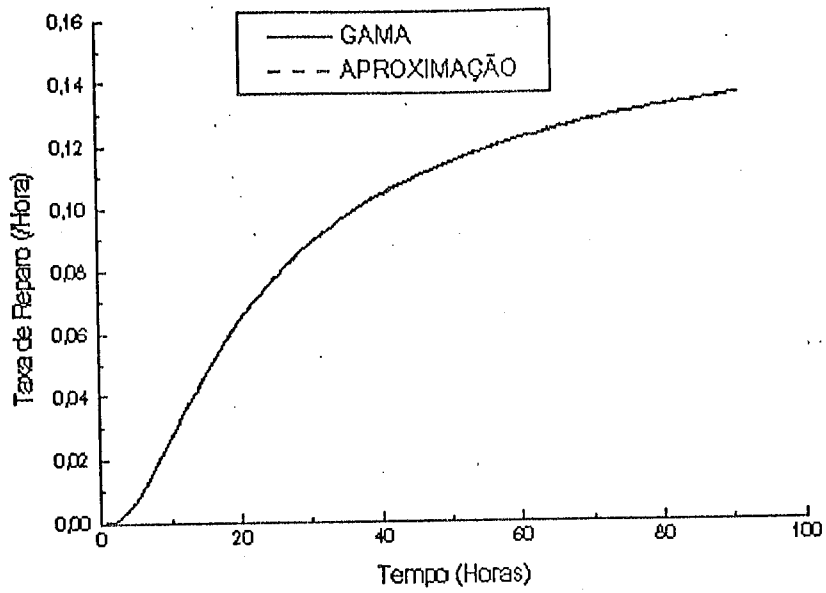


Figura (V.1) - Taxa de reparo teórica e aproximada para o caso de $T_M = 24$ h, e $DESV = 12$ h, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama.

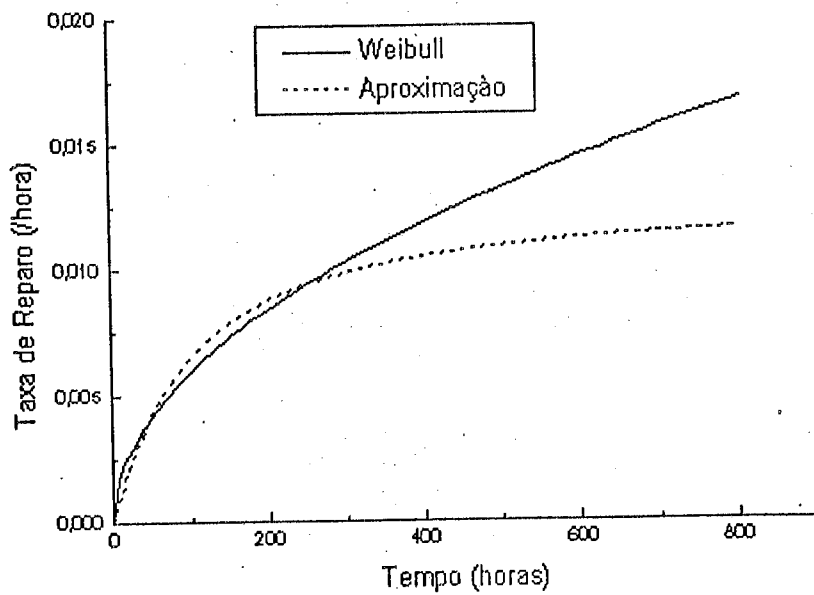


Figura (V.2) - Taxa de reparo gerada pela distribuição Weibull e pela aproximação CESTTI, para o caso 2.

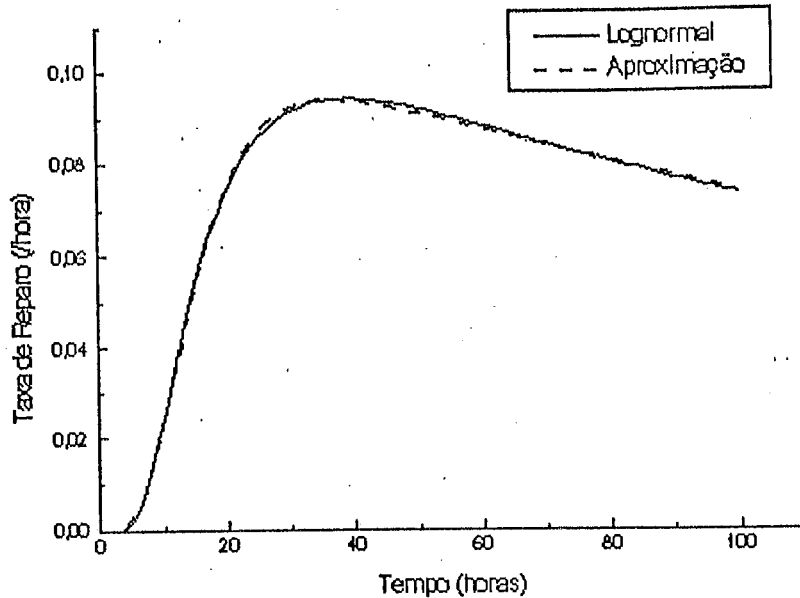


Figura (V.3) - Taxa de reparo teórica da lognormal e aproximada para o caso de $T_M = 24$ h, e $DES_V = 12$ h.

Através da análise das três figuras apresentadas, têm-se idéia da eficiência do método dos estágios na aproximação das distribuição aqui analisadas. Como pode ser observado, a aproximação pelo método dos estágios mostrou-se bastante eficiente para os casos em que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal e gama, enquanto que para o caso em que os tempos de reparo seguem uma distribuição de Weibull, a sua eficiência foi menor. Esta menor eficiência na aproximação da distribuição de Weibull era esperada, visto que a combinação CESTTI tem como função distribuição a gama; portanto aproximamos uma distribuição de Weibull por uma gama equivalente.

Analisando o comportamento das três distribuições utilizadas, quanto à forma da taxa de reparo por elas geradas, observou-se que a distribuição lognormal foi a que melhor apresentou o comportamento esperado para a taxa de reparo, isto é, comportamento inicial crescente seguido de um comportamento assintótico. Portanto, a distribuição lognormal seria a distribuição recomendada para análise de sistema reparáveis em que a taxa de reparo dependente do tempo.

V.3 - INFLUÊNCIA DA TAXA DE DEMANDA E DO INTERVALO ENTRE TESTE NA FREQUÊNCIA DE ACIDENTES

Para iniciarmos esta discussão, apresentaremos as figuras (V.4), (V.5) e (V.6), e a política de reparo adotada neste caso é *online*.

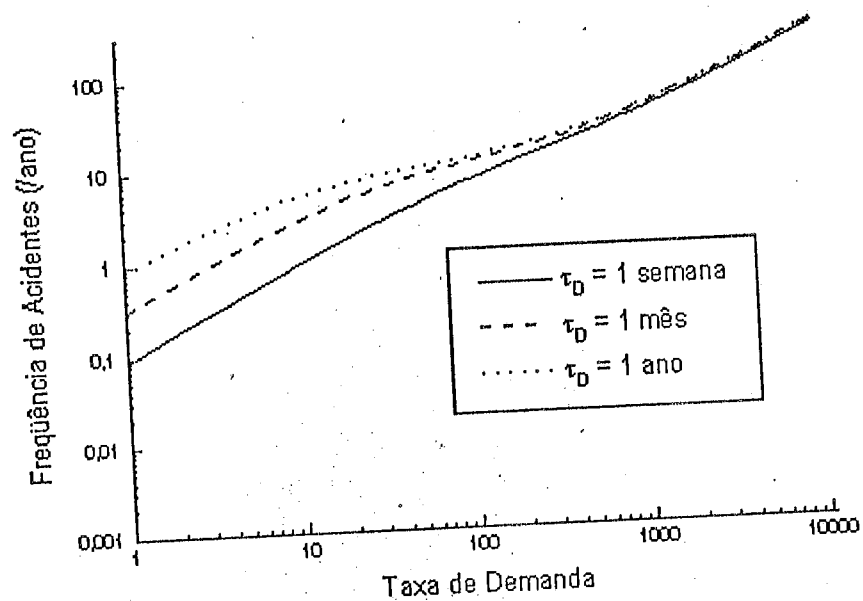


Figura (V.4) - Frequência de acidentes em função do intervalo entre teste e da taxa de demanda, para o caso 1, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama e o reparo é *online*.

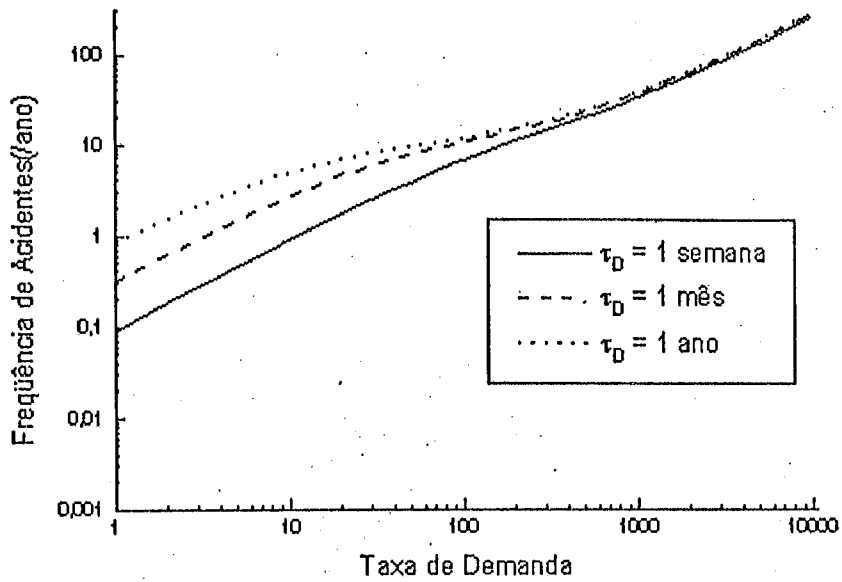


Figura (V.5) - Frequência de acidentes em função do intervalo entre teste e da taxa de demanda, para o caso 1, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição Weibull e a política de reparo é *online*.

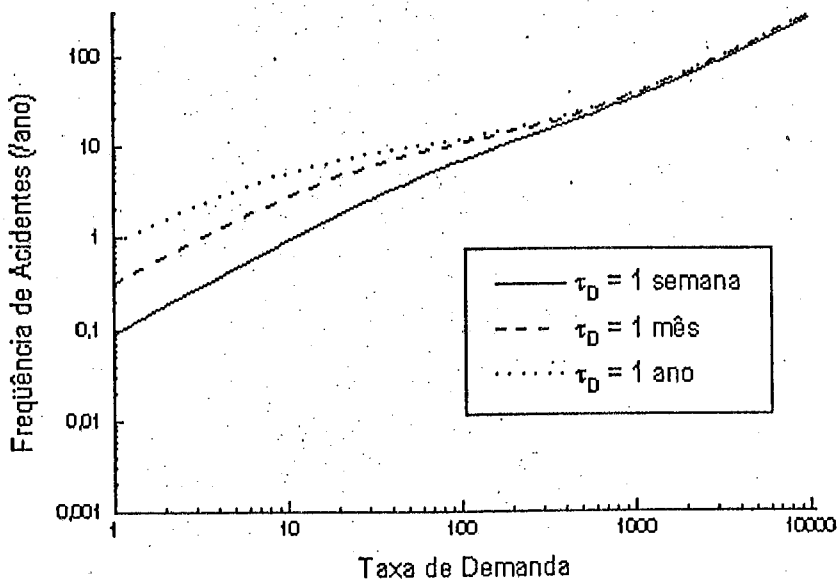


Figura (V.6) - Frequência de acidentes em função do intervalo entre teste e da taxa de demanda, sobre o caso 1, política de reparo *online* e a taxa de falha é de 10/ano, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal.

Analisando a influência do intervalo entre teste na frequência de acidentes, observa-se que este apresenta uma contribuição apreciável para o aumento ou diminuição da frequência de acidentes. Este fato é bastante evidente quando se observa a influência do intervalo entre testes na faixa de demanda que ocorre na maioria dos casos prático, que é da ordem de 10 por ano. Portanto, dentro desta faixa, como pode ser observado, à medida em que se diminui o intervalo entre testes, menor será a frequência de acidentes. Entretanto, o intervalo entre testes não pode ser muito pequeno, porque ao realizar um teste o canal fica ausente; sendo o intervalo muito pequeno o número de testes torna-se muito grande, aumentando a o tempo em que o canal fica ausente, o que, conseqüentemente, aumenta a frequência de acidentes.

V.4 - INFLUÊNCIA DAS TAXAS DE REPARO E DAS DISTRIBUIÇÕES DOS TEMPOS DE REPARO ANALISADAS NA FREQUÊNCIA DE ACIDENTES

Para efetuarmos esta discussão, inicialmente apresentamos as figuras (V.7), (V.8) e (V.9), onde a política de reparo adotada é *online*.

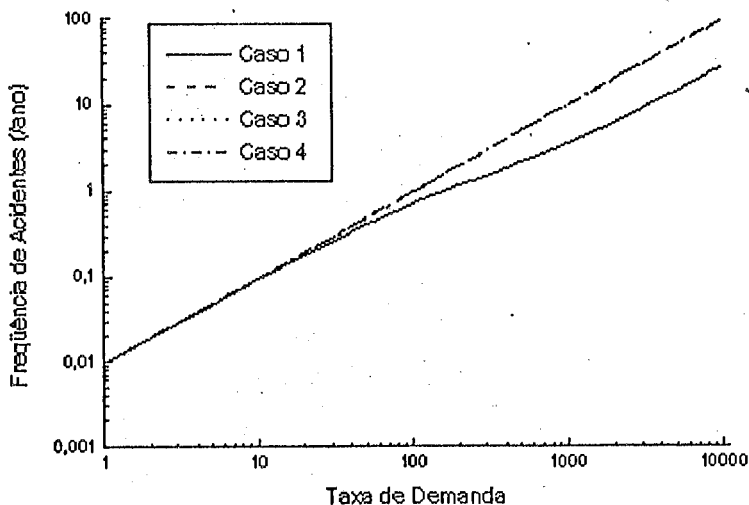


Figura (V.7) - Influência das taxas de reparo e de demanda sobre a frequência de acidentes da instalação de processo equipada com um canal de proteção onde o reparo é feito *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição gama.

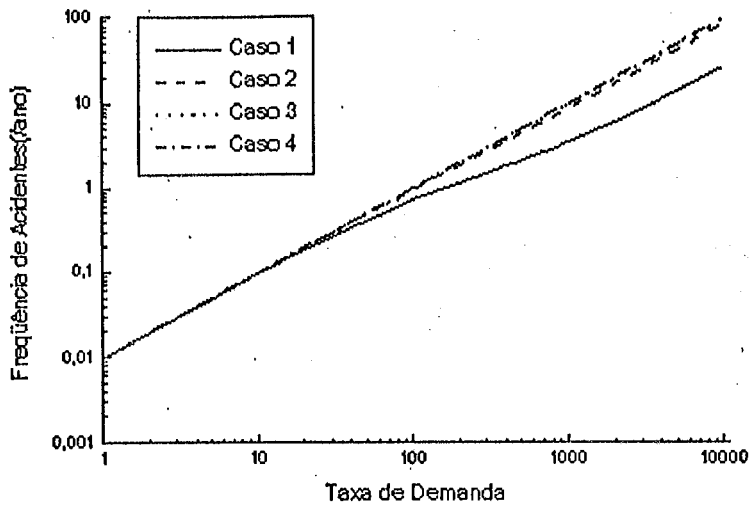


Figura (V.8) - Frequência de acidentes em função da demanda e da taxa média de reparo para os casos 1, 2, 3 e 4, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição Weibull e a política de reparo é *online*.

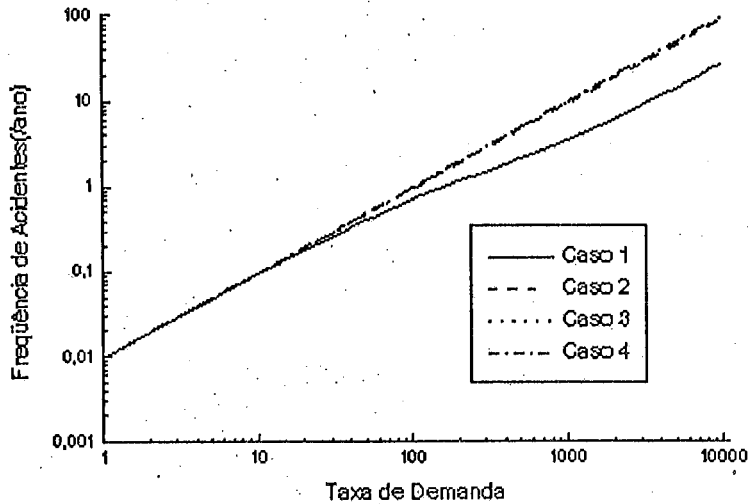


Figura (V.9) - Influência das taxas de reparo na frequência de acidentes, considerando que o reparo é *online*, sendo que os tempos de reparo seguem uma distribuição lognormal.

Analisando as figuras acima, onde são consideradas a influência das quatro médias dos tempos de reparo e das diferentes distribuições dos tempos de reparo utilizadas neste trabalho, observa-se que a contribuição do reparo bem como da distribuição dos tempos deste para a frequência de acidentes é muito pequena. Esta influência somente é percebida quando se analisa as tabelas apresentada no Capítulo IV, como a Tabela (IV.16). Comparando o caso 1 em que o tempo média para reparar o canal é de 24 horas, com o caso 2 em que o tempo médio para reparar é de 168 horas, a variação observada na frequência de acidentes é muito pequena, isto confirma o fato de que a frequência de acidentes é pouco sensível a taxa de reparo.

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O objetivo deste trabalho foi apresentar uma metodologia para a análise da indisponibilidade de um canal de proteção, onde os tempos de reparo seguem uma distribuição não-exponencial.

A metodologia empregada foi a do método dos estágios; consiste na divisão de um estado em que os tempos de permanência neste não seguem uma distribuição exponencial em um conjunto de estágios, onde cada estágio é exponencialmente distribuído. Portanto, este método transforma um processo não markoviano em um markoviano equivalente.

A primeira etapa deste trabalho, consistiu no desdobramento em estágios das principais distribuições dos tempos reparo. Para efetuar esta etapa, desenvolveram-se 5 programas em computador: GAMA, LOGNOR, WEIBULL, SÉRIE e CAPALN; os três primeiros, simulam as características das distribuições utilizadas, enquanto os dois últimos geram as características das combinações CESTTI e CEISCDP, respectivamente.

A combinação CESTTI foi utilizada para simular as distribuições gama e Weibull e a CEISCDP para simular a distribuição lognormal.

Quanto à aproximação pelo método de estágios, esta se mostrou bastante eficiente para aproximar as distribuições gama e lognormal, enquanto que sua aproximação para a distribuição de Weibull não foi tão boa.

O método dos estágios apresenta como vantagem a simplificação matemática com que o problema é tratado, pois os modelos obtidos na maioria dos casos representam com grande eficiência o comportamento do estado real. A sua desvantagem pode estar relacionada com a baixa eficiência apresentada por algumas aproximações, como a que ocorreu com a distribuição de Weibull.

Entretanto, deve-se ressaltar, que neste trabalho, foram aproximados apenas os casos em a taxa de transição possuíam um comportamento inicial crescente seguido de um assintótico.

Quanto aos tipos de combinações estudadas e apresentada no apêndice A, uma das restrições encontradas é de que os estágios devem ser combinados de forma a terem o menor número de parâmetros possíveis, isto é, os estágios combinados devem ser sempre iguais quando ocupam uma mesma série. Quando em uma mesma série utilizamos estágios diferentes, obtemos um grande número de parâmetros a serem determinados e conseqüentemente um número maior de equações a serem resolvidas para determinação do atributo de confiabilidade do sistema.

A segunda etapa deste trabalho, consistiu na avaliação da freqüência de acidentes de uma instalação de processo equipada com um canal de proteção. Para efetua-la, foram desenvolvidos dois programas, CAFA e FAFD.

Para testar a validade dos programas desenvolvidos, analisou-se o caso em que os tempos de reparo seguiam uma distribuição exponencial, para o qual existem dados publicados na literatura. Em seguida, foram analisados os casos em que os tempos de reparo seguiam uma das distribuições a seguir: gama, de Weibull ou lognormal.

A modificação introduzida no modelo de análise, em comparação com os publicados na literatura, consistiu na utilização de distribuições não-exponenciais para os tempos de reparo, tendo sido também considerada a possibilidade do reparo do canal ser imperfeito.

Quanto às distribuições dos tempos de reparo, a lognormal foi a que melhor gerou a taxa de reparo desejada, isto é, com um comportamento inicial crescente seguido de um assintótico.

As análises desenvolvidas para os casos de interesse mostraram que, efetivamente, a aproximação por estágios é uma boa opção para simplificar a determinação da freqüência de acidentes de um único canal de proteção, considerando que os tempos de reparo não seguem uma distribuição exponencial.

Para ilustrar a metodologia apresentada, considerou-se que os tempos de reparo do canal de proteção seguiam as três distribuições anteriormente apresentadas, para os quais foram utilizados dados típicos.

Os cálculos efetuados nesta etapa, mostraram-se bastante coerentes, visto que a frequência anual de acidentes comportou-se de modo semelhante em relação aos resultados encontrados na literatura, isto é, para o reparo *online*, a frequência de acidentes mostrou-se monotonicamente crescente, enquanto que para o reparo *offline*, ela atinge um valor assintótico para altos valores da taxa de demanda.

Foram analisados a influência da taxa de reparo, da taxa de falha, da taxa de demanda e do intervalo entre testes sobre a frequência de acidentes, segundo duas políticas de reparo: *online* e *offline*.

Entretanto, o comportamento da frequência de acidentes em relação à taxa de reparo, é pouco pronunciada, como se pôde observar nos casos apresentados no capítulo IV, em que se analisou a influência de diversas médias de tempos de reparo e de diferentes distribuições dos tempos de reparo.

Como mostrado por Oliveira & Amaral Netto (1987), a frequência de acidentes não é muito sensível à taxa de reparo do canal e, segundo McCormick (1981), a aproximação pela taxa de reparo constante é inadequada apenas na fase transiente, na maioria dos casos, esta dura em torno de 3 tempos médios entre reparo (MTTR). Os resultados gerados neste trabalho vêm comprovar estas afirmações, visto que a adoção de uma distribuição não-exponencial para os tempos de reparo não apresentou uma variação sensível na frequência de acidentes.

Observamos que a frequência de acidentes apresenta comportamento sensível frente às taxas de falha e de demanda, e como dito anteriormente, a influência do reparo é muito pequeno.

Observando a influência do intervalo entre teste na frequência anual de acidentes, nota-se que dentro de uma faixa que vai de 1 a 200 demandas, a influência é bastante pronunciada. Entretanto, devemos ressaltar o fato de que na maioria dos casos práticos as demandas geralmente não são superiores a 20 por ano, e nesta faixa a importância do intervalo entre teste é muito grande como observamos no Capítulo IV. Como também foi observado, à medida em que se diminui o intervalo, observa-se o mesmo efeito sobre a frequência de acidentes, mas deve-se lembrar que ao se efetuar um teste o canal fica ausente e se uma demanda ocorrer durante a execução de um teste, o acidente será inevitável. Portanto, para escolher o intervalo ideal, a política de teste a ser escolhida tem que ser aquela em que não se efetuará um número excessivo de testes, pois o equipamento de proteção não pode ficar inoperante por muito tempo, sob pena de aumentar a indisponibilidade média do canal.

Quanto ao método dos estágios, a sua potencialidade é bastante evidente, visto que, ao se adotar uma distribuição não-exponencial, o processo passa a apresentar memória e isto acarreta uma dependência das ações anteriormente ocorridas o que, do ponto de vista do processo markoviano, é inviável; entretanto, utilizando este método, o problema apresentado pela adoção da distribuição não-exponencial é simplificado em um conjunto de processos markovianos, os quais são de fácil solução.

Como forma de tornar mais prático e útil o emprego do método dos estágios recomenda-se a sua utilização na análise de sistemas com mais de uma canal de proteção, para aproximar a taxa de falha na região de envelhecimento e também modelar os casos em que as falhas de causa comum são consideradas.

A utilização do método dos estágios na análise de sistemas com mais de um canal de proteção é recomendada para estender os cálculos aqui efetuados de modo a verificar a versatilidade do método e sistematizar a aproximação pelo mesmo.

A aplicação do método dos estágios é recomendada na análise da confiabilidade de sistemas, nos casos em que a taxa de falha encontra-se na região de envelhecimento ou desgaste (taxa de falha crescente); esta taxa de falha é dependente do tempo e pode ser causada pela dependência no tempo do processo de degradação do sistema, como por exemplo o desgastes físico em sistemas mecânicos e eletro-mecânicos.

Recomenda-se também analisar o sistema de proteção com tempos de reparo não-exponenciais e também para o caso em que a taxa de falha é dependente do tempo, através do método das variáveis suplementares, visto que, assim obtém-se uma solução analítica. Esta análise é recomendada com o objetivo de se comparar a eficiência deste método em relação ao método dos estágios.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BILLINTON, R. & ALLAN, R. N. (1983)

Reliability Evaluation of Engineering System: Concepts and Techniques, Plenum Press, New York.

CLARKE, A. B. & DISNEY, R. L. (1979)

Probabilidade e Processos Estocásticos, LTC Editora S/A, Rio de Janeiro.

COSTA NUNES, M. E., AMARAL NETTO, J. D. & FRUTUOSO E MELO, P. F. (1994)

Utilização do Método dos Estágios na Análise da Indisponibilidade de um Canal de Proteção com Tempos de Reparo Não-Exponenciais, Anais do V Congresso Geral de Energia Nuclear, ABEN, Rio de Janeiro, pp.41-46.

COX, D.R. & MILLER, H.D. (1965)

The Theory of Stochastic Process, Methuen & Co. Ltd, London.

COX, D.R. & SMITH, W.L. (1961)

Queues, Methuen & Co. Ltd, London.

EMOTO, S.E. & SCHAFER, R.E. (1980)

On the Specification of Repair Time Requirements, IEEE Transactions on Reliability, Vol. R29, No. 1, pp. 13-16, April.

FRUTUOSO E MELO, P.F.F. (1992)

Sobre a Aplicação de Processos Semi-Markovianos à Análise da Indisponibilidade de Sistema de Proteção do Tipo Lógica de Votação, Tese D.Sc., U.F.R.J., Rio de Janeiro, Dezembro.

FRUTUOSO E MELO, P.F.F., LIMA, J.E.P., AMARAL NETTO, J.D., OLIVEIRA, L.F. & YOUNGBLOOD, R. (1989)

Análise de Confiabilidade de Sistemas de Proteção, II Encontro Técnico sobre Engenharia de Confiabilidade, ETEC II, pp. 8.0-8.16, Petrobrás, Rio de Janeiro, RJ

IAEA-TECDOC-590 (1991)

Case Study on the use of PSA Methods: Determining Safety Importance of Systems and Components at Nuclear Power Plants, International Atomic Energy Agency -IAEA, April, Vienna.

KLETZ, T.A. (1985)

Eliminating Potential Process Hazards, Chem. Engineering, Vol. 92, No. 7, pp.48-68.

LAWLEY, H.G. & KLETZ, T.A. (1975)

High-Pressure-Trip System for Vessel Protection, Chem. Engineering, Vol 82, may 12, pp.81.

LEES, F.P. (1982)

A General Relation for the Reliability of A Single-Channel Trip System, Reliability Engineering, Vol. 3, No.1, pp. 1-12

LEWIS, E. E. (1987)

Introduction to Reliability Engineering, John Wiley & Sons,

MALAIYA, Y. K. & SU, S.Y.H. (1982)

Analysis of an Important Class of Non-Markov Systems. IEEE Transactions on Reliability, Vol. R-31, No. 1, pp.64-68, April.

McCORMICK, N. J. (1981)

Reliability and Risk Analysis, Methods and Nuclear Power Applications, Academic Press, New York.

MONTGOMERY, D. C. & RUNGER, G.C. (1994)

Applied Statistics and Probability for Engineers, John Willey & Sons, Inc., New York

MUTH, E. J. (1965)

Reliability of a System having Standby Spare Multiple-Repair Capability, IEEE International Convention Record, Vol. 13, Part 10, Components, Productions and Reliability, pp. 9-15.

OLIVEIRA, L.F. & AMARAL NETTO, J.D. (1987)

Influence of the Demand Rate and Repair Rate on the Reliability of Single-Channel protective Systems, Reliability Engineering, Vol.17, N° 4, pp.267-276.

OLIVEIRA.L.F., YOUNGBLOOD, R. & FRUTUOSO E MELO, P. F. (1990)

Hazard Rate of a Plant Equipped with a Two-Channel Protective System Subject to a Hight demand Rate, Reliability Engineering and System Safety, Vol 28, No. 1, pp 35-58.

SHOOMAN, M.L. (1990)

Probabilistic Reliability an Engineering Approach, 2nd edition, Robert E. Krieger Publishing Company, Malabar, Florida.

SINGH, C. & BILLINTON, R. (1977)

System Reliability Modelling and Evaluation, Hutchinson & Co. Publishers, London, UK.

SINGH, C., BILLINTON, R. & LEE, S. Y. (1977)

The method of Stages for Non-Markov Models, IEEE Transactions on Reliability, Vol. R26, No. 2, pp.135-137, June.

SINGH, C., BILLINTON, R. & LEE, S.Y. (1973)

Reliability Modeling Using the Device of Stages, PICA Proceedings, pp. 22-30.

SINGH, C.& BILLINTON, R. (1972)

Reliability Modelling in System with Non-Exponential Down Time Distribution, IEEE Transaction PAS-90, pp. 790 - 800.

SOONG, T.T. (1981)

Probabilistic Modelling and Analysis in Science and Engineering, John Willey & Sons, New York.

WELL,G.L. (1980)

Safety in Process Plant Design, George Godwin Limited in association with the Institution of Chemical Engineers, London.

APÊNDICE A

COMBINAÇÕES DE ESTÁGIOS

As combinação de estágios desenvolvidas a seguir, são utilizadas para aproximar um estados que é não-exponencialmente distribuído, estados 2 da Fig.(A.1), por uma combinação de estágios, onde cada estágio é exponencialmente distribuído. Esta figura apresenta um diagrama de transição de estados de um sistema composto apenas por dois estados, o estados 1 que representa o estados de funcionamento e o 2 que representa o estados falho, sendo que o tempo de permanência neste estados não é exponencialmente distribuído.

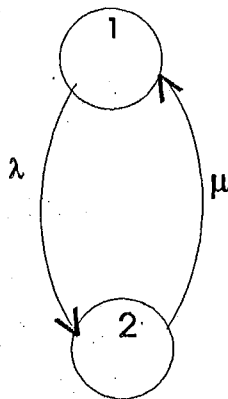
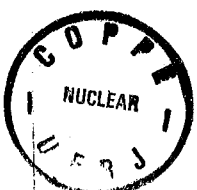


Figura (A.1) - Diagrama de transição de estados para um sistema que possui dois estados, 1 o estados de funcionamento e 2 o estados falho.

As análises das combinações de estágios seguem a metodologia apresentada no Capítulo II, tais como obtenção das funções de probabilidade da combinação, avaliação dos momentos da combinação e avaliação da taxa de transição (que neste caso refere-se a taxa de reparo).



A.1 - COMBINAÇÃO DE ESTÁGIOS EM SÉRIE

A primeira combinação de estágios a ser apresentada é a combinação CESTTI, isto é, combinação dos estágios em série com taxas de transições iguais.

A Fig.(A.2) apresenta o diagrama de transição de estados gerado pela combinação CESTTI para representar o estados 2 da Fig.(A.1), o qual não exponencialmente distribuído, por uma combinação de α estágios em série, onde o estados 1 representa o estados funcionamento do sistema e os estágios de 1 a α representam o estados falho.

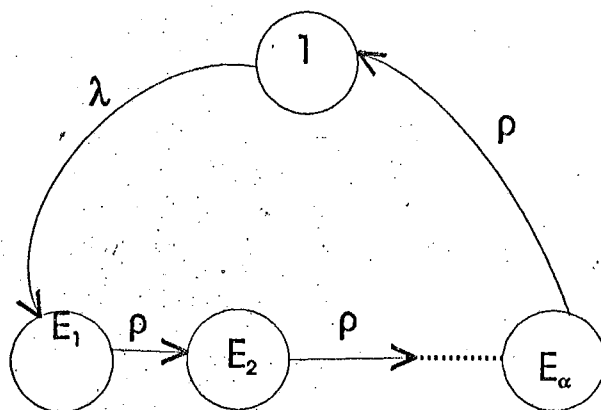


Figura (A.2) - Diagrama de transição de estados para combinação de estágios em série, combinação CESTTI.

A seguir são apresentadas a forma como as funções densidade, função manutenibilidade e taxa de transição foram obtidas.

Seja o estados 0 da Fig.(A.3) o estados equivalente a combinação dos estágios em série, assume-se que suas transições terminem em um estados absorvedor A.

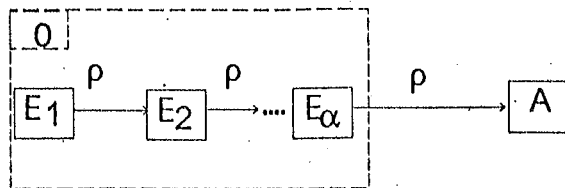


Figura (A.3) - Diagrama de transição de estados da combinação de estágios em série para obtenção das funções de probabilidade.

A função densidade deste caso é dado pela Eq.(II.27), que é:

$$f_0(x) = \rho P_{E_\alpha}(x) \quad (\text{A.1})$$

onde $P_{E_\alpha}(x)$ é a probabilidade de ocorrência do α -ésimo estágio.

A função manutenibilidade (F_m), é dada por:

$$F_m(x) = 1 - \sum_{i=1}^{\alpha} P_{E_i}(x) \quad (\text{A.2})$$

onde P_{E_i} , ($i = 1, 2, 3, \dots, \alpha$) é a probabilidade de ocorrência do i -ésimo estágio.

A função taxa de transição (taxa de reparo), é dada por:

$$\phi(x) = \frac{f_0(x)}{1 - F_m(x)} \quad (\text{A.3})$$

As equações diferenciais para o sistema da Fig.(A.3) são:

$$\frac{dP_{E_1}(x)}{dx} = -\rho P_{E_1} \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{dP_{E_2}(x)}{dx} = \rho P_{E_1}(x) - \rho P_{E_2}(x) \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{dP_{E_3}}{dx} = \rho P_{E_2}(x) - \rho P_{E_3}(x) \quad (\text{A.6})$$

e por indução, temos:

$$\frac{dP_{E_\alpha}(x)}{dx} = \rho P_{E_{\alpha-1}}(x) - \rho P_{E_\alpha}(x) \quad (\text{A.7})$$

Aplicando a transformada de Laplace nas equações anteriores e assumindo a condição da Eq.(A.8)

$$P_{E_1}(0) = 1 \quad e \quad P_{E_2}(0) = P_{E_3}(0) = \dots = P_{E_\alpha}(0) = 0 \quad (\text{A.8})$$

temos:

$$P_{E_1}(s) = \frac{1}{(s + \rho)} \quad (\text{A.9})$$

$$P_{E_2}(s) = \frac{\rho}{(s+\rho)^2} \quad (\text{A.10})$$

$$P_{E_3}(s) = \frac{\rho^2}{(s+\rho)^3} \quad (\text{A.11})$$

e por indução temos:

$$P_{E_\alpha}(s) = \frac{\rho^{\alpha-1}}{(s+\rho)^\alpha} \quad (\text{A.12})$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace na Eq.(A.12) e substituindo na Eq.(A.1), temos:

$$f(x) = \frac{\rho(\rho x)^{\alpha-1} e^{-\rho x}}{(\alpha-1)!} \quad (\text{A.13})$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace nas Eqs.(A.9) a (A.12) e substituindo na Eq.(A.2), temos a função manutenibilidade:

$$F_m(x) = 1 - e^{-\rho x} \sum_{i=1}^{\alpha} \frac{(\rho x)^{i-1}}{(i-1)!} \quad (\text{A.14})$$

A função taxa de transição (taxa de reparo) é obtida pela substituição da Eq.(A.13) e (A.14) na Eq.(A.3), então:

$$\phi(x) = \frac{\rho(\rho x)^{\alpha-1} e^{-\rho x} / (\alpha-1)!}{e^{-\rho x} \sum_{i=1}^{\alpha} (\rho x)^{i-1} / (i-1)!} \quad (\text{A.15})$$

O primeiro momento é obtido através da aplicação da Eq.(II.48) na transformada de Laplace da Eq.(A.13), então:

$$\bar{f}^1(0) = \left. \frac{d\bar{f}(s)}{ds} \right|_{s=0} = -\alpha/\rho \quad (\text{A.16})$$

Substituindo a Eq.(A.16) na Eq.(II.42), tem-se o primeiro momento:

$$m_1 = (-1)^1 (-\alpha/\rho) = \alpha/\rho \quad (\text{A.17})$$

Para calcular a segunda derivada, aplica-se novamente a Eq.(II.43) na transformada de Laplace da Eq.(A.13)

$$\bar{f}^2(0) = \left. \frac{d^2 \bar{f}(s)}{ds^2} \right|_{s=0} = \frac{\alpha(\alpha+1)}{\rho^2} \quad (\text{A.18})$$

substituindo a Eq.(A.18) na Eq.(II.42), temos:

$$m_2 = (-1)^2 \left(\frac{\alpha(\alpha+1)}{\rho^2} \right) = \frac{\alpha(\alpha+1)}{\rho^2} \quad (\text{A.19})$$

Para avaliar o n -ésimo momento, tem-se

$$m_n = \frac{1}{\rho^n} \prod_{k=1}^n (\alpha + k - 1) \quad (\text{A.20})$$

Aplicando a condição (i) apresentada no Capítulo II, para a avaliação da taxa de transição na Eq.(A.15), obtém-se a taxa de reparo na origem:

$$\phi(0) = 0 \quad (\text{A.21})$$

Aplicando a condição (ii) na Eq.(A.15), obtém-se a derivada da taxa de reparo na origem, isto é, a sua inclinação inicial.

$$\begin{aligned} \phi'(0) &= \lim_{s \rightarrow \infty} s \left[s \left(\frac{\rho}{s + \rho} \right)^\alpha - 0 \right] + 0 \\ &= \rho^\alpha \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Aplicando a condição (iii) na Eq.(A.15), determina-se o comportamento da taxa de reparo quando o tempo de reparo tende a infinito:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) &= \frac{\rho(\rho x)^{\alpha-1} e^{-\rho x} / (\alpha-1)!}{e^{-\rho x} \sum_{i=1}^{\alpha} (\rho x)^{i-1} / (i-1)!} \\ &= \rho \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

A seguir apresentamos a obtenção das funções de probabilidade para o segundo tipo de combinação em série, a dos estágios em série com diferentes taxas de transições, CESDTT.

A Fig.(A.4) apresenta o diagrama de transição de estados utilizando a aproximação da combinação de estágios em série com diferentes taxas de transição p_i , ($i=1,2,3,\dots,n$) entre estágios, para o estados 2 do sistema da Fig.(A.1).

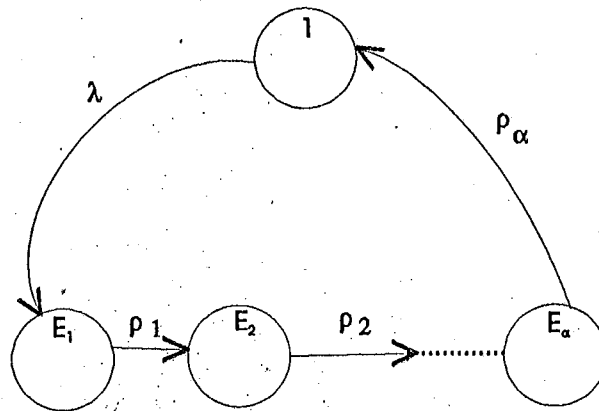


Figura (A.4) - Diagrama de transição de estados para a aproximação do estado 2 do sistema da Fig.(A.1), pela combinação CESDTT.

As funções de probabilidade da combinação são obtidas a seguir.

Seja o estados 0 o equivalente a combinação dos estágios em série com diferentes taxas de transição entre os respectivos estágios. Assume-se que as transições terminam em um estados absorvedor A e que o tempo de permanência em cada estágio é exponencialmente distribuído.

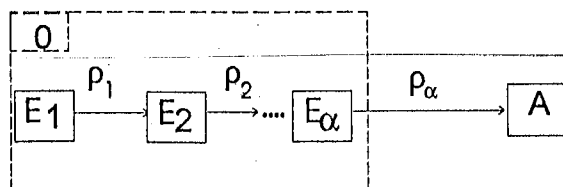


Figura (A.5) - Diagrama de transição de estados da combinação dos estágios em série com diferentes taxas de transição entre estágios, para obtenção das funções de probabilidade.

A função densidade de probabilidade (f.d.p.) para a combinação da Fig(A.5) é dada por:

$$f_0(x) = \rho_\alpha P_{E_\alpha}(x) \quad (\text{A.24})$$

A função distribuição de probabilidade e a taxa de transição (taxa de reparo), são obtidas respectivamente de acordo com as Eqs. (A.2) e (A.3).

As equações diferenciais para o sistema da Fig.(A.5), são:

$$\frac{dP_{E_1}(x)}{dx} = -\rho_1 P_{E_1}(x) \quad (\text{A.25})$$

$$\frac{dP_{E_2}(x)}{dx} = \rho_1 P_{E_1}(x) - \rho_2 P_{E_2}(x) \quad (\text{A.26})$$

$$\frac{dP_{E_3}(x)}{dx} = \rho_2 P_{E_2}(x) - \rho_3 P_{E_3}(x) \quad (\text{A.27})$$

e por indução temos:

$$\frac{dP_{E_\alpha}(x)}{dx} = \rho_{\alpha-1} P_{E_{\alpha-1}}(x) - \rho_\alpha P_{E_\alpha}(x) \quad (\text{A.28})$$

Aplicando a transformada de Laplace nas equações anteriores e usando as condições iniciais

$$P_{E_1}(0) = 1 \quad e \quad P_{E_2}(0) = P_{E_3}(0) = \dots = P_{E_\alpha}(0) = 0 \quad (\text{A.29})$$

temos:

$$P_{E_1}(s) = \frac{1}{(s + \rho_1)} \quad (\text{A.30})$$

$$P_{E_2}(s) = \frac{\rho_1}{(s + \rho_1)(s + \rho_2)} \quad (\text{A.31})$$

$$P_{E_3}(s) = \frac{\rho_1 \rho_2}{(s + \rho_1)(s + \rho_2)(s + \rho_3)} \quad (\text{A.32})$$

e por indução temos:

$$P_{E_\alpha}(s) = \frac{\prod_{i=1}^{\alpha-1} \rho_i}{\prod_{i=1}^{\alpha} (s + \rho_i)} \quad (\text{A.33})$$

Aplicando a transformada de Laplace na Eq.(A.24) e substituindo na Eq.(A.33),

temos:

$$f(s) = \frac{\prod_{i=1}^{\alpha} \rho_i}{\prod_{i=1}^{\alpha} (s + \rho_i)} \quad (\text{A.34})$$

Este tipo de combinação apresenta uma certa dificuldade de obtenção de suas funções de probabilidade bem dos momentos, do ponto de vista da generalização de α estágios. Entretanto, para casos específicos, onde se conhece o número de estágios, fica mais fácil como no caso da Fig.(II.13) apresentado no Capítulo II, em que são avaliados os momentos, a taxa de reparo a função, etc, para uma combinação de 3 estágios.

Finalmente, apresentamos o terceiro tipo de combinação de estágios em série, que é a combinação CEISSUD; combinação dos estágios em série, e em série com um estágio diferente.

A Fig.(A.6) apresenta o diagrama de transição de estados para a combinação de estágio CEISSUD, a qual aproxima o estados 2 do sistema da Fig.(A.1).

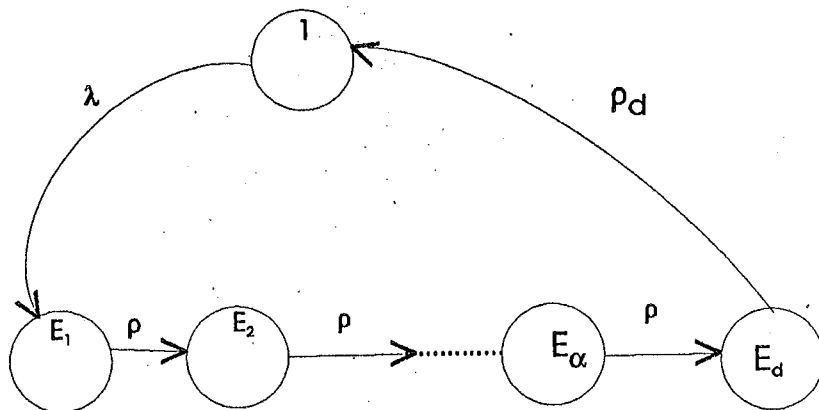


Figura (A.6) - Diagrama de transição de estados para a combinação de estágio CEISSUD.

As funções de probabilidade pertinentes à combinação CEISSUD são obtidas de acordo com a metodologia discutida no Capítulo II e são apresentadas a seguir.

Seja 0 o estados equivalente à combinação de estágios CEISSUD. Assume-se que as transições deste estados terminam em um estados absorvedor A.

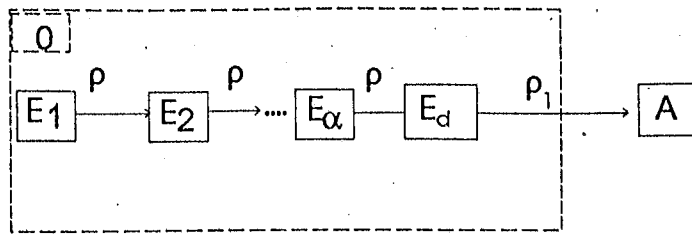


Figura (A.7) - Diagrama de transição de estados para a obtenção das funções de probabilidade da combinação CEISSUD.

A função densidade de probabilidade para a combinação CEISSUD é dada por:

$$f_0(x) = \rho_1 P_{E_d}(x) \quad (\text{A.35})$$

A função de distribuição de probabilidade (FDP) e a taxa de transição (taxa de reparo) são obtidas respectivamente pelas Eqs.(A.2) e (A.3).

As equações diferenciais para o sistema da Fig.(A.7), são:

$$P_{E_1}(s) = \frac{1}{(s + \rho)} \quad (\text{A.36})$$

$$P_{E_2}(s) = \frac{\rho}{(s + \rho)^2} \quad (\text{A.37})$$

$$P_{E_3}(s) = \frac{\rho^2}{(s + \rho)^3} \quad (\text{A.38})$$

e por indução temos:

$$P_{E_\alpha}(s) = \frac{\rho^{\alpha-1}}{(s+\rho)^\alpha} \quad (\text{A.39})$$

e para o estágio com taxa de transição diferente temos:

$$\frac{dP_{E_d}(x)}{dx} = \rho P_{E_\alpha}(x) - \rho_1 P_{E_d}(x) \quad (\text{A.40})$$

Aplicando a transformada de Laplace nas equações anteriores e utilizando as condições iniciais

$$P_{E_1}(0) = 1 \quad e \quad P_{E_2}(0) = P_{E_3}(0) = \dots = P_{E_\alpha}(0) = P_{E_d}(0) = 0 \quad (\text{A.41})$$

temos:

$$P_{E_1}(s) = \frac{1}{(s+\rho)} \quad (\text{A.42})$$

$$P_{E_2}(s) = \frac{\rho}{(s+\rho)^2} \quad (\text{A.43})$$

$$P_{E_3}(s) = \frac{\rho^2}{(s+\rho)^3} \quad (\text{A.44})$$

e por indução temos:

$$P_{E\alpha}(s) = \frac{\rho^{\alpha-1}}{(s+\rho)^\alpha} \quad (\text{A.45})$$

e para o estágio diferente, temos:

$$P_{Ed}(s) = \left(\frac{\rho}{s+\rho}\right)^\alpha \frac{1}{(s+\rho_1)} \quad (\text{A.46})$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace na Eq.(A.46) e substituindo na Eq.(A.35), temos a função densidade de probabilidade (fdp) da combinação CEISSUD:

$$f_0(x) = \rho_1 \left(\frac{\rho}{\rho-\rho_1}\right)^\alpha \left[e^{-\rho_1 x} - e^{-\rho x} \sum_{i=1}^{\alpha} \frac{\{(\rho-\rho_1)x\}^{i-1}}{(i-1)!} \right] \quad (\text{A.47})$$

A manutenibilidade é dada pela função de distribuição de probabilidade (FDP), a qual é obtida pela substituição das transformadas inversa de Laplace das equações diferenciais anteriores e sua posterior substituição em (A.2):

$$F_m(x) = 1 - \left[e^{-\rho x} \sum_{i=1}^{\alpha} \frac{(\rho x)^{i-1}}{(i-1)!} + \left(\frac{\rho}{\rho-\rho_1}\right)^\alpha \left[e^{-\rho_1 x} - e^{-\rho x} \sum_{i=1}^{\alpha} \frac{\{(\rho-\rho_1)x\}^{i-1}}{(i-1)!} \right] \right] \quad (\text{A.48})$$

A taxa de reparo para a combinação CEISSUD é obtida pela substituição das Eqs.(A.47) e (A.48) na Eq.(A.3):

$$\phi_0(x) = \frac{\rho_1 \left(\frac{\rho}{\rho - \rho_1} \right)^\alpha \left[e^{-\rho_1 x} - e^{-\rho x} \sum_{i=1}^{\alpha} \frac{\{(\rho - \rho_1)x\}^{i-1}}{(i-1)!} \right]}{\left[e^{-\rho x} \sum_{i=1}^{\alpha} \frac{(\rho x)^{i-1}}{(i-1)!} + \left(\frac{\rho}{\rho - \rho_1} \right)^\alpha \left[e^{-\rho_1 x} - e^{-\rho x} \sum_{i=1}^{\alpha} \frac{\{(\rho - \rho_1)x\}^{i-1}}{(i-1)!} \right] \right]} \quad (\text{A.49})$$

A avaliação dos momentos da combinação CEISSUD segue a metodologia discutida no capítulo II. Segundo esta metodologia, o número de momentos a serem avaliados dependerá do número de parâmetros a calcular. Portanto, se a combinação possui κ parâmetros a serem calculados, então devem ser avaliados κ momentos. Observando o diagrama da Fig.(A.6), observam-se três parâmetros a serem calculados α , ρ e ρ_1 , onde α é o número de estágios iguais que estão em série e ρ é a taxa de transição entre estes estágios, enquanto ρ_1 é a taxa de transição do último estágio, o qual é diferente dos demais. Segundo a metodologia será necessário avaliar os três primeiros momentos da combinação.

Aplicando a condição dada pela Eq.(II.43) na transformada de Laplace da Eq.(A.47) e depois substituindo na Eq.(II.42), temos o primeiro momento:

$$\rho \rho_1 m_1 = \alpha \rho_1 + \rho \quad (\text{A.50})$$

Aplicando pela segunda vez a condição da Eq.(II.43) na transformada de Laplace da Eq.(A.47) e depois substituindo na Eq.(II.42), temos o segundo momento:

$$\rho \rho_1 m_2 - \{2\rho + (\alpha + 1)\rho_1\} m_1 = -(\alpha + 1) \quad (\text{A.51})$$

O terceiro momento é obtido aplicando-se pela terceira vez a Eq.(II.43) na transformada de Laplace da Eq.(A.47) e depois substituindo na Eq.(II.42), temos :

$$\rho\rho_1 m_3 - \{3\rho + (\alpha + 2)\rho_1\}m_2 + 2(\alpha + 2)m_1 = 0 \quad (\text{A.52})$$

Neste caso, os momentos são obtidos pela resolução do sistema de três equações e três incógnitas acima, onde os três primeiros momentos da combinação devem ser iguais aos três primeiros momentos da distribuição que se deseja aproximar. Para resolver este sistema é utilizado o método de Newton-Raphson apresentado no Capítulo II.

Quando for necessário o cálculo de mais que três momentos, pode-se generalizar a função de momentos para calcular o r-ésimo momento.

$$\rho\rho_1 m_r - \{r\rho + (\alpha + r - 1)\rho_1\}m_{r-1} + (r - 1)(\alpha + r - 1)m_{r-2} = 0 \quad (\text{A.53})$$

onde $r > 2$.

A avaliação dos momentos segue a metodologia apresentada Capítulo II. Portanto, para se ter uma idéia do comportamento da taxa de reparo faz-se uma avaliação das três quantidades apresentada naquele capítulo:

i) $\phi(x)$ quando $x \rightarrow 0$.

Aplicando esta condição na Eq.(A.49), temos:

$$\phi(0) = 0 \quad (\text{A.54})$$

ii) $\phi'(x)$ quando $x \rightarrow 0$, temos

$$\begin{aligned} \phi'(0) &= \lim_{s \rightarrow \infty} s \left[s \left(\frac{\rho}{s+\rho} \right)^\alpha \frac{1}{(s+\rho_1)} - 0 \right] + 0 \\ &= \begin{cases} \rho\rho_1 & \text{se } \alpha = 1 \\ 0 & \text{se } \alpha > 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A.55})$$

iii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x)$ quando $x \rightarrow \infty$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \begin{cases} \rho_1 & \text{se } \rho_1 < \rho \\ \rho & \text{se } \rho < \rho_1 \end{cases} \quad (\text{A.56})$$

A.2 - COMBINAÇÃO EM PARALELO.

A primeira combinação desta classe é a dos estágios em paralelo, CEP.

O diagrama de transição de estados para a combinação CEP mais simples é apresentada na Fig.(A.8).

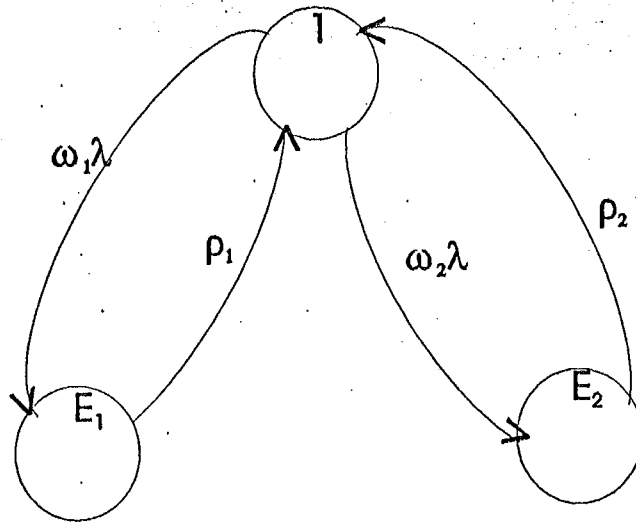


Figura (A.8) - Diagrama de transição de estados para a combinação CEP.

As funções de probabilidade são obtidas segundo a metodologia apresentada no Capítulo II. A Fig.(A.9) apresenta o diagrama de transição de estados para obtenção das funções de probabilidade da combinação CEP. Portanto, seja o estado 0 o equivalente à combinação dos estágios. Assume-se que as transições para fora de 0 terminam em um estado absorvedor A.

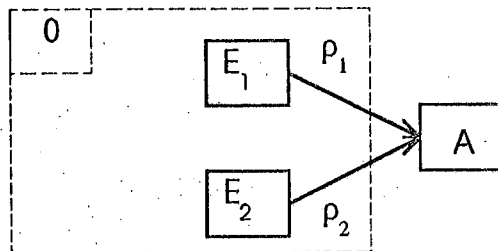


Figura (A.9) - Diagrama de transição de estados para obtenção das funções de probabilidade da combinação (CEP).

De acordo com a metodologia apresentada no Capítulo II, a função densidade de probabilidade é dada por:

$$f_0(x) = \rho_1 P_{E_1}(x) + \rho_2 P_{E_2}(x) \quad (\text{A.57})$$

e a manutenibilidade e a taxa de reparo são obtidas respectivamente pela Eqs.(A.2) e (A.3).

As equações diferenciais do sistema da Fig.(A.9), são:

$$\frac{dP_{E_1}(x)}{dx} = -\rho_1 P_{E_1}(x) \quad (\text{A.58})$$

$$\frac{dP_{E_2}(x)}{dx} = -\rho_2 P_{E_2}(x) \quad (\text{A.59})$$

Aplicando a transformada de Laplace nas equações acima e utilizando a condição

$$P_{E_1}(0) = \omega_1 \quad e \quad P_{E_2}(0) = \omega_2 \quad (\text{A.60})$$

onde $\omega_1 + \omega_2 = 1$, isto é eles são probabilidade de ocorrência dos respectivos estágios, temos:

$$P_{E_1}(s) = \frac{\omega_1}{(s + \rho_1)} \quad (\text{A.61})$$

$$P_{E_2}(s) = \frac{\omega_2}{(s + \rho_2)} \quad (\text{A.62})$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace nas Eqs.(A.61) e (A.62) e substituindo na Eq.(A.57), temos a função de densidade de probabilidade:

$$f_0(x) = \omega_1 \rho_1 e^{-\rho_1 x} + \omega_2 \rho_2 e^{-\rho_2 x} \quad (\text{A.63})$$

Substituindo a transformada de Laplace das Eqs.(A.61) e (A.62) na Eq.(A.2), obtém-se a manutenibilidade:

$$F_m(x) = 1 - \left[\omega_1 e^{-\rho_1 x} + \omega_2 e^{-\rho_2 x} \right] \quad (\text{A.64})$$

A taxa de reparo é obtida pela substituição das Eqs.(A.63) e (A.64) na Eq.(A.3), então:

$$\phi_0(x) = \frac{\omega_1 \rho_1 e^{-\rho_1 x} + \omega_2 \rho_2 e^{-\rho_2 x}}{\left[\omega_1 e^{-\rho_1 x} + \omega_2 e^{-\rho_2 x} \right]} \quad (\text{A.65})$$

Os momentos da combinação CEP são obtidos segundo a metodologia apresentada do Capítulo II. Portanto, o r-ésimo momento desta combinação é dado por:

$$m_r = \frac{\omega_1}{\rho_1^r} \prod_{k=1}^r k + \frac{\omega_2}{\rho_2^r} \prod_{k=1}^r k \quad (\text{A.66})$$

Os momentos são avaliados a partir da Eq.(A.66) e seus valores numéricos são obtidos pela utilização do método de Newton-Raphson como mostra o Capítulo II.

Para avaliar o comportamento da taxa de reparo utilizam-se as três quantidades apresentada na metodologia do Capítulo II.

i) Avaliação de $\phi(x)$ quando $x \rightarrow 0$

Aplicando a condição acima na Eq.(A.65), temos:

$$\phi(0) = \omega_1 \rho_1 + \omega_2 \rho_2 \quad (\text{A.67})$$

ii) Avaliação da derivada de $\phi(x)$, quando $x \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} \phi'(x) &= \lim_{s \rightarrow \infty} s \left[\frac{s \omega_1 \rho_1}{s + \rho_1} + \frac{s \omega_2 \rho_2}{s + \rho_2} - (\omega_1 \rho_1 + \omega_2 \rho_2) \right] + (\omega_1 \rho_1 + \omega_2 \rho_2)^2 \\ &= -\omega_1 \omega_2 (\rho_1 - \rho_2)^2 \end{aligned} \quad (\text{A.68})$$

iii) Avaliação de $\phi(x)$ quando $x \rightarrow \infty$.

iii.a) $\rho_1 = \min(\rho_1, \rho_2)$, $\rho_1 \neq \rho_2$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \frac{\omega_1 \rho_1 e^{-\rho_1 x} + \omega_2 \rho_2 e^{-\rho_2 x}}{e^{-\rho_1 x}} = \rho_1 \quad (\text{A.69})$$

iii.b) $\rho_2 = \min(\rho_1, \rho_2)$, $\rho_1 \neq \rho_2$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \frac{\omega_1 \rho_1 e^{-\rho_1 x} + \omega_2 \rho_2 e^{-\rho_2 x}}{e^{-\rho_2 x}} = \rho_2 \quad (\text{A.71})$$

$$\frac{[\omega_1 e^{-\rho_1 x} + \omega_2 e^{-\rho_2 x}]}{e^{-\rho_2 x}}$$

A partir da avaliação (iii.a) e (iii.b) acima podemos concluir que para valores muito grandes de x o valor de $\phi(x)$ tenderá para o valor mínimo de ρ_1, ρ_2 , isto é:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \min(\rho_1, \rho_2) \quad (\text{A.72})$$

A.3 - COMBINAÇÃO DE ESTÁGIOS EM SÉRIE/PARALELO.

O primeiro modelo do tipo série/paralelo é o CEDSP, que consiste na combinação em paralelo de duas combinações em série.

A Fig.(A.10) apresenta o diagrama de transição de estados para a combinação CEDSP para o estados 2 do diagrama da Fig.(A.1). Aqui ω_1 e ω_2 são respectivamente as probabilidades de ocorrência da combinação 1 e da combinação 2, α_1 e α_2 são o número de estágios em série da combinação 1 e da combinação 2 e, finalmente, ρ_1 e ρ_2 são as taxas de transição entre os estágios da combinação 1 e da 2.

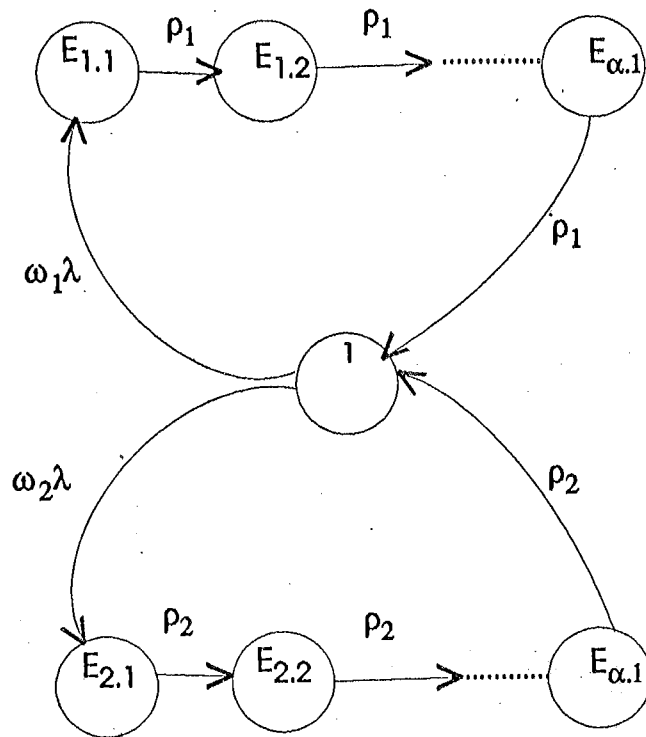


Figura (A.10) - Diagrama de transição de estados para a combinação de estágios CEDSP.

A Fig.(A.11) apresenta o diagrama de transição de estados para a obtenção das funções de probabilidade da combinação CEDSP. O estado 0 é o equivalente à combinação e assumindo que todas as transições para fora de 0 terminem em um estado absorvedor A.

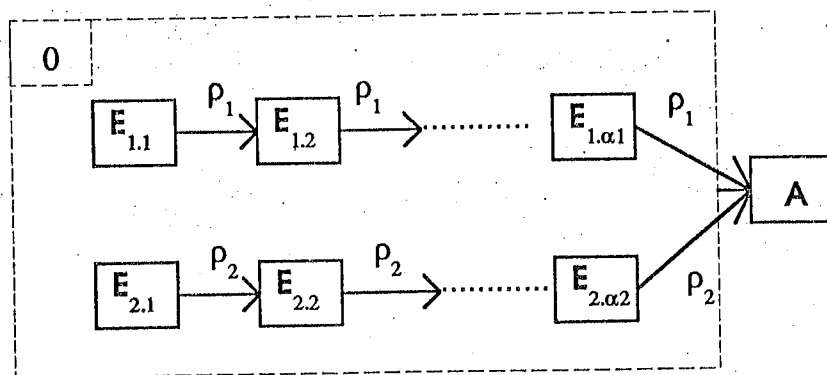


Figura (A.11) - Diagrama de transição de estados para a obtenção das funções de probabilidade da combinação CEDSP.

A função densidade de probabilidade (fdp) para este caso é dada por:

$$f_0(x) = \rho_1 P_{E_{1,\alpha_1}}(x) + \rho_2 P_{E_{2,\alpha_2}}(x) \quad (\text{A.73})$$

A manutenibilidade e a taxa de reparo são obtidas de acordo com as Eqs.(A.2) e (A.3).

As equações diferenciais do sistema da Fig.(A.11), são:

para a combinação 1

$$\frac{dP_{E_{1,1}}(x)}{dx} = -\rho_1 P_{E_{1,1}}(x) \quad (\text{A.74})$$

$$\frac{dP_{E_{1,2}}(x)}{dx} = \rho_1 P_{E_{1,1}}(x) - \rho_1 P_{E_{1,2}}(x) \quad (\text{A.75})$$

e por indução:

$$\frac{dP_{E_{1,\alpha_1}}(x)}{dx} = \rho_1 P_{E_{1,\alpha_1-1}}(x) - \rho_1 P_{E_{1,\alpha_1}}(x) \quad (\text{A.76})$$

e para a combinação 2, temos

$$\frac{dP_{E_{2,1}}(x)}{dx} = -\rho_2 P_{E_{2,1}}(x) \quad (\text{A.77})$$

$$\frac{dP_{E_{2,2}}(x)}{dx} = \rho_2 P_{E_{2,1}}(x) - \rho_2 P_{E_{2,2}}(x) \quad (\text{A.78})$$

e por indução:

$$\frac{dP_{E_{2,\alpha_2}}(x)}{dx} = \rho_2 P_{E_{2,\alpha_2-1}}(x) - \rho_2 P_{E_{2,\alpha_2}}(x) \quad (\text{A.79})$$

Aplicando a transformada de Laplace nas equações acima e usando as condições iniciais

$$\begin{aligned} P_{E_{1,1}}(0) &= \omega_1 \quad , \quad P_{E_{2,1}}(0) = \omega_2 \quad e \\ P_{E_{1,2}}(0) &= P_{E_{1,3}}(0) = \dots = P_{E_{1,\alpha_1}}(0) = \\ P_{E_{2,2}}(0) &= P_{E_{2,3}}(0) = \dots = P_{E_{1,\alpha_2}}(0) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.80})$$

para a combinação 1 temos:

$$P_{E_{1,1}}(s) = \frac{\omega_1}{(s + \rho_1)} \quad (\text{A.81})$$

$$P_{E_{1.2}}(s) = \frac{\omega_1 \rho_1}{(s + \rho_1)^2} \quad (\text{A.82})$$

e por indução temos:

$$P_{E_{1.\alpha_1}}(s) = \frac{\omega_1 \rho_1^{\alpha_1 - 1}}{(s + \rho_1)^{\alpha_1}} \quad (\text{A.83})$$

e para a combinação 2 temos:

$$P_{E_{2.1}}(s) = \frac{\omega_2}{(s + \rho_2)} \quad (\text{A.84})$$

$$P_{E_{2.2}}(s) = \frac{\omega_2 \rho_2}{(s + \rho_2)^2} \quad (\text{A.85})$$

e por indução:

$$P_{E_{2.\alpha_2}}(s) = \frac{\omega_2 \rho_2^{\alpha_2 - 1}}{(s + \rho_2)^{\alpha_2}} \quad (\text{A.86})$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace nas Eqs.(A.83) e (A.86) e substituindo na Eq.(A.73), temos a função densidade de probabilidade da combinação CEDSP:

$$f_0(x) = \omega_1 \rho_1 e^{-\rho_1 x} \frac{(\rho_1 x)^{\alpha_1 - 1}}{(\alpha_1 - 1)!} + \omega_2 \rho_2 e^{-\rho_2 x} \frac{(\rho_2 x)^{\alpha_2 - 1}}{(\alpha_2 - 1)!} \quad (\text{A.87})$$

A manutenibilidade é obtida pela substituição das transformada inversa de Laplace das Eqs.(A.81) a (A.86) na Eq.(A.2), temos:

$$F_m(x) = 1 - \left[\omega_1 e^{-\rho_1 x} \sum_{i=1}^{\alpha_1} \frac{(\rho_1 x)^{i-1}}{(i-1)!} + \omega_2 e^{-\rho_2 x} \sum_{i=1}^{\alpha_2} \frac{(\rho_2 x)^{i-1}}{(i-1)!} \right] \quad (\text{A.88})$$

A taxa de transição é obtida pela substituição das Eqs.(A.87) e (A.88) na Eq.(A.3), então:

$$\phi_0(x) = \frac{\omega_1 \rho_1 e^{-\rho_1 x} \frac{(\rho_1 x)^{\alpha_1 - 1}}{(\alpha_1 - 1)!} + \omega_2 \rho_2 e^{-\rho_2 x} \frac{(\rho_2 x)^{\alpha_2 - 1}}{(\alpha_2 - 1)!}}{\left[\omega_1 e^{-\rho_1 x} \sum_{i=1}^{\alpha_1} \frac{(\rho_1 x)^{i-1}}{(i-1)!} + \omega_2 e^{-\rho_2 x} \sum_{i=1}^{\alpha_2} \frac{(\rho_2 x)^{i-1}}{(i-1)!} \right]} \quad (\text{A.89})$$

A função geratriz de momentos para a combinação de estágios CEDSP é de fácil obtenção , pois, trata-se de uma combinação de duas combinações em série, e portanto, sua função momento é uma combinação do momentos das combinações em série, então:

$$m_r = \frac{\omega_1}{\rho_1^r} \prod_{k=1}^r (\alpha_1 + k - 1) + \frac{\omega_2}{\rho_2^r} \prod_{k=1}^r (\alpha_2 + k - 1) \quad (\text{A.90})$$

A seguir, apresenta-se a avaliação da taxa de reparo da combinação CEDSP.

i) Avaliação de $\phi(x) \rightarrow 0$

$$\phi(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } \alpha_1 > 1, \alpha_2 > 1 \\ \omega_1 \rho_1 & \text{se } \alpha_1 = 1, \alpha_2 > 1 \\ \omega_2 \rho_2 & \text{se } \alpha_1 > 1, \alpha_2 = 1 \\ \omega_1 \rho_1 + \omega_2 \rho_2 & \text{se } \alpha_1 = \alpha_2 = 1 \end{cases} \quad (\text{A.91})$$

ii) avaliação da derivada de $\phi(x)$ quando $x \rightarrow 0$

ii.a) $\alpha_1 > 1$ e $\alpha_2 > 1 \Leftrightarrow f(0) = 0$ e $\phi(0) = 0$

$$\begin{aligned} \phi'(0) &= \lim_{s \rightarrow \infty} s \left[s \omega_1 \left(\frac{\rho_1}{s + \rho_1} \right)^{\alpha_1} + s \omega_2 \left(\frac{\rho_2}{s + \rho_2} \right)^{\alpha_2} - 0 \right] + (0)^2 \\ &= \omega_1 \rho_1^{\alpha_1} + \omega_2 \rho_2^{\alpha_2} \end{aligned} \quad (\text{A.92})$$

ii.b) $\alpha_1 = \alpha_2 = 1 \Leftrightarrow f(0) = \phi(0) = \omega_1 \rho_1 + \omega_2 \rho_2$

$$\begin{aligned} \phi'(0) &= \lim_{s \rightarrow \infty} s \left[\frac{s \omega_1 \rho_1}{s + \rho_1} + \frac{s \omega_2 \rho_2}{s + \rho_2} - (\omega_1 \rho_1 + \omega_2 \rho_2) \right] + (\omega_1 \rho_1 + \omega_2 \rho_2)^2 \\ &= -\omega_1 \omega_2 (\rho_1 - \rho_2)^2 \end{aligned} \quad (\text{A.93})$$

ii.c) $\alpha_1 = 1$ e $\alpha_2 = 2 \Leftrightarrow f(0) = \phi(0) = \omega_1 \rho_1$

$$\begin{aligned} \phi'(0) &= \lim_{s \rightarrow \infty} s \left[\frac{s \omega_1 \rho_1}{s + \rho_1} + s \omega_2 \left(\frac{\rho_2}{s + \rho_2} \right)^2 - (\omega_1 \rho_1) \right] + (\omega_1 \rho_1)^2 \\ &= \omega_2 (\rho_2^2 - \omega_1 \rho_1^2) \end{aligned} \quad (\text{A.94})$$

ii.d) $\alpha = 2$ e $\alpha = 1 \Leftrightarrow f(0) = \phi(0) = \omega_2 \rho_2$

$$\begin{aligned} \phi'(0) &= \lim_{s \rightarrow \infty} s \left[s \omega_1 \left(\frac{\rho_1}{s + \rho_1} \right)^2 + \frac{s \omega_2 \rho_2}{s + \rho_2} - (\omega_2 \rho_2) \right] + (\omega_2 \rho_2)^2 \\ &= \omega_1 (\rho_1^2 + \omega_2 \rho_2^2) \end{aligned} \quad (\text{A.95})$$

iii) avaliação de $\phi(x)$ quando $x \rightarrow \infty$.

iii.a) $\rho_1 = \min(\rho_1, \rho_2)$, $\rho_1 \neq \rho_2$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \frac{f(x)/x^{\alpha_1 - 1} e^{-\rho_1 x}}{[1 - F_m(x)]/x^{\alpha_1 - 1} e^{-\rho_1 x}} = \rho_1 \quad (\text{A.96})$$

iii.b) $\rho_2 = \min(\rho_1, \rho_2)$, $\rho_1 \neq \rho_2$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \frac{f(x)/x^{\alpha_2 - 1} e^{-\rho_2 x}}{[1 - F_m(x)]/x^{\alpha_2 - 1} e^{-\rho_2 x}} = \rho_2 \quad (\text{A.97})$$

O segundo modelo consiste na combinação de duas combinações em série, em paralelo com diferentes taxas de transição entre os estágios, CEDSPDT.

A Fig.(A.12) apresenta o diagrama de transição de estados para a combinação de estágios CEDSPDT; ω_1 e ω_2 são respectivamente a probabilidade de ocorrência da combinação em série 1 e da 2, sendo que cada combinação possui dois estágios, onde ρ_1 e ρ_2 são as taxas de transição da combinação 1 e ρ_3 e ρ_4 são as da combinação 2.

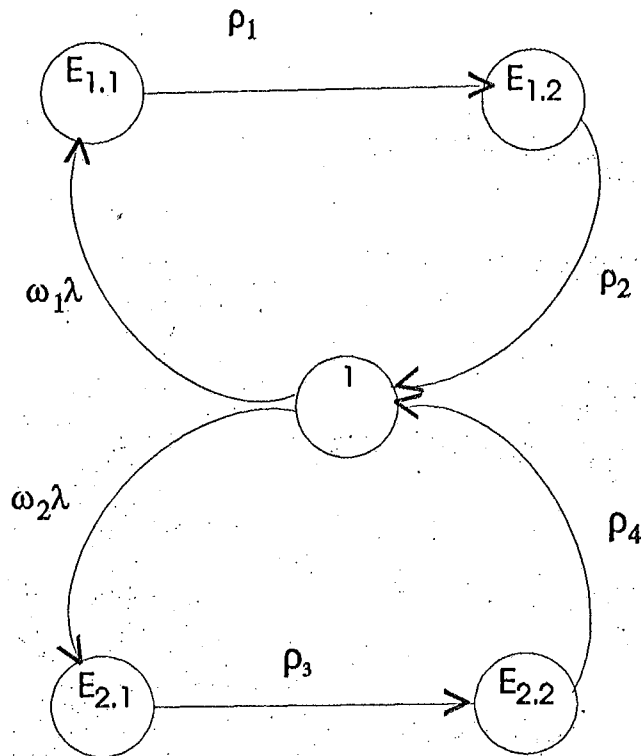


Figura (A.12) - Diagrama de transição de estados para a combinação de estágio CEDSPDT.

A Fig.(A.13) apresenta o diagrama de transição de estados para a obtenção das funções de probabilidade da combinação CEDSPDT. O estados 0 é o equivalente à combinação. Assume-se que todas as transições para fora de 0 terminam em um estados absorvedor A.

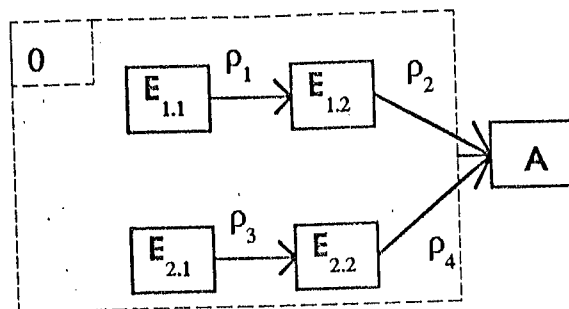


Figura (A.13) - Diagrama de transição de estados para a obtenção das funções de probabilidade da combinação CEDSPDT.

A função densidade de probabilidade para a combinação CEDSPDT é dada por:

$$f_0(0) = \rho_1 P_{E_{1.2}}(x) + \rho_2 P_{E_{2.2}}(x) \quad (\text{A.98})$$

A manutenibilidade e a taxa de reparo são obtidas de acordo com as Eqs.(A.2) e (A.3).

As equações diferenciais do sistema da Fig.(A.13), são:

para a combinação 1

$$\frac{dP_{E_{1.1}}(x)}{dx} = -\rho_1 P_{E_{1.1}}(x) \quad (\text{A.99})$$

$$\frac{dP_{E_{1.2}}(x)}{dx} = \rho_1 P_{E_{1.1}}(x) - \rho_2 P_{E_{1.2}}(x) \quad (\text{A.100})$$

para a combinação 2

$$\frac{dP_{E_{2.1}}(x)}{dx} = -\rho_3 P_{E_{2.1}}(x) \quad (\text{A.101})$$

$$\frac{dP_{E_{2.2}}(x)}{dx} = \rho_3 P_{E_{2.1}}(x) - \rho_4 P_{E_{2.2}}(x) \quad (\text{A.102})$$

Aplicando a transformada de Laplace nas equações anteriores e utilizando a condição de que

$$P_{E_{1.1}}(0) = \omega_1 \quad , \quad P_{E_{2.1}}(0) = \omega_2 \quad e \quad P_{E_{1.2}}(0) = P_{E_{2.2}}(0) = 0 \quad (\text{A.103})$$

temos:

para combinação 1

$$P_{E_{1.1}}(s) = \frac{\omega_1}{s + \rho_1} \quad (\text{A.104})$$

$$P_{E_{1.2}}(s) = \frac{\omega_1 \rho_1}{(s + \rho_1)(s + \rho_2)} \quad (\text{A.105})$$

e para a combinação 2

$$P_{E2.1}(s) = \frac{\omega_2}{s + \rho_2} \quad (\text{A.106})$$

$$P_{E2.2}(s) = \frac{\omega_2 \rho_3}{(s + \rho_3)(s + \rho_4)}. \quad (\text{A.107})$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace nas Eqs.(A.105) e (A.107) e substituindo na Eq.(A.102), temos:

$$f_0(x) = \frac{\omega_1 \rho_1 \rho_2 [e^{-\rho_2 x} - e^{-\rho_1 x}]}{(\rho_1 - \rho_2)} + \frac{\omega_2 \rho_3 \rho_4 [e^{-\rho_4 x} - e^{-\rho_3 x}]}{(\rho_3 - \rho_4)} \quad (\text{A.108})$$

A manutenibilidade é obtida pela substituição das transformadas inversa de Laplace das Eqs(A.104) a (A.107) na Eq.(A.2):

$$F_m(x) = 1 - \left[\omega_1 e^{-\rho_1 x} + \omega_2 e^{-\rho_2 x} + \frac{\omega_1 \rho_1 [e^{-\rho_2 x} - e^{-\rho_1 x}]}{(\rho_1 - \rho_2)} + \frac{\omega_2 \rho_3 [e^{-\rho_4 x} - e^{-\rho_3 x}]}{(\rho_3 - \rho_4)} \right] \quad (\text{A.109})$$

A taxa de transição para a combinação CEDSPDT é obtida pela substituição das Eqs.(A.108) e (A.109) na Eq.(A.3).

A combinação de estágio CEDSPDT , apresenta duas combinações em série, e cada uma delas possui uma probabilidade de ocorrência ω_1 e ω_2 . Portanto, o momento da combinação CEDSPDT é uma combinação dos momentos de cada série, como veremos a seguir:

para a combinação 1

$$\rho_1 + \rho_2 - \rho_1\rho_2 m_{1,1} = 0 \quad (\text{A.110})$$

$$2 - 2(\rho_1 + \rho_2)m_{1,1} + \rho_1\rho_2 m_{1,2} = 0 \quad (\text{A.111})$$

$$6m_{1,1} - 3(\rho_1 + \rho_2)m_{1,2} + \rho_1\rho_2 m_{1,3} = 0 \quad (\text{A.112})$$

$$12m_{1,2} - 4(\rho_1 + \rho_2)m_{1,3} + \rho_1\rho_2 m_{1,4} = 0 \quad (\text{A.113})$$

$$20m_{1,3} - 5(\rho_1 + \rho_2)m_{1,4} + \rho_1\rho_2 m_{1,5} = 0 \quad (\text{A.114})$$

para a combinação 2

$$\rho_3 + \rho_4 - \rho_3\rho_4 m_{2,1} = 0 \quad (\text{A.115})$$

$$2 - 2(\rho_3 + \rho_4)m_{2,1} + \rho_3\rho_4 m_{2,2} = 0 \quad (\text{A.116})$$

$$6m_{2,1} - 3(\rho_3 + \rho_4)m_{2,2} + \rho_3\rho_4 m_{2,3} = 0 \quad (\text{A.117})$$

$$12m_{2,2} - 4(\rho_3 + \rho_4)m_{2,3} + \rho_3\rho_4m_{2,4} = 0 \quad (\text{A.118})$$

$$20m_{2,3} - 5(\rho_3 + \rho_4)m_{2,4} + \rho_3\rho_4m_{2,5} = 0 \quad (\text{A.119})$$

Os momentos da combinação CEDSPDT são dados por:

$$m_1 = \omega_1 m_{1,1} + \omega_2 m_{2,1} \quad (\text{A.120})$$

$$m_2 = \omega_1 m_{1,2} + \omega_2 m_{2,2} \quad (\text{A.121})$$

$$m_3 = \omega_1 m_{1,3} + \omega_2 m_{2,3} \quad (\text{A.122})$$

$$m_4 = \omega_1 m_{1,4} + \omega_2 m_{2,4} \quad (\text{A.123})$$

$$m_5 = \omega_1 m_{1,5} + \omega_2 m_{2,5} \quad (\text{A.124})$$

A avaliação da taxa de reparo da combinação CEDSPDT se faz segundo as condições abaixo.

i) Avaliação na origem.

$\phi(0) = f(0) = 0$, faz-se $t = 0$ na Eq.(II.39). e $Fm(0) = 1$.

ii) Avaliação da derivada de $\phi(0)$ na origem.

Como $f(0) = 0$, então a Eq.(II.47) fica

$$\phi'(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \left[\frac{s\omega_1\rho_1\rho_2}{(s+\rho_1)(s+\rho_2)} + \frac{s\omega_2\rho_3\rho_4}{(s+\rho_3)(s+\rho_4)} - 0 \right] + (0)^2 = 0 \quad (\text{A.125})$$

iii) Avaliação de $\phi(x)$, quando $x \rightarrow \infty$.

iii.a) $\rho_1 = \min(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4)$, $\rho_1 \neq \rho_2 \neq \rho_3 \neq \rho_4$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \frac{f(x)/e^{-\rho_1 t}}{[1 - F_m(x)]/e^{-\rho_1 t}} = \rho_1 \quad (\text{A.126})$$

iii.b) $\rho_2 = \min(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4)$, $\rho_1 \neq \rho_2 \neq \rho_3 \neq \rho_4$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \frac{f(x)/e^{-\rho_2 t}}{[1 - F_m(x)]/e^{-\rho_2 t}} = \rho_2 \quad (\text{A.127})$$

iii.c) $\rho_3 = \min(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4)$, $\rho_1 \neq \rho_2 \neq \rho_3 \neq \rho_4$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \frac{f(x)/e^{-\rho_3 t}}{[1 - F_m(x)]/e^{-\rho_3 t}} = \rho_3 \quad (\text{A.128})$$

iii.d) $\rho_4 = \min(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4)$, $\rho_1 \neq \rho_2 \neq \rho_3 \neq \rho_4$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \frac{f(x)/e^{-\rho_4 t}}{[1 - F_m(x)]/e^{-\rho_4 t}} = \rho_4 \quad (\text{A.129})$$

Portanto conclui-se que para valores muito grandes de x o valor da taxa de transição tenderá para o valor mínimo dos ρ_i :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \min(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4) \quad (\text{A.130})$$

A.4 - COMBINAÇÃO DE ESTÁGIOS IGUAIS EM SÉRIE, E EM SÉRIE COM DOIS EM PARALELO (CEISCDP).

A Fig.(A.14) apresenta o diagrama de transição de estados da combinação de estágios CEISCDP, onde α e ρ são respectivamente o número de estágios em série e a taxa de transição entre os estágios em série, ω_1 e ρ_1 são respectivamente a probabilidade de ocorrência do primeiro estágio em paralelo e sua taxa de transição, ω_2 e ρ_2 são respectivamente a probabilidade de ocorrência do segundo estágio em paralelo e sua taxa de transição.

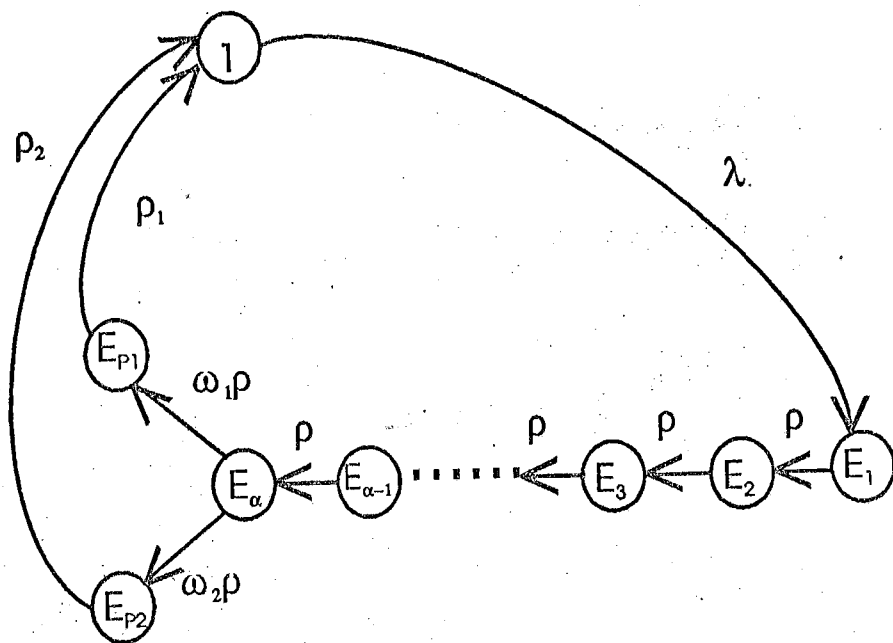


Figura (A.14) - Diagrama de transição de estados para combinação de estágio CEISCDP.

A Fig.(A.15) apresenta o diagrama de transição de estados para a obtenção das funções de probabilidade da combinação CEISCDP.

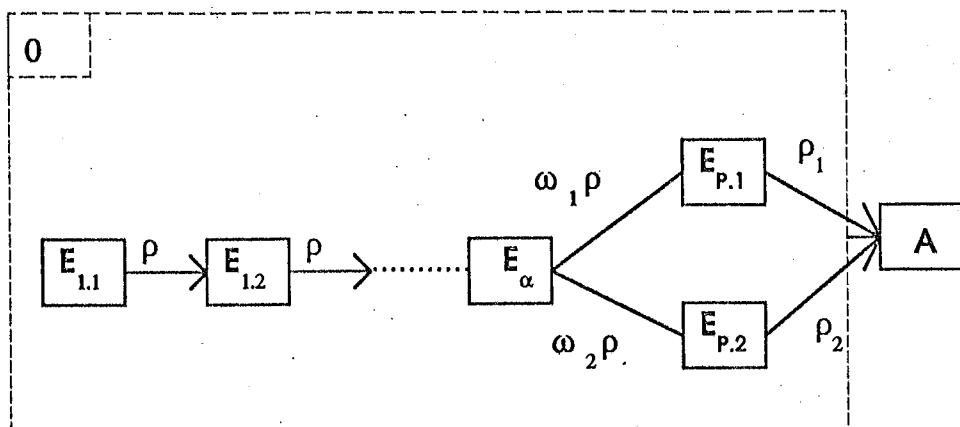


Figura (A.15) - Diagrama de transição de estados para a obtenção das funções de probabilidade da combinação CEISCDP.

A função densidade de probabilidade da combinação de estágio CEISCDP é dada por:

$$f_0(x) = \rho_1 P_{E_{P,1}}(x) + \rho_2 P_{E_{P,2}}(x) \quad (\text{A.131})$$

A manutenibilidade e a taxa de reparo para a combinação CEISCDP são obtidas de acordo com as Eqs.(A.2) e (A.3).

As equações diferenciais do sistema da Fig.(A.15) são:

$$\frac{dP_{E_1}(x)}{dx} = -\rho P_{E_1}(x) \quad (\text{A.132})$$

$$\frac{dP_{E_2}(x)}{dx} = \rho P_{E_1}(x) + \rho P_{E_2}(x) \quad (\text{A.133})$$

e por indução temos:

$$\frac{dP_{E_{\alpha}}(x)}{dx} = \rho P_{E_{\alpha-1}}(x) + \rho P_{E_{\alpha}}(x) \quad (\text{A.134})$$

e os dois estágios em paralelo fornecem:

$$\frac{dP_{E_{P,1}}(x)}{dx} = \omega_1 \rho P_{E_{\alpha}}(x) - \rho_1 P_{E_{P,1}}(x) \quad (\text{A.135})$$

$$\frac{dP_{EP,2}(x)}{dx} = \omega_2 \rho P_{E\alpha}(x) - \rho_2 P_{EP,2}(x) \quad (\text{A.136})$$

Aplicando a transformada de Laplace nas equações acima e assumindo que

$$P_{E_1}(0) = 1 \quad e \quad (\text{A.137})$$

$$P_{E_2}(0) = P_{E_3}(0) = \dots = P_{E\alpha}(0) = P_{EP,1}(0) = P_{EP,2}(0) = 0$$

temos:

$$P_{E_1}(s) = \frac{1}{(s + \rho)} \quad (\text{A.138})$$

$$P_{E_2}(s) = \frac{\rho}{(s + \rho)^2} \quad (\text{A.139})$$

e por indução temos:

$$P_{E\alpha}(s) = \frac{\rho^{\alpha-1}}{(s + \rho)^\alpha} \quad (\text{A.140})$$

e para os dois estágios em paralelo, temos:

$$P_{EP.1}(s) = \omega_1 \left(\frac{\rho}{s+\rho} \right)^\alpha \frac{1}{(s+\rho_1)} \quad (\text{A.141})$$

$$P_{EP.2}(s) = \omega_2 \left(\frac{\rho}{s+\rho} \right)^\alpha \frac{1}{(s+\rho_2)} \quad (\text{A.142})$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace nas Eqs.(A.141) e (A.142) e substituindo na Eq.(A.131), temos:

$$f_0(x) = \omega_1 \rho_1 \left(\frac{\rho}{\rho-\rho_1} \right)^\alpha \left[e^{-\rho_1 x} - e^{-\rho x} \sum_{i=1}^{\alpha} \frac{\{(\rho-\rho_1)x\}^{i-1}}{(i-1)!} \right] \quad (\text{A.143})$$

$$+ \omega_2 \rho_2 \left(\frac{\rho}{\rho-\rho_2} \right)^\alpha \left[e^{-\rho_2 x} - e^{-\rho x} \sum_{i=1}^{\alpha} \frac{\{(\rho-\rho_2)x\}^{i-1}}{(i-1)!} \right]$$

e substituindo as demais transformadas inversas na Eq.(A.2) temos:

$$F_m(x) = 1 - \left[e^{-\rho x} \sum_{i=1}^{\alpha} \frac{(\rho x)^{i-1}}{(i-1)!} \right. \\ \left. + \omega_1 \left(\frac{\rho}{\rho-\rho_1} \right)^\alpha \left[e^{-\rho_1 x} - e^{-\rho x} \sum_{i=1}^{\alpha} \frac{\{(\rho-\rho_1)x\}^{i-1}}{(i-1)!} \right] \right. \\ \left. + \omega_2 \left(\frac{\rho}{\rho-\rho_2} \right)^\alpha \left[e^{-\rho_2 x} - e^{-\rho x} \sum_{i=1}^{\alpha} \frac{\{(\rho-\rho_2)x\}^{i-1}}{(i-1)!} \right] \right] \quad (\text{A.144})$$

A taxa de reparo é obtida pela substituição das Eqs.(A.143) e (A.144) na Eq.(A.3).

Os momentos são avaliados como uma combinação de dois momentos que são obtidos a partir da primeira e segunda parte da equação (A.143).

para a primeira parte temos:

$$\rho\rho_1 m_{1,1} = \alpha\rho_1 + \rho \quad (\text{A.145})$$

$$\rho\rho_1 m_{1,2} - \{2\rho + (\alpha + 1)\rho_1\} m_{1,1} = -(\alpha + 1) \quad (\text{A.146})$$

$$\rho\rho_1 m_{1,3} - \{3\rho + (\alpha + 2)\rho_1\} m_{1,2} + 2(\alpha + 2)m_{1,1} = 0 \quad (\text{A.147})$$

para calcular o r-ésimo momento da primeira parte

$$\rho\rho_1 m_{1,r} - \{r\rho + (\alpha + r - 1)\rho_1\} m_{1,r-1} + (r - 1)(\alpha + r - 1)m_{1,r-2} = 0 \quad (\text{A.148})$$

onde $r > 2$.

e para a segunda parte, temos:

$$\rho\rho_2 m_{2,1} = \alpha\rho_2 + \rho \quad (\text{A.149})$$

$$\rho\rho_2 m_{2,2} - \{2\rho + (\alpha + 1)\rho_2\} m_{2,1} = -(\alpha + 1) \quad (\text{A.150})$$

$$\rho\rho_2 m_{2,3} - \{3\rho + (\alpha + 2)\rho_2\} m_{2,2} + 2(\alpha + 2)m_{2,1} = 0 \quad (\text{A.151})$$

para calcular o r-ésimo momento da segunda parte

$$\rho\rho_2m_{2,r} - \{r\rho + (\alpha + r - 1)\rho_2\}m_{2,r-1} + (r-1)(\alpha + r - 1)m_{2,r-2} = 0 \quad (\text{A.152})$$

onde $r > 2$.

Os momentos da combinação CEISCDP são obtidos de acordo com:

$$m_1 = \omega_1m_{1,1} + \omega_2m_{2,1} \quad (\text{A.153})$$

$$m_2 = \omega_1m_{1,2} + \omega_2m_{2,2} \quad (\text{A.154})$$

$$m_3 = \omega_1m_{1,3} + \omega_2m_{2,3} \quad (\text{A.155})$$

o r-ésimo momento é

$$m_r = \omega_1m_{1,r} + \omega_2m_{2,r} \quad (\text{A.156})$$

A avaliação dos momentos é feita segundo as condições abaixo.

i) avaliação de $\phi(x)$, quando $x \rightarrow 0$

$$\phi(0) = 0 \quad (\text{A.157})$$

ii) avaliação da derivada de $\phi(x)$, quando $x \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} \phi'(0) &= \lim_{s \rightarrow \infty} s \left[s \left(\frac{\rho}{\rho + s} \right)^\alpha \left(\frac{\omega_1\rho_1}{s + \rho_1} + \frac{\omega_2\rho_2}{s + \rho_2} \right) - 0 \right] + (0)^2 \\ &= \begin{cases} \omega_1\rho_1\rho + \omega_2\rho_2\rho & \text{se } \alpha = 1 \\ 0 & \text{se } \alpha > 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A.158})$$

iii) avaliação de $\phi(x)$, quando $x \rightarrow \infty$

iii.a) $\rho = \min(\rho, \rho_1, \rho_2)$, $\rho \neq \rho_1 \neq \rho_2$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \rho \quad (\text{A.159})$$

$$\text{iii.b) } \rho_1 = \min(\rho, \rho_1, \rho_2), \rho \neq \rho_1 \neq \rho_2$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \rho_1 \quad (\text{A.160})$$

$$\text{iii.c) } \rho_2 = \min(\rho, \rho_1, \rho_2), \rho \neq \rho_1 \neq \rho_2$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \rho_2 \quad (\text{A.161})$$

A seguir, apresentamos a combinação de dois estágios diferente em série, em série com dois estágios em paralelo, aqui denominada CEDEDDSDP.

A Fig.(A.16) apresenta o diagrama de transição para a combinação de estágios CEDEDDSDP, onde ρ_1 e ρ_2 são respectivamente as taxas de transição entre os estágios em série, ω_1 e ω_2 são as probabilidades de ocorrência dos dois estágios em paralelo e ρ_3 e ρ_4 são respectivamente as taxas de transição dos estágios em paralelo.

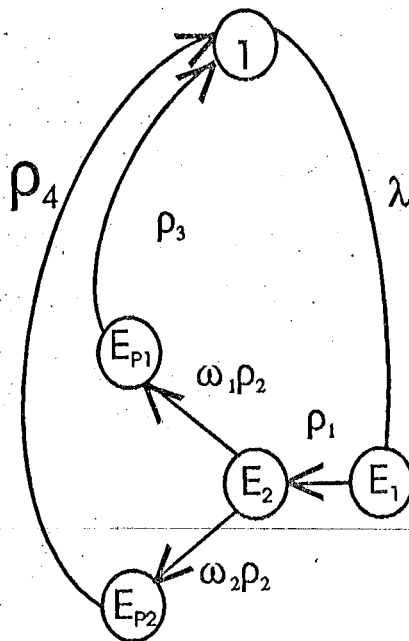


Figura (A.16) - Diagrama de transição de estados para a combinação de estágios CEDEDSDDP.

A seguir apresentamos a obtenção das funções de probabilidade da combinação CEDEDSDDP.

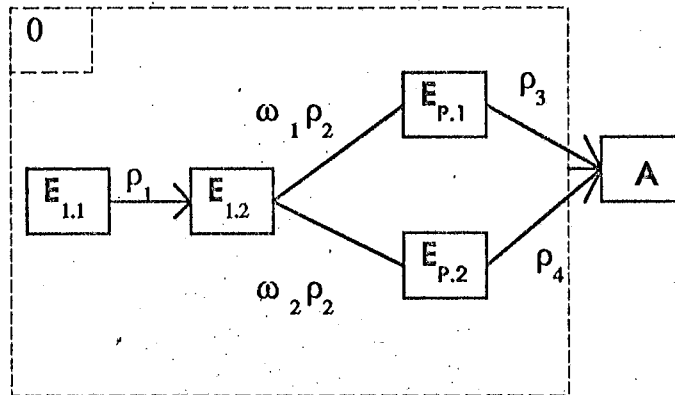


Figura (A.17) - Diagrama de transição de estados para a obtenção das funções de probabilidade da combinação de estágios CEDEDSDDP.

A função densidade de probabilidade para a combinação CEDEDSDDP, de acordo com a Fig.(A.17), é dada por:

$$f_0(x) = \rho_3 P_{E_{P,1}}(x) + \rho_4 P_{E_{P,2}}(x) \quad (\text{A.162})$$

A manutenibilidade e a taxa de reparo são obtidas das Eqs.(A.2) e (A.3).

As equações diferenciais do sistema da Fig.(A.17), são:

$$\frac{dP_{E_1}(x)}{dx} = -\rho_1 P_{E_1}(x) \quad (\text{A.163})$$

$$\frac{dP_{E_2}(x)}{dx} = \rho_1 P_{E_1}(x) - \rho_2 P_{E_2}(x) \quad (\text{A.164})$$

$$\frac{dP_{E_{P,1}}(x)}{dx} = \omega_1 \rho_2 P_{E_2}(x) - \rho_3 P_{E_{P,1}}(x) \quad (\text{A.165})$$

$$\frac{dP_{EP,2}(x)}{dx} = \omega_2 \rho_2 P_{E_2}(x) - \rho_4 P_{EP,2}(x) \quad (\text{A.166})$$

Aplicando a transformada de Laplace nas equações acima e assumindo que

$$P_{E_1}(0) = 1 \quad e \quad P_{E_2}(0) = P_{EP,1}(0) = P_{EP,2}(0) = 0 \quad (\text{A.167})$$

temos:

$$P_{E_1}(s) = \frac{1}{(s + \rho_1)} \quad (\text{A.168})$$

$$P_{E_2}(s) = \frac{\rho_1}{(s + \rho_1)(s + \rho_2)} \quad (\text{A.169})$$

$$P_{EP,1}(s) = \frac{\omega_1 \rho_1 \rho_2}{(s + \rho_1)(s + \rho_2)(s + \rho_3)} \quad (\text{A.170})$$

$$P_{EP,2}(s) = \frac{\omega_2 \rho_1 \rho_2}{(s + \rho_1)(s + \rho_2)(s + \rho_4)} \quad (\text{A.171})$$

Aplicando a transformada inversa nas Eqs.(A.170) e (A.171) e substituindo na Eq.(A.162), temos:

$$\begin{aligned} f_0(0) = & \frac{\omega_1 \rho_1 \rho_2 \rho_3}{(\rho_1 - \rho_2)(\rho_1 - \rho_3)(\rho_2 - \rho_3)} [(\rho_2 - \rho_3)e^{-\rho_1 x} + (\rho_1 - \rho_3)e^{-\rho_2 x} + (\rho_1 - \rho_2)e^{-\rho_3 x}] \\ & + \frac{\omega_2 \rho_1 \rho_2 \rho_4}{(\rho_1 - \rho_2)(\rho_1 - \rho_4)(\rho_2 - \rho_4)} [(\rho_2 - \rho_4)e^{-\rho_1 x} + (\rho_1 - \rho_4)e^{-\rho_2 x} + (\rho_1 - \rho_2)e^{-\rho_4 x}] \end{aligned} \quad (\text{A.172})$$

A manutenibilidade é obtida pela substituição das transformadas inversa de Laplace das Eqs.(A.169) a (A.171) na Eq.(A.2):

$$\begin{aligned}
F_m(0) = & 1 - \left[e^{-\rho_1 x} + \frac{\rho_1}{(\rho_1 - \rho_2)} \left[e^{-\rho_2 x} - e^{-\rho_1 x} \right] \right. \\
& + \frac{\omega_1 \rho_1 \rho_2}{(\rho_1 - \rho_2)(\rho_1 - \rho_3)(\rho_2 - \rho_3)} \left[(\rho_2 - \rho_3)e^{-\rho_1 x} + (\rho_1 - \rho_3)e^{-\rho_2 x} + (\rho_1 - \rho_2)e^{-\rho_3 x} \right] \\
& \left. + \frac{\omega_2 \rho_1 \rho_2}{(\rho_1 - \rho_2)(\rho_1 - \rho_4)(\rho_2 - \rho_4)} \left[(\rho_2 - \rho_4)e^{-\rho_1 x} + (\rho_1 - \rho_4)e^{-\rho_2 x} + (\rho_1 - \rho_2)e^{-\rho_4 x} \right] \right]
\end{aligned}
\tag{A.173}$$

A taxa de reparo é obtida pela substituição das Eqs.(A.172) e (A.173) na Eq.(A.3).

Os momentos são calculados em duas partes, sendo que na primeira utiliza-se a Eq.(A.170) e, na segunda, a Eq.(A.171):

para a primeira parte:

$$(\rho_1 \rho_2 + \rho_1 \rho_3 + \rho_2 \rho_3) - \rho_1 \rho_2 \rho_3 m_{1,1} = 0 \tag{A.174}$$

$$2(\rho_1 + \rho_2 + \rho_3) - 2(\rho_1 \rho_2 + \rho_1 \rho_3 + \rho_2 \rho_3) m_{1,1} + \rho_1 \rho_2 \rho_3 m_{1,2} = 0 \tag{A.175}$$

$$6 - 6(\rho_1 + \rho_2 + \rho_3) m_{1,1} + 3(\rho_1 \rho_2 + \rho_1 \rho_3 + \rho_2 \rho_3) m_{1,2} + \rho_1 \rho_2 \rho_3 m_{1,3} = 0 \tag{A.176}$$

$$24m_{1,1} - 12(\rho_1 + \rho_2 + \rho_3) m_{1,2} \tag{A.177}$$

$$+ 4(\rho_1 \rho_2 + \rho_1 \rho_3 + \rho_2 \rho_3) m_{1,3} - \rho_1 \rho_2 \rho_3 m_{1,4} = 0$$

$$60m_{1,2} - 20(\rho_1 + \rho_2 + \rho_3) m_{1,3} + \tag{A.178}$$

$$5(\rho_1 \rho_2 + \rho_1 \rho_3 + \rho_2 \rho_3) m_{1,4} - \rho_1 \rho_2 \rho_3 m_{1,5} = 0$$

e para a segunda parte, temos

$$(\rho_1 \rho_2 + \rho_1 \rho_4 + \rho_2 \rho_4) - \rho_1 \rho_2 \rho_4 m_{2,1} = 0 \tag{A.179}$$

$$2(\rho_1 + \rho_2 + \rho_4) - 2(\rho_1\rho_2 + \rho_1\rho_4 + \rho_2\rho_4)m_{2.1} + \rho_1\rho_2\rho_4m_{2.2} = 0 \quad (\text{A.180})$$

$$6 - 6(\rho_1 + \rho_2 + \rho_4)m_{2.1} \quad (\text{A.181})$$

$$+ 3(\rho_1\rho_2 + \rho_1\rho_4 + \rho_2\rho_4)m_{2.2} + \rho_1\rho_2\rho_4m_{2.3} = 0$$

$$24m_{2.1} - 12(\rho_1 + \rho_2 + \rho_4)m_{2.2} \quad (\text{A.182})$$

$$+ 4(\rho_1\rho_2 + \rho_1\rho_4 + \rho_2\rho_4)m_{2.3} - \rho_1\rho_2\rho_4m_{1.4} = 0$$

$$60m_{2.2} - 20(\rho_1 + \rho_2 + \rho_4)m_{2.3} \quad (\text{A.183})$$

$$+ 5(\rho_1\rho_2 + \rho_1\rho_4 + \rho_2\rho_4)m_{2.4} - \rho_1\rho_2\rho_4m_{2.5} = 0$$

Portanto, os momentos da combinação CEDEDSDDP, são:

$$m_1 = \omega_1m_{1.1} + \omega_2m_{2.1} \quad (\text{A.184})$$

$$m_2 = \omega_1m_{1.2} + \omega_2m_{2.2} \quad (\text{A.185})$$

$$m_3 = \omega_1m_{1.3} + \omega_2m_{2.3} \quad (\text{A.186})$$

$$m_4 = \omega_1m_{1.4} + \omega_2m_{2.4} \quad (\text{A.187})$$

$$m_5 = \omega_1m_{1.5} + \omega_2m_{2.5} \quad (\text{A.188})$$

A avaliação da taxa de reparo se faz segundo as condições abaixo.

i) avaliação de $\phi(x)$, quando $x \rightarrow 0$

$$\phi(0) = 0 \quad (\text{A.189})$$

ii) avaliação da derivada de $\phi(x)$, quando $x \rightarrow 0$

$$\phi'(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \left[\left(s \frac{\omega_1 \rho_1 \rho_2 \rho_3}{(s + \rho_1)(s + \rho_2)(s + \rho_3)} + \frac{\omega_2 \rho_1 \rho_2 \rho_4}{(s + \rho_1)(s + \rho_2)(s + \rho_4)} \right) - 0 \right] + (0)^2 \quad (\text{A.190})$$

iii) avaliação de $\phi(x)$, quando $x \rightarrow \infty$

iii.a) $\rho_1 = \min(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4)$, $\rho_1 \neq \rho_2 \neq \rho_3 \neq \rho_4$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \rho_1 \quad (\text{A.191})$$

iii.b) $\rho_2 = \min(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4)$, $\rho_1 \neq \rho_2 \neq \rho_3 \neq \rho_4$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \rho_2 \quad (\text{A.192})$$

iii.c) $\rho_3 = \min(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4)$, $\rho_1 \neq \rho_2 \neq \rho_3 \neq \rho_4$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \rho_3 \quad (\text{A.193})$$

iii. d) $\rho_4 = \min(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4)$, $\rho_1 \neq \rho_2 \neq \rho_3 \neq \rho_4$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = \rho_4 \quad (\text{A.194})$$

APÊNDICE B

DESCRIÇÃO DOS PROGRAMAS DESENVOLVIDOS

B.1 - DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

Para testar a validade dos programas desenvolvidos, reproduziram-se os resultados apresentados por Oliveira & Amaral Netto (1987), nesta etapa foi utilizado o programa FAFDEX. Este programa gera os resultados da frequência de acidentes (η), através da solução da Eq.(III.9) e partindo da Eq.(IV.1), tendo como dados de entrada o número de estados do sistema (NES), a taxa de falha (λ), a taxa de demanda (ν), a taxa de reparo (μ), o intervalo de avaliação (INTV), o intervalo entre teste (τ_D) e o número de subintervalos (M). A figura (B.1) apresenta o bloco de transferência para o programa acima.

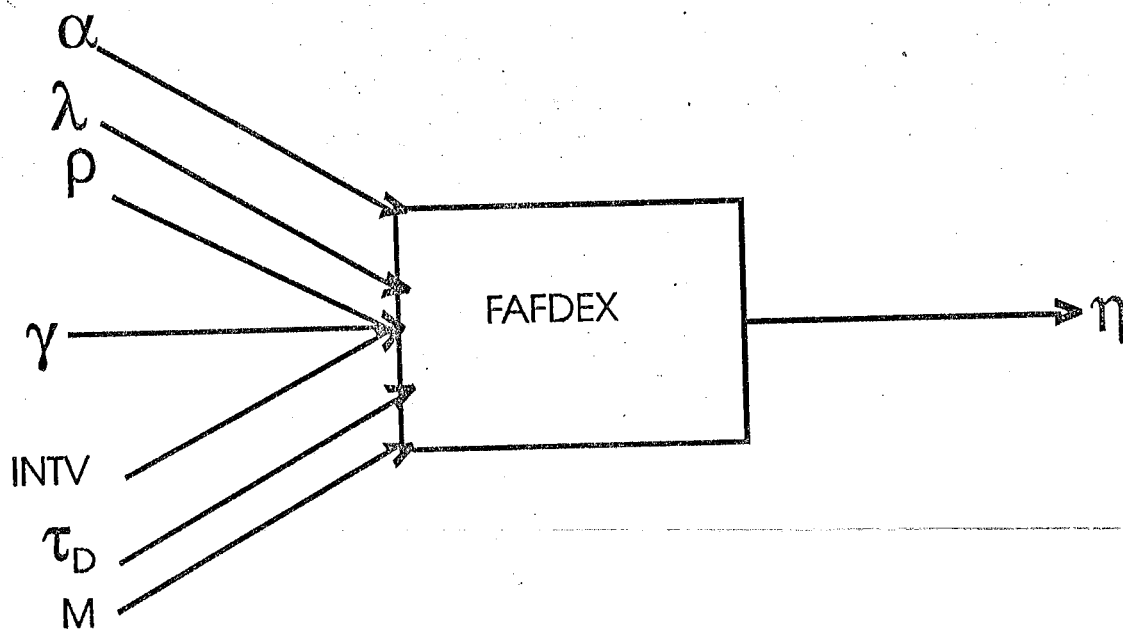


Figura (B.1) - Bloco de transferência para o programa FAFDEX.

Como exemplo utilizaremos os dados do grupo 1, apresentados na Tabela (IV.1), onde $\lambda = 0.05/\text{ano}$, $\nu = 1,0/\text{ano}$, $\text{INTV} = \tau_D = 0,25/\text{ano}$, $\mu = 182,5/\text{ano}$ e $M = 10000$ e o resultado da frequência de acidentes encontra-se na Figura (IV.2).

B.2 - DISTRIBUIÇÃO GAMA

Para gerar os dados pertinentes à distribuição gama, foram desenvolvidos os seguintes programas: GAMA, SÉRIE, FAFDGAM e CAFAGAM. O programa GAMA gera todas as características relacionadas com a distribuição gama, tais como: função densidade (FD), função distribuição (FA) e taxa de transição (FT). Este programa, tem como dados de entrada: a média (MED), o desvio (DESV) e o incremento (H), e a saída é dada pelas três funções anteriormente apresentadas. A figura (B.2) apresenta o bloco de transferência para o programa GAMA.

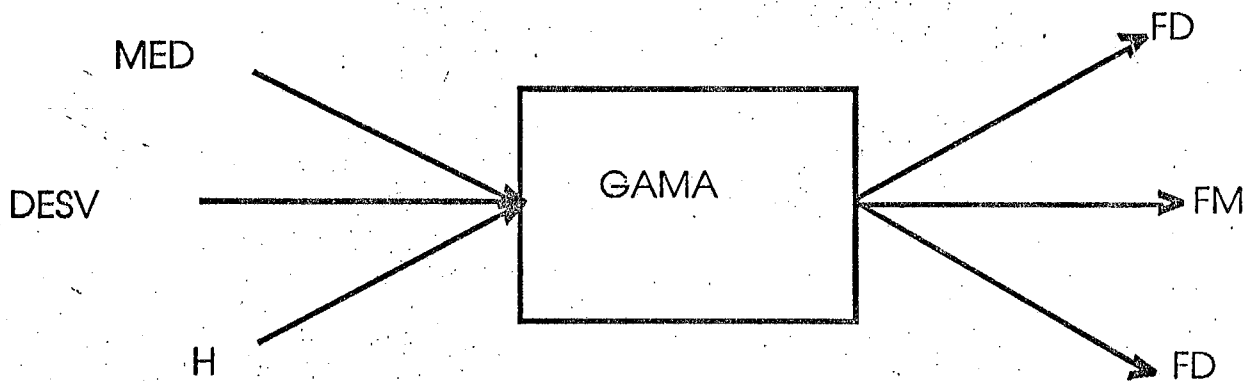


Figura (B.2) - Bloco de transferência para o programa GAMA.

Como exemplo, utilizaremos os dados da Tabela (IV.2) para o caso 1, em que $\text{MED} = 24 \text{ hr}$, $\text{DESV} = 12 \text{ hr}$ e o incremento H é de 1 hr ; o resultado obtido para a taxa de transição encontra-se na Figura (IV.5), enquanto que os outros não foram utilizados.

O programa SÉRIE gera os resultados pertinentes à combinação de estágios em série; este programa utiliza o método dos momentos para determinar os parâmetros relacionados a esta combinação, tais como: número de estágios em série (α) e a taxa de transição entre os estágios (ρ). Este programa tem como dados de entrada: a média (MED), o desvio (DESV) da distribuição gama que será aproximada e o incremento (H), e a saída gerada é a função densidade (FDCE), a função distribuição (FACE) e a taxa de transição (FTCE) da combinação de estágios. A Figura (B.3) apresenta o bloco de transferência para o programa SÉRIE.

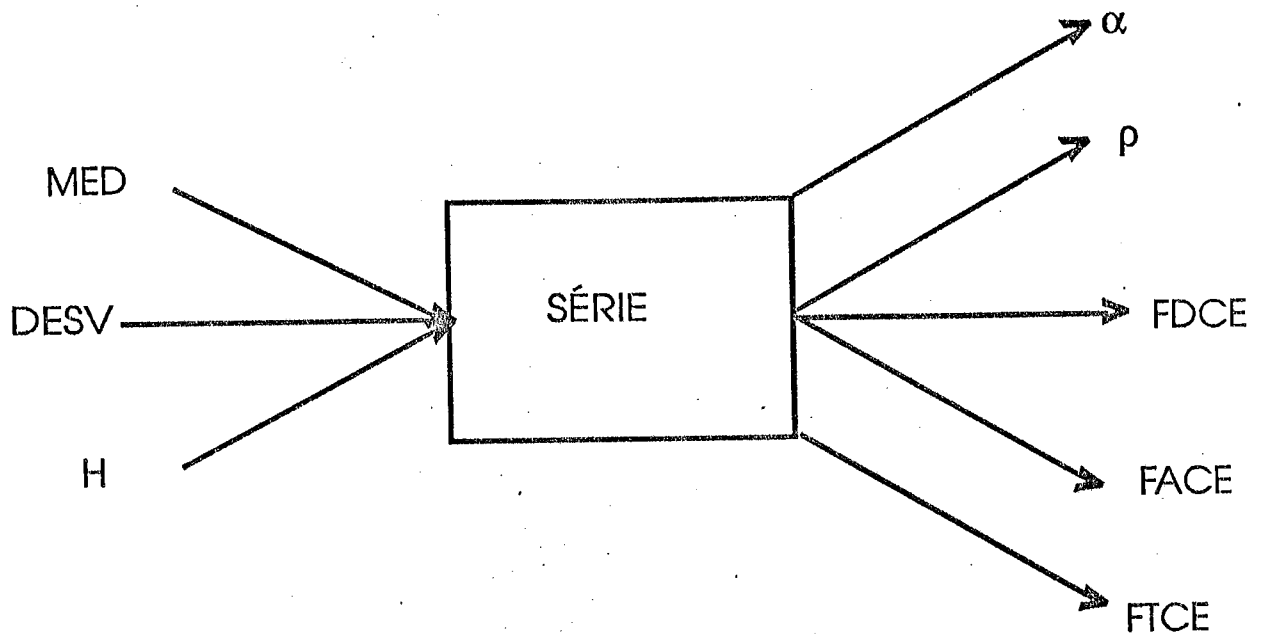


Figura (B.3) - Bloco de transferência para o programa SÉRIE.

Como exemplo, utilizaremos os dados da Tabela (IV.2) para o caso 1, onde os dados de entrada são: MED = 24 hr, DESV = 12 hr e o incremento H = 1 hr; os resultados gerados foram $\alpha = 4$ estágios, $\rho = 0.16667/\text{hora}$, e a FTCE encontra-se na Figura (IV.5). Os demais dados não foram utilizados.

O programa FAFDGAM gera a frequência de acidentes (η) de uma instalação equipada com um único canal de proteção, sendo que os tempos de reparo deste seguem uma distribuição gama. Este programa tem como dados de entrada: a taxa de falha do canal (λ), a taxa de demanda inicial (v), o número de estágios (α) ou (NE), a taxa de transição entre os estágios (ρ), probabilidade do reparo efetuado ser perfeito (γ), o intervalo de avaliação (INTV), o intervalo entre teste (τ_p) e o número de subintervalos (M). A Figura (B.4) apresenta o bloco de transferência para o programa FAFDGAM.

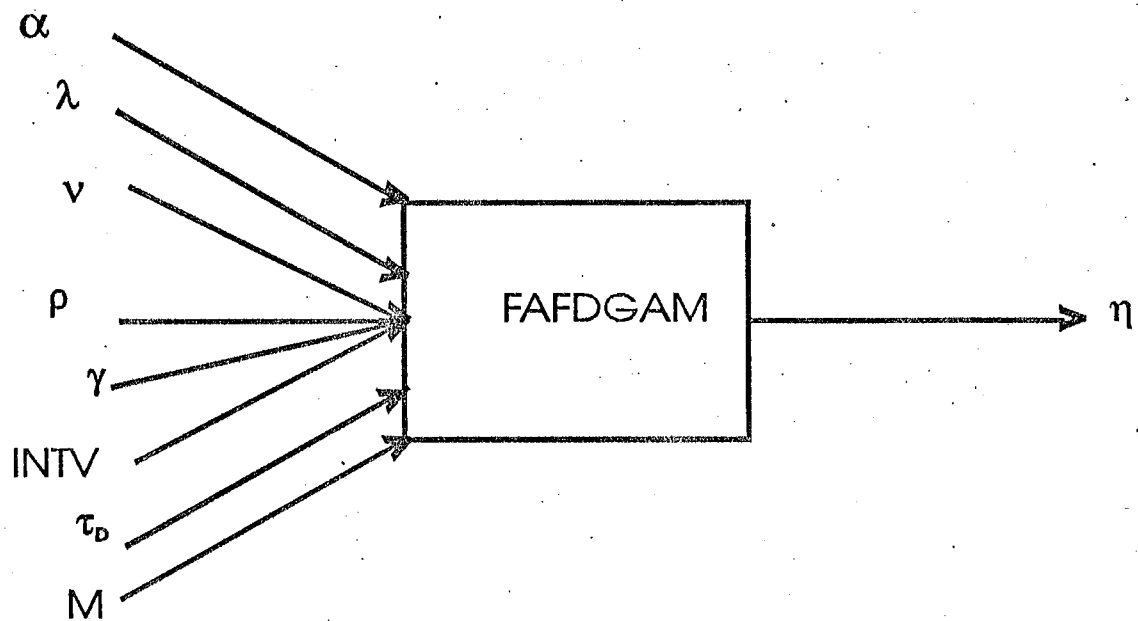


Figura (B.4) - Bloco de transferência para o programa FAFDGAM.

O programa CAFAGAM apresenta a mesma lógica do programa FAFDGAM, possuindo uma diferença apenas na quantidade de dados de entrada: enquanto o programa FAFDGAM recebe os dados pertinentes a um caso e gera a frequência de acidentes em função da demanda, o CAFAGAM recebe os dados relativos aos quatro casos analisados e gera os dados apresentados nas Tabelas (IV.3) a (IV.8).

B.3 - DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL

Para gerar os dados pertinentes à distribuição de Weibull, foram desenvolvidos os seguintes programas: WEIBULL, SÉRIENT, INTERPOL, FAFDGAM e CAFAGAM. O programa WEIBULL gera todas as características relacionadas com a distribuição de Weibull, tais como: função densidade (FD), função distribuição (FA) e taxa de transição (FT). Este programa tem como dados de entrada a média (MED), o parâmetro de forma (β) e o incremento (H), e a saída é dada pelas três funções anteriormente apresentadas. A Figura (B.5) apresenta o bloco de transferência para o programa WEIBULL.

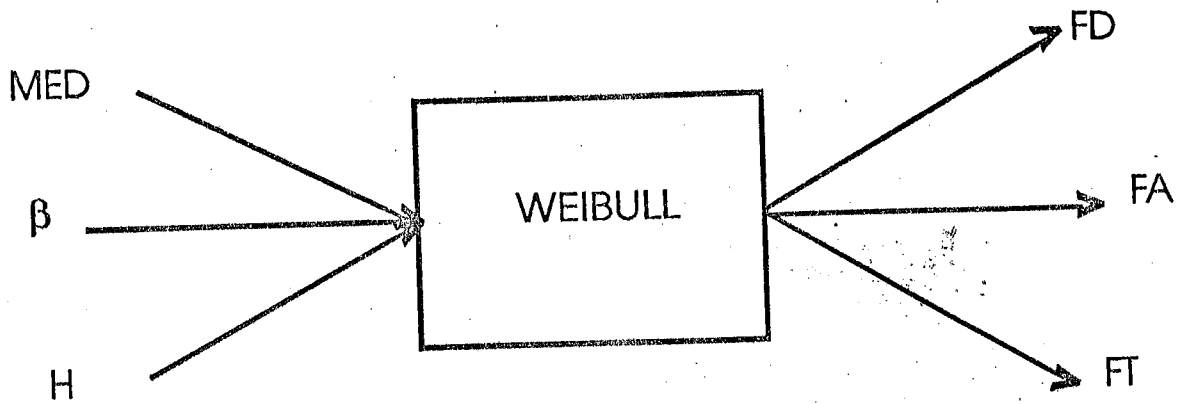


Figura (B.5) - Bloco de transferência para o programa WEIBULL.

Como exemplo, utilizamos como dados de entrada os valores do caso 1 da Tabela (IV.9), onde $MED = 24$ hr, $\beta = 1,5$ e o incremento $H = 1$ hr, a saída gerada para a FT encontra-se na Figura (IV.19) e os demais resultados não foram aqui empregados.

O programa SÉRIENT é uma variação do programa SÉRIE Figura (B.3), onde a modificação está relacionada com o dado de entrada, que neste caso será a média (MED), o número de estágios (α) e o incremento (H). Este programa gera como saída: o desvio ($DESV$), a taxa de transição entre os estágios (ρ), a função densidade ($FDCE$), a função distribuição ($FACE$) e a taxa de transição ($FTCE$). A Figura (B.6) apresenta o bloco de transferência para o programa acima.

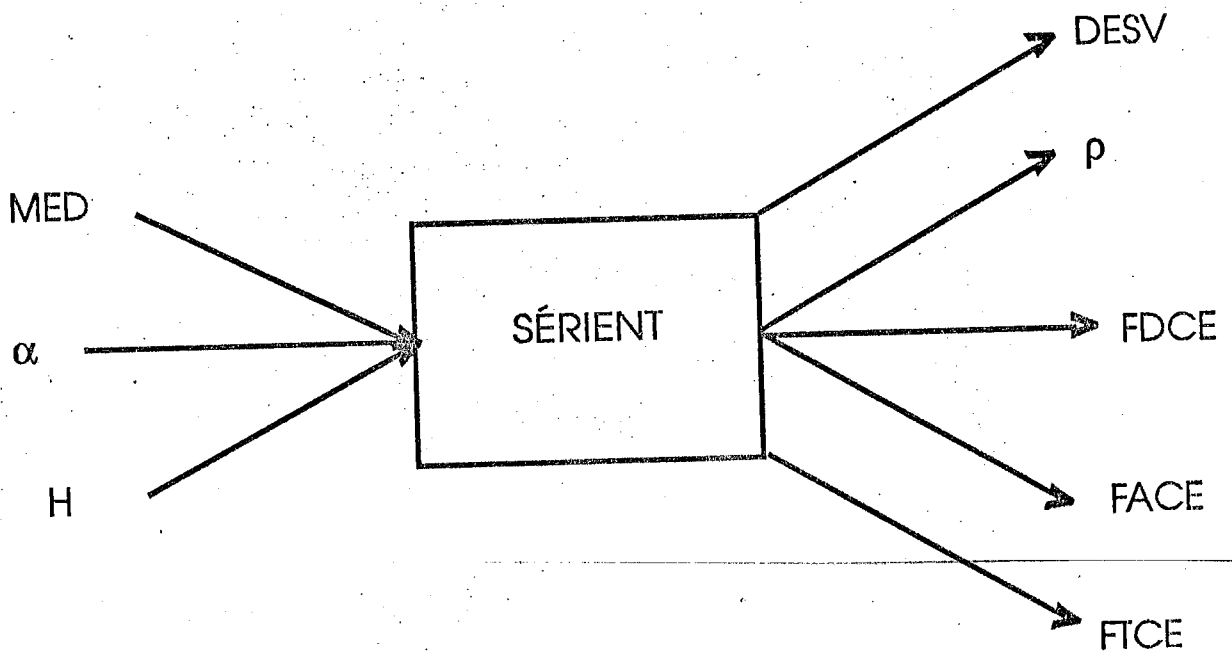


Figura (B.6) - Blocos de transferência do programa SÉRIENT.

Como exemplo, utilizamos: $MED = 24$ hr, $\alpha = 2$ estágios e o incremento $H = 1$ hr, obtemos $\rho = 0,0833/\text{hora}$; $MED = 24$ hr, $\alpha = 3$ e o incremento $H = 1$ hr, obtemos $\rho = 0,125/\text{hora}$. Estes valores são interpolados no programa INTERPOL para o caso em que $\alpha = 2,17$, para obtenção de FDCE, FACE, FTCE para o número de estágios fracionário.

A frequência de acidentes para o caso em que os tempos de reparo seguem uma distribuição de Weibull foi gerada pelo programa FAFDGAM, pois a combinação de estágios utilizada foi a mesma: a combinação CESTTI. Portanto, o bloco de transferência para o programa FAFDWE é igual ao da Figura (B.4).

O programa INTERPOL é utilizado para obter as interpolações dos valores da frequência de acidentes geradas pelo programa FAFDGAM, para o caso em que $\alpha = 2,13$. Este programa também é utilizado para interpolar os valores gerados pelo programa SÉRIENT. Os dados de entrada do programa INTERPOL são as funções geradas pelos programas acima e os números de estágios: número de estágios inteiros e superior ao valor fracionário (NES), número de estágios inteiros e inferior ao fracionário (NEA) e o número de estágios fracionário (NEF). A Figura (B.7) apresenta o bloco de transferência do programa INTERPOL.

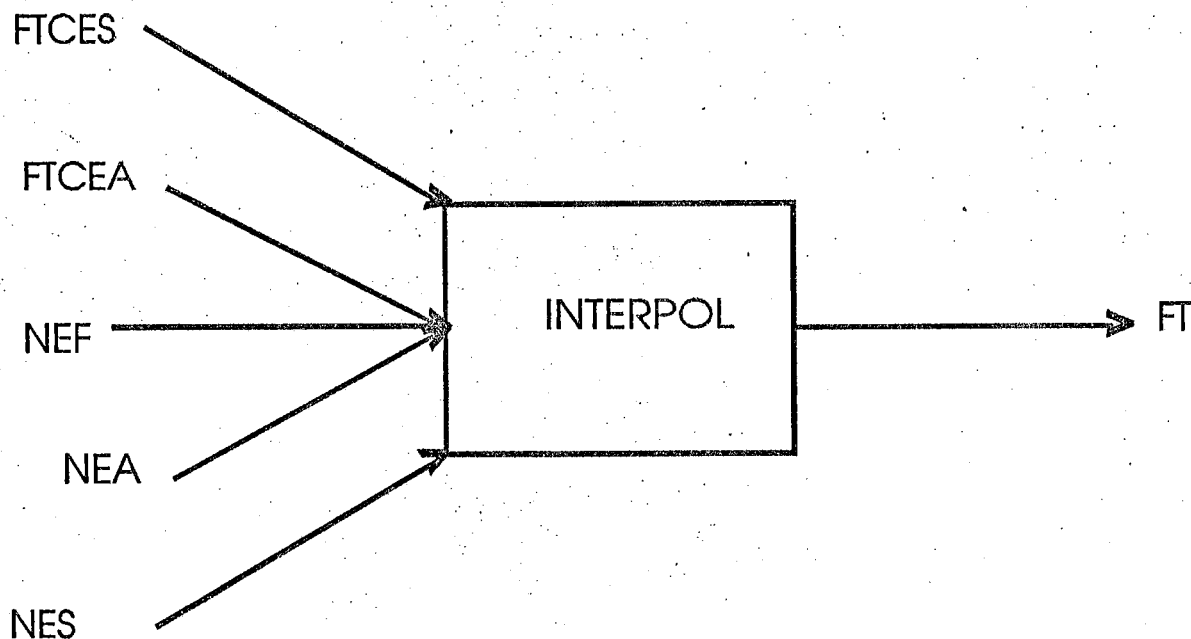


Figura (B.7) - O bloco de transferência do programa INTERPOL.

Como exemplo, apresentamos a interpolação conduzida na geração da Figura (IV.14), onde os dados de entrada são: $NEF = 2,17$ estágios, $NEA = 2$ estágios, $NES = 3$ estágios e as funções de entrada são $FTCE2$ e $FTCE3$, respectivamente a taxa de transição gerada para a combinação de 2 e 3 estágios; e o resultado gerado pela interpolação é FT a taxa de transição da combinação de 2,17 estágios.

B.4 - DISTRIBUIÇÃO LOGNORMAL

Para gerar os dados relacionados com a distribuição lognormal, foram desenvolvidos os seguintes programas: LOGNOR, CAPALN, NANO, FAFDLN e CAFALN. O programa LOGNOR gera todas as características relacionadas com a distribuição lognormal, tais como: função densidade (FD), função distribuição (FA) e taxa de transição (FT). Este programa tem como dados de entrada: a média (MED), o desvio (DESV) e o incremento (H), e a saída é dada pelas três funções anteriormente apresentadas. A Figura (B.8) apresenta o bloco de transferência para o programa LOGNOR.

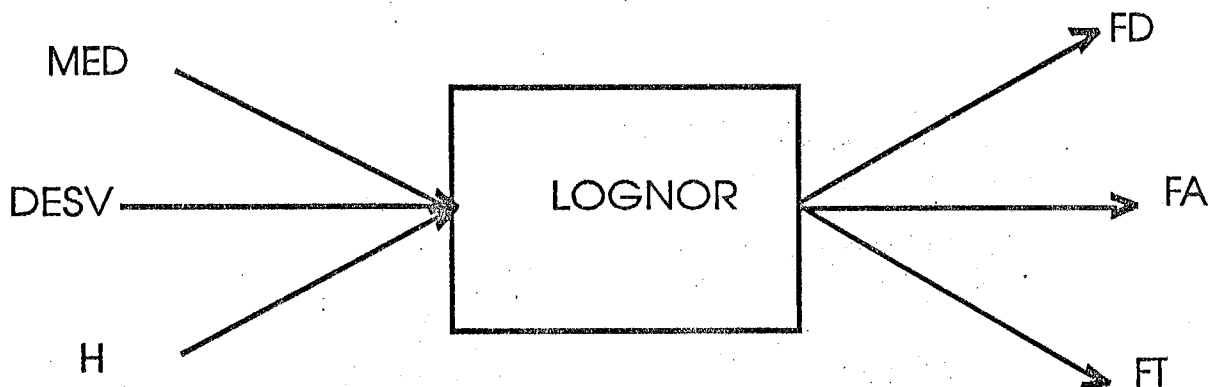


Figura (B.8) - Bloco de transferência do programa LOGNOR.

Como exemplo, utilizamos os dados de entrada apresentado na Tabela (IV.16) onde $MED = 24$ hr, $DESV = 12$ hr e o incremento do $H = 1$ hr, e o resultado gerado é apresentado apenas para a função FT na Figura (IV.27).

O programa CAPALN é utilizado para obter os parâmetros relacionados com a combinação de estágios CESC DP apresentada na Figura (IV.26). Os parâmetros são obtidos através do método dos momentos onde os momentos da distribuição lognormal são igualados aos da combinação e pela utilização do método iterativo de Newton-Raphson baseado nas Eqs.(II.54) a (II.58). Os dados de entrada do programa CAPALN são: média (MED), desvio (DESV), e o vetor $\underline{X}_0 = [\alpha, \omega, \rho, \rho_1, \rho_2]$ (vetor inicial para os valores do parâmetro). A Figura (B.9) apresenta o bloco de transferência do programa CAPALN.

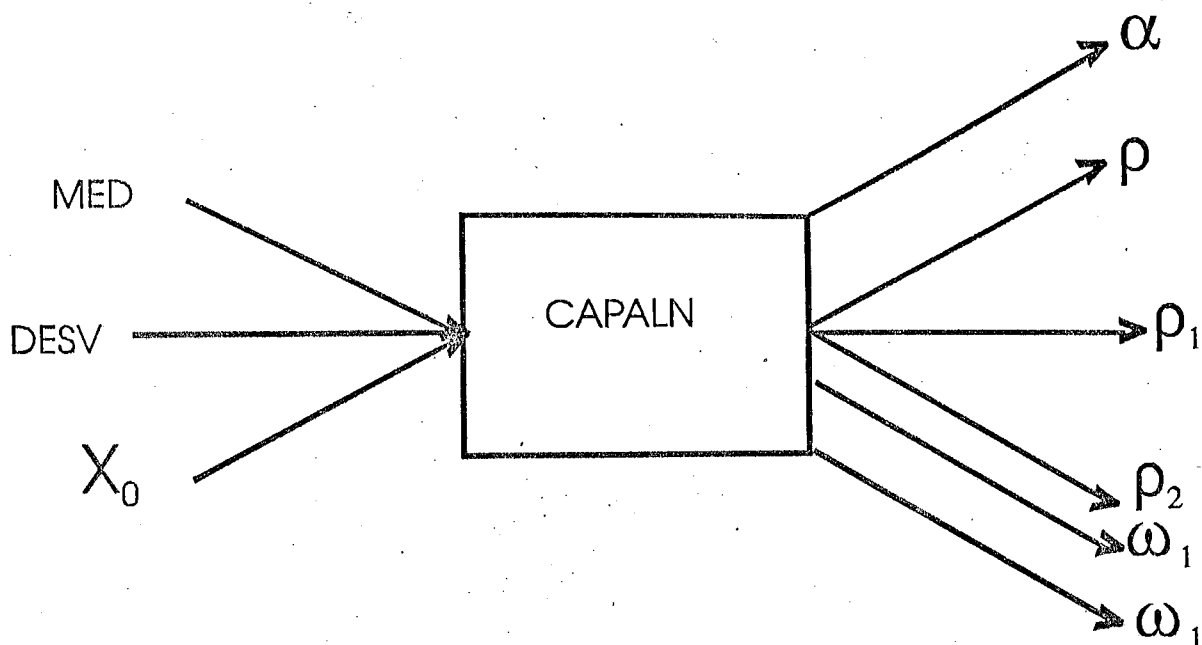


Figura (B.9) - Bloco de transferência do programa CAPALN.

O programa NANO, gera as funções densidade, distribuição e taxa de transição para a combinação CESC DP. Este programa tem como dados de entrada os parâmetros: α (número de estágios em série), ω_1 (probabilidade de transitar para o estágio E_{p_1}), ρ (taxa de transição entre os estágios em série), ρ_1 (taxa de transição do estágios E_{p_1}), ρ_2 (taxa de transição do estágio E_{p_2}) e o incremento de tempo H , os dados de saída são FDCE (função densidade da combinação de estágios), FMCE (função distribuição da combinação de estágios) e FTCE (taxa de transição da combinação de estágios). A Figura (B.10) apresenta o bloco de transferência para o programa NANO.

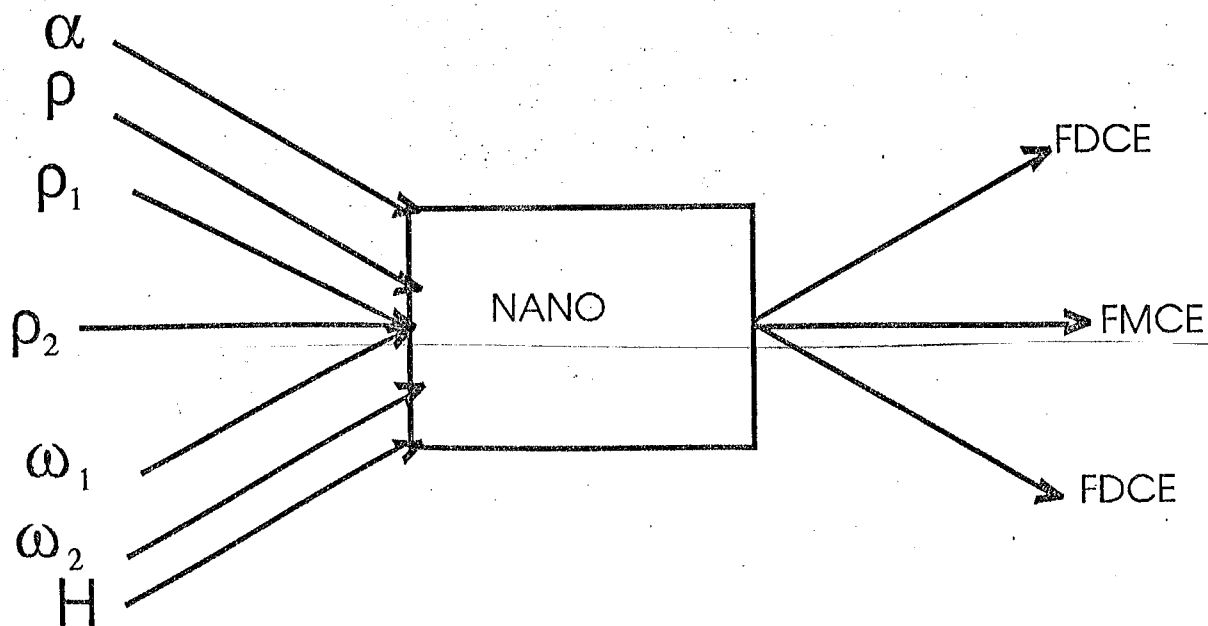


Figura (B.10) - Bloco de transferência do programa NANO.

Como exemplo, utilizamos os dados de entrada apresentados na Tabela (IV.16): $\alpha = 6$, $\omega_1=0.109901$, $\rho = 0.4389/\text{hora}$, $\rho_1= 0.0653/\text{hora}$, $\rho_2=0.1029/\text{hora}$ e o incremento $H = 1$ hr. Os resultados gerados são apresentados na Figura (IV.27).

O programa FAFDLN gera a frequência de acidentes em função da demanda e tem como dados de entrada: α , ω_1 , ρ , ρ_1 , ρ_2 , $P_r=1-P_{fr}$ (probabilidade de reparo perfeito), INTV (intervalo de avaliação), τ_D (intervalo entre teste), v (taxa de demanda inicial e igual a 1) e M , número de subintervalos. A Figura (B.11) apresenta o bloco de transferência para o programa FAFDLN.

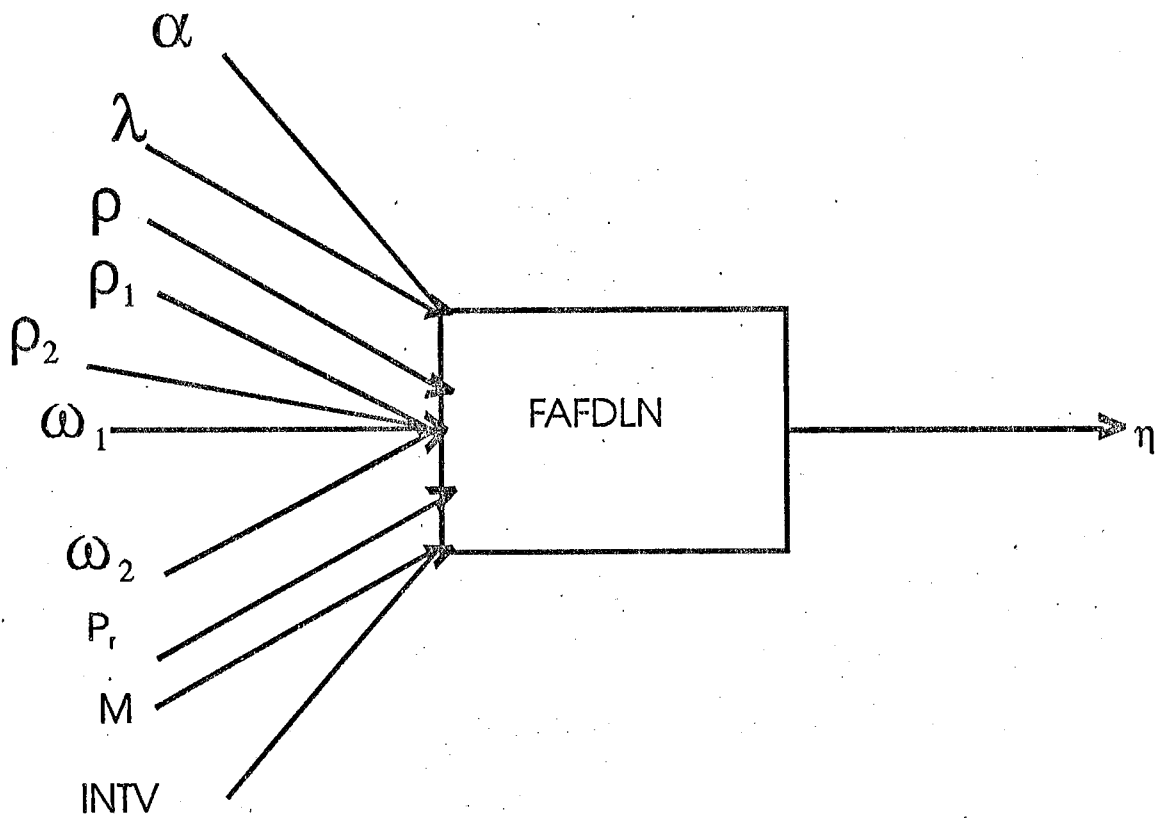


Figura (B.11) - Bloco de transferência para o programa FAFDLN.

Como exemplo, mostraremos os dados gerados para caso 1; os dados de entrada utilizados encontram-se listados na Tabela (IV.16), sendo dados por: $\alpha = 6$, $\omega_1=0.109901$, $\rho = 0.4389/\text{hora}$, $\rho_1= 0.0653/\text{hora}$, $\rho_2=0.1029/\text{hora}$, $\text{INTV} = 0.0192$ ano, $\tau_D = 0.0192$ ano (1 semana), $P_r=1-P_{fr}=0.95$ e $M = 10000$, e os resultados gerados são apresentados nas Figuras (IV.31) a (IV.33).

O programa CAFALN é uma variação do programa FAFDLN que gera os resultados apresentados nas Tabelas (IV.17) a (IV.22), onde a diferença está nos dados de entrada que neste caso são os valores correspondentes de α , ω_1 , ρ , ρ_1 , ρ_2 , para os casos 1, 2, 3 e 4 e os valores de $\text{INTV} = \tau_D = 0,0192$ (1 semana); $0,0833$ (1 mês); 1 (1 ano), $M = 10000$ e $P_r = 0.95$.