



ANÁLISE DE REMOLHAMENTO DE VARETA COMBUSTÍVEL PWR
UTILIZANDO A FORMULAÇÃO APERFEIÇOADA DE PARÂMETROS
CONCENTRADOS

Gustavo Domingos Pereira

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Nuclear, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Nuclear.

Orientador: Su Jian

Rio de Janeiro
Setembro de 2017

ANÁLISE DE REMOLHAMENTO DE VARETA COMBUSTÍVEL PWR
UTILIZANDO A FORMULAÇÃO APERFEIÇOADA DE PARÂMETROS
CONCENTRADOS

Gustavo Domingos Pereira

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA
NUCLEAR.

Examinada por:

Prof. Su Jian, D.Sc.

Prof. Eduardo Gomes Dutra do Carmo, D.Sc.

Prof. Renato Machado Cotta, Ph.D.

Prof. Leandro Alcoforado Sphaier, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
SETEMBRO DE 2017

Pereira, Gustavo Domingos

Análise de remolhamento de vareta combustível PWR utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados/Gustavo Domingos Pereira. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2017.

XV, 92 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador: Su Jian

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Nuclear, 2017.

Referências Bibliográficas: p. 88 – 92.

1. PWR. 2. Vareta. 3. Remolhamento. I. Jian, Su. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Nuclear. III. Título.

Paths are made by walking —
Franz Kafka

Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao Professor Su Jian pela dedicação, profissionalismo e paciência no decorrer da orientação do curso de mestrado. Sem o mesmo, nada teria sido possível.

Gostaria de agradecer aos Professores do Programa de Engenharia Nuclear e do Programa de Engenharia Mecânica da COPPE/UFRJ pelo ensino de excelência nas disciplinas ministradas. Foi uma honra poder fazer parte deste seleto grupo de estudantes.

Gostaria de agradecer aos funcionários do Programa de Engenharia Nuclear e do Programa de Engenharia Mecânica pelo serviço e apoio prestado.

Gostaria de agradecer aos colegas de estudo no Laboratório de Simulação e Métodos em Engenharia (LASME) pelo apoio e pela companhia ao longo do curso. Todos os conselhos e auxílios que me foram atenciosamente dirigidos.

Gostaria de agradecer à Direção da Nuclebrás Equipamentos Pesados S. A.—NUCLEP pelo incentivo e pela liberação para a realização do estudo de mestrado. Espero que esta formação me faça merecer mais o orgulhoso título de colaborador desta empresa.

Gostaria de agradecer aos meus amigos pela compreensão prestada nos meus momentos de ausência. Mesmo distante, nunca me senti sozinho.

Acima de tudo, à minha família, que sempre acreditou mais em mim do que eu mesmo e que, sem eles, eu não teria esta chance de dar mais este passo e orgulhá-los tanto quanto me orgulham.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ANÁLISE DE REMOLHAMENTO DE VARETA COMBUSTÍVEL PWR
UTILIZANDO A FORMULAÇÃO APERFEIÇOADA DE PARÂMETROS
CONCENTRADOS

Gustavo Domingos Pereira

Setembro/2017

Orientador: Su Jian

Programa: Engenharia Nuclear

Este trabalho desenvolve um modelo analítico utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados com aproximações de Hermite de modo a determinar o comportamento de varetas combustível de um Reator de Água Pressurizada típico ao serem remolhadas após um acidente com perda de refrigerante postulado. Primeiramente, a vareta combustível foi representada por um cilindro com geração volumétrica de calor uniforme, com a presença do interstício e do revestimento modelada por um coeficiente global de transferência de calor convectiva. Considerando a velocidade de remolhamento constante, o problema de remolhamento foi transformado num problema de condução de calor estacionária no sistema de referência solidário com a frente de remolhamento. Aplicando a formulação de parâmetros concentrados na direção radial e considerando a simetria aziumutal, o modelo matemático reduziu-se à equação de condução de calor unidimensional na direção longitudinal da vareta. As soluções foram obtidas analiticamente para as distribuições na parte molhada e na parte seca, e a velocidade de remolhamento foi determinada através da combinação das soluções na frente de remolhamento. O número de Péclet baseado na velocidade de remolhamento foi obtido em função dos números de Biot e na taxa adimensional de geração volumétrica do calor. As soluções obtidas compararam-se favoravelmente com as soluções disponíveis na literatura. Por último, o problema de vareta combustível foi modelado em duas regiões, o combustível e o revestimento, com a presença de interstício. Soluções analíticas foram obtidas para as distribuições de temperatura nas duas partes da vareta usando-se a formulação de parâmetros concentrados.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

REWETTING ANALYSIS OF A PWR FUEL ROD USING THE IMPROVED LUMPED MODEL

Gustavo Domingos Pereira

September/2017

Advisor: Su Jian

Department: Nuclear Engineering

This work develops an analytical model using the improved lumped parameter formulation with Hermite approximations to determine the behavior of fuel rods of a typical PWR reactor when being rewetted after a postulated LOCA. Firstly, the fuel rod was represented by a cylinder with uniform volumetric heat generation, with the presence of the gap and the cladding modeled by a global coefficient of convective heat transfer. Considering the constant rewetting velocity, the rewetting problem was transformed into a steady-state heat conduction problem in the reference system fixed with the rewetting front. Applying the lumped parameter formulation in the radial direction and considering the azimuthal symmetry, the mathematical model was reduced to the one-dimensional heat conduction equation in the longitudinal direction of the fuel rod. The solutions were obtained analytically for temperature distributions in the wet and dry parts, and the rewetting velocity was determined by combining the solutions at the rewetting front. The number of Peclet based on the rewetting velocity was obtained as a function of the Biot numbers and of the dimensionless of volumetric heat generation rate. The obtained solutions compared favorably with available solutions in the literature. Finally, the problem of fuel rod was modeled in two regions, the fuel and the cladding, with the presence of the gap. Analytical solutions were obtained for the temperature distributions on the two parts of the fuel rod using the lumped parameter formulation.

Sumário

Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xv
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Contextualização de um reator tipo PWR (Pressurized Water Reactor)	4
1.3 O LOCA (Loss of Coolant Accident)	7
1.4 O Problema Físico	9
1.5 Objetivos	9
1.6 Organização do Trabalho	10
2 Revisão Bibliográfica	12
2.1 Revisão para remolhamento	12
2.2 Soluções de parâmetros concentrados para modelagens termohidráulicas	19
3 Método Proposto	24
3.1 Equação para o transporte de calor	24
3.2 Modelagem física	27
3.2.1 Modelagem física para para combustível	27
3.2.2 Modelagem física para combustível revestido	31
3.3 Obtenção dos perfis de temperatura para combustível	37
3.3.1 Solução clássica por parâmetros concentrados para combustível	38
3.3.2 Solução aperfeiçoada por parâmetros concentrados $H_{0,0}$ e $H_{1,0}$ / $H_{0,0}$ para combustível	39
3.3.3 Solução aperfeiçoada por parâmetros concentrados $H_{1,1}$ / $H_{0,0}$ para combustível	41
3.4 Obtenção dos perfis de temperatura para combustível revestido	43
3.4.1 Solução clássica por parâmetros concentrados para com- bustível revestido	45
3.4.2 Solução aperfeiçoada por parâmetros concentrados $H_{1,0}$ / $H_{0,0}$ - $H_{0,0}$ / $H_{0,0}$ para combustível revestido	47

3.4.3	Solução aperfeiçoada por parâmetros concentrados $H_{1,1} / H_{0,0}$ - $H_{0,0} / H_{0,0}$ para combustível revestido	50
4	Resultados e Discussão	54
4.1	Resultados para o combustível	55
4.1.1	Resultados para combustível em placas planas	56
4.1.2	Resultados para o combustível cilíndrico	70
5	Conclusão e Sugestões	86
5.1	Conclusão	86
5.2	Sugestões	87
	Referências Bibliográficas	88

Lista de Figuras

1.1	Ilustração do estado do núcleo do TMI-2 após derretimento parcial [1].	2
1.2	Reator do tipo PWR sendo instalado [2].	4
1.3	Elemento combustível [3].	5
1.4	Revestimento de uma liga feita de Zircônio de uma vareta combustível tipo PWR [4].	5
1.5	Pastilha combustível de UO ₂ [5].	6
1.6	Evolução da pressão no vaso do reator após o início do LOCA.	8
3.1	Volume de controle infinitesimal [6]	25
3.2	Vista lateral de um combustível cilindro sendo remolhado por top-spray [7].	28
3.3	Vista lateral de um combustível cilindro sendo remolhado por top-spray [8]	28
3.4	Vista transversal do conjunto pastilhas combustível e revestimento [6]	32
3.5	Fenômeno físico do remolhamento de varetas combustível PWR (bottom-reflooding à esquerda e top-spray à direita) [9].	32
4.1	Taxa empírica de decaimento de potência em função do tempo [10]	55
4.2	Variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento nas placas planas utilizando a formulação de parâmetros concentrados clássica.	57
4.3	Variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento nas placas planas utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{0,0}$ para a temperatura e $H_{0,0}$ para o fluxo de calor).	57
4.4	Variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento nas placas planas utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{1,1}$ para a temperatura e $H_{0,0}$ para o fluxo de calor).	58

4.5	Comparação da variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um fluxo de calor de 10^{-5}	59
4.6	Comparação da variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um fluxo de calor de 10^{-4}	59
4.7	Comparação da variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um fluxo de calor de 10^{-3}	60
4.8	Comparação da variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um fluxo de calor de 10^{-2}	60
4.9	Comparação da variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um fluxo de calor de 10^{-1}	61
4.10	Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas utilizando a formulação de parâmetros concentrados clássica com o número de Biot como parâmetro.	62
4.11	Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{0,0}$ para a temperatura e $H_{0,0}$ para o fluxo de calor) com o número de Biot como parâmetro.	62
4.12	Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{1,1}$ para a temperatura e $H_{0,0}$ para o fluxo de calor) com o número de Biot como parâmetro.	63
4.13	Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um número de Biot de 10, 0.	64
4.14	Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um número de Biot de 1, 0.	64
4.15	Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um número de Biot de 0, 1.	65

4.16	Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas utilizando a formulação de parâmetros concentrados clássica com θ_1 como parâmetro.	67
4.17	Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{0,0}$ para a temperatura e $H_{0,0}$ para o fluxo de calor) com θ_1 como parâmetro.	67
4.18	Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{1,1}$ para a temperatura e $H_{0,0}$ para o fluxo de calor) com θ_1 como parâmetro.	68
4.19	Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um θ_1 de 0, 5.	68
4.20	Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um θ_1 de 0, 9.	69
4.21	Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um θ_1 de 1, 5.	69
4.22	Variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento no combustível cilíndrico utilizando a formulação de parâmetros concentrados clássica.	71
4.23	Variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento no combustível cilíndrico utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{1,0}$ para a temperatura do combustível, $H_{0,0}$ para a temperatura do revestimento e $H_{0,0}$ para as suas derivadas).	71
4.24	Variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento no combustível cilíndrico utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{1,1}$ para a temperatura do combustível, $H_{0,0}$ para a temperatura do revestimento e $H_{0,0}$ para as suas derivadas).	72
4.25	Comparação da variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um parâmetro da fonte de calor de 10^{-5}	73
4.26	Comparação da variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um parâmetro da fonte de calor de 10^{-4}	73

4.27	Comparação da variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um parâmetro da fonte de calor de 10^{-3}	74
4.28	Comparação da variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um parâmetro da fonte de calor de 10^{-2}	74
4.29	Comparação da variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um parâmetro da fonte de calor de 10^{-1}	75
4.30	Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico utilizando a formulação de parâmetros concentrados clássica com o número de Biot como parâmetro.	77
4.31	Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{1,0}$ para a temperatura do combustível e $H_{0,0}$ para a sua derivada) com o número de Biot como parâmetro.	77
4.32	Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{1,1}$ para a temperatura do combustível e $H_{0,0}$ para a sua derivada) com o número de Biot como parâmetro.	78
4.33	Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um número de Biot de 10,0.	79
4.34	Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um número de Biot de 1,0.	79
4.35	Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um número de Biot de 0,1.	80
4.36	Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico utilizando a formulação de parâmetros concentrados clássica com θ_1 como parâmetro.	82
4.37	Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{1,0}$ para a temperatura do combustível e $H_{0,0}$ para a sua derivada) com θ_1 como parâmetro.	82

4.38	Varição do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{1,1}$ para a temperatura do combustível e $H_{0,0}$ para a sua derivada) com θ_1 como parâmetro.	83
4.39	Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um θ_1 de 0,5.	83
4.40	Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um θ_1 de 0,9.	84
4.41	Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um θ_1 de 1,5.	84

Lista de Tabelas

4.1	Parâmetros físicos e de operação obtidos de Todreas e Kazimi [10] . . .	54
4.2	Variáveis adimensionais utilizados por Sahu et al. [11], Satapathy [12], Satapathy e Sahoo [13], Satapathy e Kar [14], Satapathy e Sahoo [15], Olek et al. [16], Yeh [17] e Yeh [18]	56
4.3	Valores do número de Péclet para cada metodologia utilizada e $Bi_1 = 10,0$	61
4.4	Valores de Q_{crit} para as formulações por parâmetros concentrados clássica e aperfeiçoadas e diferentes números de Biot.	70
4.5	Valores do número de Péclet para cada metodologia utilizada e $Bi_1 = 10,0$	76
4.6	Valores de Q_{crit} para as formulações por parâmetros concentrados clássica e aperfeiçoadas e diferentes números de Biot.	85

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

O estudo da matéria tem sido realizado desde os mais antigos filósofos gregos, evoluindo de conceitos mais básicos como a constituição elementar de um átomo como partícula indivisível até as mais modernas teorias atômicas.

Ao longo da história, o conhecimento acerca dos fenômenos que ocorrem no núcleo de um átomo e sua eletrosfera foi sendo agregado de modo que hoje podemos ter um controle e entendimento que nos permitem usufruir de alguns destes fenômenos, como no caso dos reatores nucleares.

O primeiro reator nuclear de fissão operante a ser acoplado em uma linha de transmissão foi o reator da central nuclear do Institute of Physics and Power Engineering, na cidade de Obninsk, antiga Rússia soviética. Este reator, chamado de Atomic Power Station 1 Obninsk (APS-1 Obninsk) se manteve em operação desde 1954 até o ano de 2002, cessando sua produção comercial de eletricidade em 1959 para operar como uma planta de pesquisa e produção de isótopos.

Dados os riscos operacionais de uma planta de geração de energia elétrica baseada em fissão nuclear, engenheiros, físicos e projetistas têm demandado cada vez mais esforços de modo a garantir uma operação segura nas centrais e diminuir o máximo possível a incidência de acidentes e mitigar as consequências dos mesmos.

Com o aumento populacional e o conseqüente aumento na demanda por energia elétrica mundial, novas tecnologias têm surgido em termos de produção de energia elétrica utilizando-se das mais diversas fontes possíveis, como eólica e fotovoltaica.

O diferencial crucial da energia nuclear é a sua não intermitência, sendo fornecida de maneira constante, sendo uma fonte base de geração de energia elétrica assim como a energia proveniente de centrais hidrelétricas, com a ressalva de que seus impactos ambientais e de otimização de espaço físico são consideravelmente superiores.

Com o aumento da demanda de energia elétrica, novas plantas de geração de energia nuclear têm sido construídas e novos tipos de reatores têm sido projetados, o que aumenta a preocupação no que tange a possíveis acidentes.

O primeiro acidente nuclear no mundo ocorreu na usina de Three Mile Island (TMI), nos Estados Unidos em 1979, seguido pelo acidente de Chernobyl na Ucrânia em 1987 e recentemente no Japão, em 2011. Destes três acidentes, apenas o reator de Fukushima era do tipo Boiling Water Reactor (BWR), enquanto os reatores operantes em TMI e de Chernobyl eram do tipo Pressurized Water Reactor (PWR).

O acidente de TMI se iniciou após um defeito causado no sistema secundário não-nuclear devido à uma limpeza feita por técnicos em um dos três loops do reator número 2 (TMI-2), seguido de uma má interpretação por parte do operador no estado de uma válvula de alívio no sistema primário, que havia sido deixada aberta e permitindo a perda de grandes quantidades de água do circuito primário para fora do sistema, comprometendo o arrefecimento do núcleo e causando o derretimento parcial do mesmo [19]. A figura 1.1 mostra uma representação esquemática da situação do núcleo do reator:

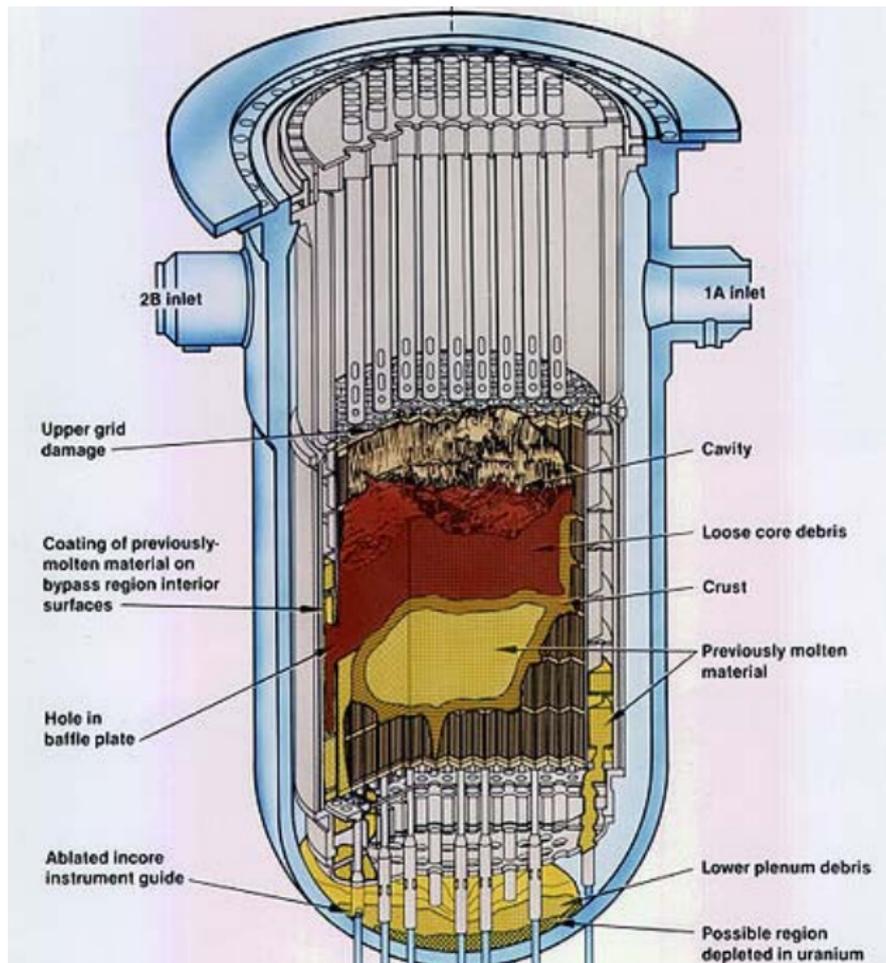


Figura 1.1: Ilustração do estado do núcleo do TMI-2 após derretimento parcial [1].

Em Chernobyl ocorreu o pior acidente nuclear da história, sendo o único até então classificado com a nota máxima (evento de nível 7) na International Nuclear Event Scale (INES) até a então ocorrência do acidente de Fukushima, no Japão, segundo [20].

Dentre as diversas teorias acerca da causa do acidente, uma das mais aceitas é um conjunto entre má projeto nas hastes de segurança dos reatores utilizados na planta, denominados RBMK-1000 e falha humana, envolvendo um experimento perigoso de redução de potência do reator para teste da geração inercial de energia por parte das turbinas, violação de procedimentos e carência de qualificação técnica do corpo executivo da usina.

O acidente nuclear mais recente presenciado foi o acidente na usina de Fukushima, no Japão. O acidente se iniciou após a planta ter sido atingida por um tsunami provocado por um terremoto de magnitude 9,0 na escala Richter, ocorrendo o derretimento de três dos seis reatores da usina com liberação de material radioativo para o ambiente, fato que atribuiu um grau de evento nível 7 de gravidade, assim como Chernobyl [21].

Apesar de todo o sistema de segurança e treinamento operacional, as chances de que ocorram acidentes ainda existem e não podem ser ignoradas sob nenhuma hipótese.

Dos tipos de acidente, o Design Basis Accident (DBA) constitui em um conjunto de eventos postulados em uma central nuclear que são utilizados para realizar o projeto do reator e da planta em si.

Um tipo de DBA e um dos piores tipos de acidentes que podem ocorrer é denominado LOCA: Loss of Coolant Accident. O LOCA é um modo de falha de um reator nuclear onde o núcleo de um reator tipo PWR perde contato com seu agente refrigerante, causando uma mudança de fase do líquido de arrefecimento do circuito primário e conseqüente aumento da temperatura do elemento combustível, podendo causar um derretimento parcial ou total do núcleo do reator [22].

O derretimento do núcleo de um reator é considerado uma situação extremamente severa, pois pode acarretar em perda das barreiras físicas de proteção do vaso de pressão do reator e rompimento das barreiras de contenção, podendo causar perda de material radioativo para o ambiente e perda de funcionalidade do reator [23]. Um outro problema do derretimento do núcleo é que, devido à mudança de fase do revestimento das varetas combustível e/ou das pastilhas, a fase de metal líquido dificulta ou até mesmo impede o resfriamento do núcleo pelo líquido resfriante.

Dado este panorama, e partindo do princípio que durante um acidente, o comportamento das varetas é governado majoritariamente pelas equações de condução de calor [24], será feita uma análise com foco no problema de condução de calor utilizando a formulação de parâmetros concentrados no arrefecimento na condição

descrita acima de um acidente severo com secamento de núcleo. Esta dissertação visa obter uma solução matemática que possibilite auxiliar no projeto de reatores futuros a evitar acidentes com derretimento de núcleo do reator e entender as equações que governam o comportamento do mesmo em uma situação de perda de arrefecimento.

1.2 Contextualização de um reator tipo PWR (Pressurized Water Reactor)

A geração de energia nuclear em uma central, se dá com um sistema similar à outros tipos de geração de energia utilizando-se elementos fósseis, com a diferença que a vaporização do líquido expandido nas turbinas é dada através do aproveitamento do calor gerado pela reação nuclear de determinados elementos químicos no núcleo de um reator, em vez de utilizar a queima de combustíveis fósseis. Um dos reatores mais utilizados em todo o mundo é o reator do tipo PWR, abreviação de Pressurized Water Reactor, devido à sua maior confiabilidade operacional.

Esse reator é caracterizado pela não mudança de fase do líquido de arrefecimento para vapor, mantendo-se pressurizado durante sua operação. Um dos elementos mais importantes em questão de segurança é o vaso de pressão do reator, onde está contido o núcleo. Este vaso de pressão impede o vazamento de elementos do interior do núcleo para o meio ambiente e protege o exterior contra radiação e partículas provenientes da reação nuclear. A figura 1.2 mostra um exemplo de reator do tipo PWR.



Figura 1.2: Reator do tipo PWR sendo instalado [2].

O núcleo de um típico reator do tipo PWR é formado por diversos elementos combustíveis, que são formados por varetas contendo pastilhas de combustível físsil,

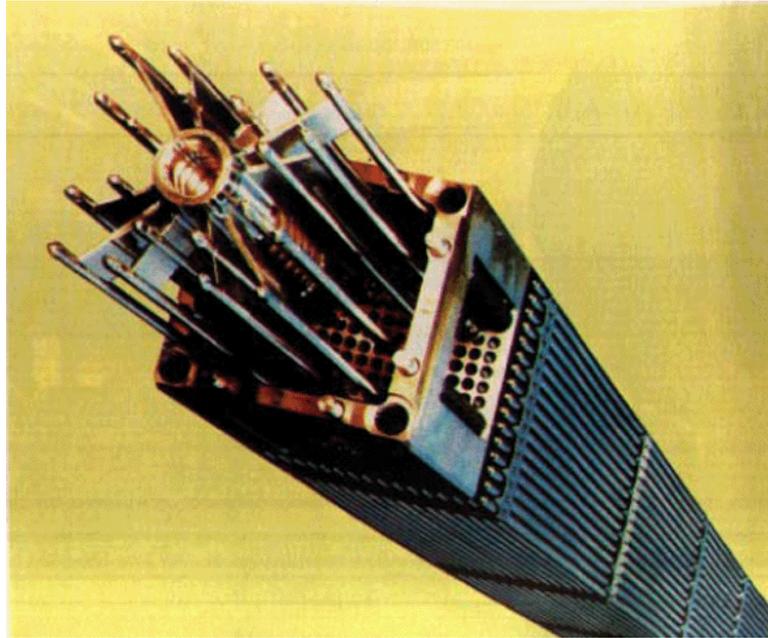


Figura 1.3: Elemento combustível [3].

feito de um material cerâmico de dióxido de urânio enriquecido (UO_2). Uma representação do elemento combustível está na figura 1.3.

Estas varetas são revestidas por uma liga de metal nobre, como a liga de zircônio, representada na figura 1.4, sendo esse revestimento extremamente importante no processo de reação nuclear, impedindo que Xenônio produzido nas reações escape para fora do núcleo, enclausurando tanto o Xenônio, quanto o Hélio inserido no momento de sua fabricação e suas boas propriedades mecânicas, resistência à corrosão e alta permeabilidade de neutrons térmicos [25].



Figura 1.4: Revestimento de uma liga feita de Zircônio de uma vareta combustível tipo PWR [4].

As pastilhas de combustível físsil, representadas na figura 1.5, são as responsáveis pela reação de fissão nuclear e liberação de energia para que haja produção de eletricidade. Estas pastilhas são normalmente formadas por cilindros cerâmicos

compostos por dióxido de urânio enriquecido em torno de 3,0% a 5,0% [26]. Esse enriquecimento diz respeito à proporção de material físsil (urânio 235) existente em cada pastilha composta de U-235, U-238 e traços de U-233.



Figura 1.5: Pastilha combustível de UO_2 [5].

Um típico reator PWR possui, normalmente, entre 121 e 193 elementos combustíveis, formados por entre 225 e 289 varetas cada um [10]. No Brasil, o reator de Angra 1 possui 235 varetas por elemento combustível [3], enquanto Angra 2 possui 236 varetas [3], mesmo número previsto para as operações de Angra 3.

A reação nuclear é iniciada pela emissão de neutrons por parte do operador e as barras de controle do fluxo de neutrons vão sendo ajustadas e absorvendo mais ou menos partículas dependendo do estado de reatividade do núcleo.

Estas barras de controle são compostas por materiais altamente absorvedores de neutrons e são um dos principais métodos de controle de reatividade do núcleo, juntamente com o boro adicionado no líquido de arrefecimento como ácido bórico, que também controla o fluxo neutrônico porém, de maneira mais gradativa.

O líquido de arrefecimento penetra nos canais de resfriamento formados entre as varetas e, além de retirar o calor liberado pela fissão do urânio no elemento combustível, atua como moderador, desacelerando neutrons em uma faixa de energia cinética alta (nêutrons rápidos) para uma faixa de energia que possibilita que o urânio capture estas partículas e novas reações sejam iniciadas. Estes neutrons são chamados de neutrons térmicos. Ainda segundo Todreas e Kazimi [10], as temperaturas típicas de entrada da água nos canais de resfriamento se encontram em torno de 286 °C e em torno de 324 °C para a saída.

Dada a temperatura elevada que este líquido (normalmente água) se encontra em condições normais de operação, a pressão dentro do reator necessita ser elevada para em torno de 15,5 MPa, de modo a impedir a ebulição do líquido de arrefecimento [10].

Após a reação nuclear, o líquido de arrefecimento retira calor do sistema primário

e transfere este calor para um sistema secundário não-radioativo através de um equipamento chamado gerador de vapor. O então contido no líquido do sistema primário é transferido então do núcleo para o líquido do sistema secundário que entra em ebulição, o que permite que o mesmo seja expandido em uma turbina e gere energia elétrica.

1.3 O LOCA (Loss of Coolant Accident)

Diz se que, quando o núcleo de um reator do tipo PWR perde sua capacidade de resfriamento por parte do líquido arrefecedor, qualquer que tenha sido o motivo, o reator sofreu um acidente do tipo LOCA (Loss of Coolant Accident).

Um acidente base de projeto do tipo LOCA pode causar danos irreversíveis ao núcleo do reator, caso não seja controlado em tempo hábil, além de expor os operadores e o meio ambiente a possíveis doses de radiação e contaminação.

De modo a remover o calor interno do núcleo do reator gerado pela fissão nuclear para produção de energia elétrica, um sistema de resfriamento é utilizado. Caso haja falha deste sistema de resfriamento, o projeto do reator e da planta possuem elementos para mitigar e controlar suas consequências, como o Sistema de Desligamento de Emergência, ou ESS (Emergency Shutdown System).

O ESS, também chamado de SCRAM (Safety Control Rods Activation Mechanism) pode ser acionado caso haja uma necessidade de rápido desligamento do reator e consiste na inserção de barras de controle feitas com elementos altamente absorvedores de neutrons, diminuindo a reatividade do núcleo até que a reação em cadeia da fissão nuclear seja controlada.

Mesmo após cessada a fissão nuclear no núcleo, o decaimento radioativo de alguns elementos continua a ocorrer, gerando uma quantidade significativa de calor equivalente a 5% da potência térmica nominal do reator, segundo [22]. Caso esse calor não possa ser efetivamente retirado do núcleo, danos e até mesmo derretimento podem ocorrer.

Adicionalmente ao SCRAM, o ECCS (Emergency Core Cooling System) injeta uma quantidade adicional de água com ácido bórico no reator para que o núcleo volte a ser efetivamente resfriado.

A ocorrência de um acidente do tipo LOCA progride segundo estágios conforme vai se desenvolvendo.

O primeiro estágio de um LOCA é chamado de Blowdown Phase. O início desta fase é caracterizado por uma depressurização do sistema primário devido à diminuição do fluxo no núcleo do reator, que pode ter sido causado por falha de uma das bombas e consequente perda de fluxo em uma das pernas frias. Após a depressurização, ocorre a ebulição de parte do líquido de resfriamento devido à

sua alta temperatura e se inicia a formação de uma mistura bifásica após o líquido atingir sua pressão de saturação. Devido à esta transformação de fase, a mistura bifásica apresenta uma vazão mássica menor no núcleo do reator, o que diminui esta depressurização. Logo após a identificação da formação desta mistura bifásica, o HPIS (High Pressure Injection System) é acionado para injetar água do acumulador da linha do ECCS da perna fria no núcleo do reator.

O Segundo estágio de um LOCA é chamado de Bypass Phase. Esta fase se inicia com a ascensão do vapor formado no núcleo do reator na perna fria cuja falha ocorreu, impedindo que o líquido do proveniente do acumulador e injetado pelo HPIS atinja o fundo do reator e é finalizada com o rompimento desta barreira de vapor por parte do líquido de resfriamento de emergência, iniciando o resfriamento da parte inferior do núcleo, momento em que a Terceira fase se inicia, chamada de Refill Phase.

A Refill Phase se inicia no momento em que o vapor do núcleo começa a ser resfriado pela água de emergência, quando esta atinge o fundo do reator. Neste momento o LPIS (Low Pressure Injection System) é acionado, injetando mais água no reator após a depressurização realizada pelo HPIS e o fundo do reator é preenchido totalmente com água.

A última fase do LOCA, chamada de Reflooding Phase se inicia quando a água injetada pelo ECCS ascende do fundo do reator e entra em contato com seu núcleo, seco devido à depressurização ocorrida no início da Blowout Phase, resfriando o núcleo do reator desde sua parte inferior até a superior e reestabilizando a temperatura. Para que este excesso de líquido não interfira na operação do reator Segundo as condições de projeto, o líquido excedente é descarregado do sistema primário da usina e armazenado em vasos de pressão.

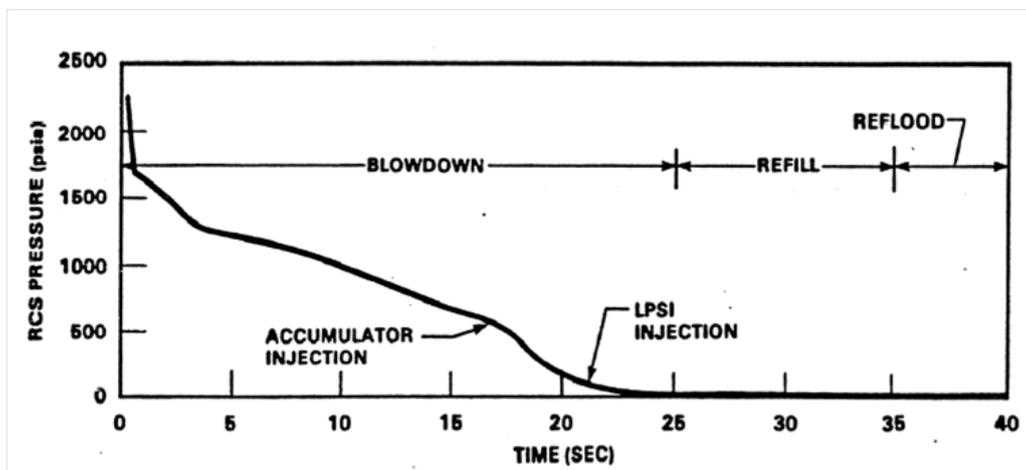


Figura 1.6: Evolução da pressão no vaso do reator após o início do LOCA.

1.4 O Problema Físico

O problema físico constitui em uma análise de remolhamento de um combustível em forma de placas planas, de um combustível em forma de cilindro e de elemento combustível usualmente presente no núcleo de um reator PWR em forma de varetas.

A análise será feita considerando a ocorrência de um acidente LOCA postulado de perda de contato do refrigerante com estes elementos combustíveis, com o reator ainda em funcionamento.

Para que seja analisado o caso em que os elementos combustíveis retomam o contato com o refrigerante, será formulado uma análise para um problema bidimensional, sendo refrigerada de maneira axi-simétrica por uma frente de líquido em sua direção longitudinal, separada de uma região composta de vapor.

Para esta aproximação, a temperatura na região com vapor, chamada de região seca, será considerada constante, assim como a temperatura na região que contém o líquido de arrefecimento, chamada de região molhada. O efeito da resistência térmica devido ao espaço existente entre as pastilhas e o revestimento, chamado de resistência de interstício, também será levado em consideração para o caso da vareta combustível. As propriedades físicas do volume de controle serão consideradas independentes da temperatura e as conduções de calor não longitudinais serão desprezadas dada a consideração de que o resfriamento é uniforme em toda esta direção.

Além das considerações supracitadas, não serão consideradas também as variações de geometria, tanto das pastilhas quanto do revestimento.

1.5 Objetivos

Este trabalho visa obter soluções de condução de calor que envolvam uma perda de resfriamento e remolhamento do núcleo de um reator PWR após um acidente postulado do tipo LOCA, de modo a analisar o comportamento térmico dos elementos combustíveis e revestimento, para o caso da vareta combustível, sendo considerados diferentes parâmetros operacionais.

As soluções serão obtidas utilizando os modelos clássico e aperfeiçoado de parâmetros concentrados, aplicados na solução das equações de condução de calor transiente bidimensionais após aproximações que tornem o problema unidimensional e estacionário, simulando a situação de um acidente LOCA e de um remolhamento através de uma frente de líquido se movendo juntamente com o sistema de coordenadas.

As condições de contorno serão modeladas de acordo com o problema físico e com o sistema de coordenadas, onde o centro de simetria das placas planas e do

cilindro possui o ponto mais quente do perfil de temperatura, implicando em uma condição de contorno onde a taxa de variação de temperatura no eixo de simetria é nula na direção radial.

A frente de remolhamento possui um gradiente descontínuo de temperatura entre a interface do escoamento líquido completamente desenvolvido e a região seca, sendo considerada como possuindo uma velocidade de deslocamento constante, transformando o problema em um problema permanente.

Para a análise da vareta combustível, a região entre o combustível e o revestimento será considerada como possuindo um efeito de transferência de calor convectivo.

1.6 Organização do Trabalho

O trabalho foi dividido em 5 capítulos, entre os quais, o capítulo 1 apresenta uma breve introdução acerca do funcionamento de um típico reator nuclear do tipo PWR, assim como uma contextualização dos acidentes nucleares já ocorridos na história da humanidade, que gerou a motivação para a realização do presente trabalho. O capítulo continua com uma explicação geral de um dos piores tipos de acidentes que podem ocorrer em um reator nuclear, o LOCA, apresentando suas fases de desenvolvimento e quais sistemas de segurança fazem parte do reator para que sua segurança e integridade sejam garantidas, assim como do meio ambiente e dos operadores envolvidos.

O capítulo 1 segue apresentando o problema físico, do conjunto das pastilhas de dióxido de urânio, seu revestimento de zircônio e a geometria do canal de resfriamento considerado. Também foram apresentadas as hipóteses assumidas na formulação do problema físico para a análise de um acidente severo postulado. Por fim, os objetivos que foram prospectados e atingidos são apresentados, finalizando o capítulo 1.

O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica com trabalhos realizados no tema deste trabalho, assim como seus modelos e premissas utilizados e resultados obtivos, servindo de embasamento teórico e comparativo para a realização desta dissertação. A ferramenta de modelagem por parâmetros concentrados clássica e aperfeiçoada também foi revisada, sendo elencados os trabalhos realizados utilizando-se esta ferramenta e seus objetivos.

O capítulo 3 apresenta o embasamento físico e matemático utilizado para a solução das equações do sistema e obtenção dos resultados, deduzindo as equações de condução de calor axiais e suas condições iniciais e de contorno, seguido da finalização do embasamento teórico utilizado com a apresentação das soluções de Hermite para a solução do problema de condução de calor por parâmetros concentrados.

Por fim, o capítulo 3 mostra as equações obtidas para a análise de remolhamento de um combustível de geometria do tipo placas planas, para um combustível cilíndrico e para uma vareta combustível PWR.

No capítulo 4, as soluções e resultados são apresentados para as diferentes configurações do sistema propostas e são comparados ao resultados obtidos por outros autores, sendo discutidas no capítulo 5, ultimo capítulo, que conclui a dissertação com uma análise crítica do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Este capítulo compreende na discussão acerca dos diversos trabalhos que foram realizados previamente acerca do tema e que foram considerados pertinentes para a boa revisão do tópico.

Neste capítulo serão mostradas soluções analíticas e suas limitações, assim como serão comparados modelos numéricos que contornem tais limitações.

O problema de remolhamento de varetas combustível é extremamente importante não somente para aplicações em reatores nucleares mas também para o tratamento térmico de aços e ligas metálicas que é realizado amplamente na indústria metalúrgica. Este problema de remolhamento de varetas combustível é um problema de solução complicada por ser um problema transiente de condução de calor de múltiplas regiões conjugado com um escoamento que não está completamente desenvolvido, separando em duas regiões a análise termohidráulica deste escoamento.

Dada a alta complexidade do problema em questão, diversos esforços, considerações e simplificações foram realizados no passado para solucionar o problema de remolhamento de varetas combustível, sejam elas analíticas, numéricas ou experimentais. Este trabalho propõe a utilização de um modelo aperfeiçoado de parâmetros concentrados para a solução do problema, tendo em vista que suas aplicações em outros problemas envolvendo a transferência de calor se mostrou eficiente. As revisões dos trabalhos passados acerca de remolhamento de combustíveis em forma de placas planas, cilindro e varetas, assim como uma revisão de parâmetros concentrados encontram-se nas sessões que se seguem.

2.1 Revisão para remolhamento

Ao estudar o problema de remolhamento de varetas combustível, Yeh [17] encontra uma solução exata para o problema bi-dimensional com uma metodologia de solução de equações diferenciais para geometrias complicadas que ele mesmo desenvolveu em um outro artigo publicado no mesmo ano [27]. Além de exata, a solução é válida

para toda a faixa de número de Biot e a utilização da modelagem de vareta cilíndrica é mais exata do que a solução para um combustível em placas planas bi-dimENSIONAL.

A solução desenvolvida por Yeh [17] consiste na divisão do campo do fenômeno estudado em um número apropriado de regiões, onde as equações governantes de cada região são solucionadas por separação de variáveis, seguidas de uma expansão em séries de autofunções. Os coeficientes destas expansões em série são encontrados através da solução de um sistema linear de equações onde as condições de contorno nas fronteiras das regiões se tornam equivalentes através da utilização das propriedades de ortogonalidade das autofunções.

No artigo em que Yeh [17] aplica a solução proposta por seu primeiro artigo [27], o problema de remolhamento de varetas combustível após um acidente do tipo LOCA postulado é proposto. O sistema é dividido em duas regiões diferentes: uma molhada e uma seca. Cada região é solucionada por separação de variáveis e a solução é expandida em séries de autofunções. Os coeficientes da expansão em série são determinados através da solução simultânea deduzidas pela condições correspondentes na superfície entre duas regiões, através das propriedades de ortogonalidade das autofunções. Esta foi a primeira vez em que a solução exata das equações para o modelo de vareta cilíndrica.

A região molhada foi considerada como uma região com coeficiente de transferência de calor elevado e a região seca foi considerada adiabática. Ambas as regiões separadas por uma frente de remolhamento que se move com uma velocidade constante no sentido da região seca.

Segundo Yeh [17], o maior problema das soluções encontradas ao se dividir um campo em várias regiões era a restrição para os casos em que as autofunções em todas as regiões deveriam ser as mesmas, para que pudessem ser retiradas da expansão em séries das condições nas fronteiras. Para um problema de geometria mais complicada como o que foi analisado por Yeh [17], cada região possuía um conjunto diferente de autofunções, provenientes da diferença entre as geometrias das mesmas, o que impedia a retirada das autofunções das expansões em série. Como solução, Yeh [17] utiliza a propriedade de ortogonalidade das autofunções para remover estas autofunções das expansões em séries, o que permite que problemas com soluções complicadas sejam resolvidos utilizando-se o método de separação de variáveis.

Como resultados, Yeh [17] mostra que as soluções não são válidas somente para os casos extremos para pequenos números de Biot ou para valores muito grandes. Ele também compara sua solução com a solução encontrada por Yamanouchi [28], que derivou a equação para a velocidade de frente molhada para o modelo unidimensional, e conclui que suas soluções são equivalentes para $Bi < 0, 1$. Para altos valores de Bi , a curva sofre uma inclinação de 45° , mostrando que a velocidade de frente de remolhamento é linearmente proporcional ao número de Biot. Para a distribuição

axial de temperatura, os resultados encontrados foram bastante similares aos resultados encontrados por Thompson [29], que resolve numericamente um problema de remolhamento de um tubo.

Cinco anos depois, Yeh [18] continua seu trabalho mas desta vez realizando uma análise para um sistema de vareta combustível composta não somente pelo cilindro homogêneo, conforme feito em seu trabalho de 1975 [17], mas também composto por um revestimento (*cladding*) e uma resistência de interstício derivada da convecção do espaço entre o raio externo do combustível e o raio interno do revestimento, dado que as conexões não são perfeitas. Como dito anteriormente, as equações diferenciais que regem este problema são não separáveis, dado que as variáveis dependentes são descontínuas nas interfaces e as autofunções ortogonais não poderiam ser encontradas, motivo pelo qual Yeh [18] utilizou o mesmo método de solução utilizando as propriedades de ortogonalidade das autofunções para solucionar o problema. Entretanto, a aplicação direta deste método para o caso de um modelo composto por combustível e *cladding* não é possível devido ao fato de que existe esta resistência de interstício entre ambos, o que gera discontinuidade nos coeficientes da equação diferencial e impede que o teorema de Sturm-Liouville e a separação de variáveis sejam aplicados.

No artigo de 1980, Yeh encontra funções cujas coluções são ortogonais às autofunções e encontra resultados coincidentes aos obtidos em seu trabalho publicado em 1975 [17]. Yeh também conclui [18] que a análise bi-dimensional de seu modelo para um tubo coincide com a solução encontrada por Yamanouchi [28] para pequenos números de Biot. Também conclui para o caso especial de que a resistência térmica do gap ser considerada infinita, o *cladding* estaria termicamente isolado do combustível e o comportamento físico do sistema se dá de maneira idêntica à do comportamento físico do remolhamnto de um tubo. Foi observado que a gap resistance inflige uma discontinuidade na distribuição de temperatura entre o combustível e o *cladding* e aumenta a velocidade da frente de remolhamento.

Uma outra análise realizada para o problema de remolhamento do conjunto pastilhas combustível e *cladding* foi feito por Olek [16] em um trabalho com premissas similares às feitas por Yeh [18].

O objetivo do artigo de Olek [16] foi também determinar a taxa de resfriamento de uma vareta após o acionamento do sistema de emergência por um acidente do tipo LOCA postulado.

Foi considerado por Olek [16] o sistema como possuindo duas regiões, uma molhada de coeficiente de transferência de calor constante e temperatura menor do que a temperatura de Leidenfrost e uma seca adiabática, de temperatura maior. Ambas as regiões separadas por uma superfície de remolhamento que se move com uma velocidade constante. Como solução, Olek [16] utiliza a técnica de Wiener-Hopf

comparando-a com a técnica utilizada por Yeh [18], mostrando suas vantagens em termos de acurácia e simplicidade de tempo computacional e apresenta soluções para um cilindro oco com geração interna de calor, para um cilindro maciço e para um combustível em placas planas. Expressões para a temperatura de remolhamento foram encontradas na forma de integrais no plano dos números de onda, cujos integrantes contêm os parâmetros do modelo, incluindo a velocidade de remolhamento. A solução para a velocidade de remolhamento neste caso é uma solução implícita, tendo em vista que a equação que determina a velocidade é uma função do número de Péclet.

Como conclusão do estudo, foi mostrado que para velocidades altas de remolhamento, a temperatura de remolhamento não é afetada pelas propriedades do combustível. Inversamente, para valores altos de temperatura de remolhamento ou valores suficientemente baixos de temperatura inicial da parede da vareta, a velocidade de remolhamento não é influenciada pela presença do combustível.

Ao comparar seus resultados com os resultados obtidos anteriormente por Yeh [18], Olek identifica diversas discrepâncias [16], atribuindo a justificativa das mesmas para uma possível retenção de termos insuficientes nas expansões utilizadas por Yeh [18] e também para o fato de que as condições de contorno na frente de remolhamento serem descontínuas, o que causa uma lentidão na convergência das expansões em autofunções para valores elevados do número de Biot e para o número de Péclet.

Todas as análises supracitadas foram realizadas baseando-se na premissa de que o coeficiente de transferência de calor na região molhada era constante, assim como a temperatura da frente molhada, além de considerar a região seca como adiabática.

O primeiro trabalho que propôs uma solução integrada para a remoção do coeficiente de transferência de calor da região molhada como variável conhecida no sistema foi realizado por Olek et al. [30], que analisa o remolhamento de uma vareta combustível sendo resfriada utilizando-se a técnica de resfriamento por spray a partir da parte de cima do núcleo do reator.

Para determinados coeficientes de transferência de calor e temperatura de remolhamento, modelos anteriormente uni-dimensionais em que a distribuição de temperatura transversal é considerada constante puderam computar com acurácia a velocidade de remolhamento desde que houvesse uma vazão baixa de resfriante. Para altas vazões, o coeficiente de transferência de calor deveria assumir valores extremamente altos para que o modelo teórico condizesse com dados experimentais.

Dadas estas limitações, modelo bi-dimensionais foram criados e o problema passou a ser dividido em diferentes regiões, onde o coeficiente de transferência de calor e a temperatura de remolhamento eram utilizados como variáveis conhecidas.

Para que fosse diminuída a arbitrariedade com a qual estes parâmetros eram selecionados, Olek et al. [30] propuseram uma análise baseada em um problema de

transferência de calor conjugada entre o líquido e a vareta, onde a equação de energia era resolvida simultaneamente para ambos, obtendo o coeficiente de transferência de calor como parte da solução. Ao propor esta análise, outras relações puderam ser encontradas, como o efeito da vazão de refrigerante na velocidade de remolhamento e no coeficiente de transferência de calor e o efeito da temperatura inicial da vareta neste coeficiente. As soluções foram encontradas através do mesmo método utilizado por Yeh [17] por expansão em autofunções.

Os resultados foram comparados com os dados experimentais obtidos por Duffey e Porthouse [9] para o conjunto água/inox para três valores de vazão de água e duas geometrias diferentes. Olek et al. [30] concluiu que apenas para baixas vazões os resultados do modelo para a velocidade de remolhamento foram compatíveis com resultados experimentais, porém sendo imprevisíveis para altas vazões. A falta de previsibilidade da velocidade de remolhamento para altas vazões já era esperada dado que não foi considerado um resfriamento precursor, que é o mesmo que dizer que a região seca é adiabática, sendo mostrado em trabalhos anteriores que esta premissa resulta em uma predição subestimada da velocidade de remolhamento para altas vazões.

Ainda seguindo a linha do artigo publicado por Olek et al. [30], Ferng et al. [31] publicou um artigo com a mesma proposta de Olek et al. [30], onde o coeficiente de transferência de calor, temperatura de remolhamento e velocidade de frente de remolhamento são partes da solução.

Os autores diferentemente dos trabalhos anteriores, consideraram a região de interface entre a frente molhada e a região seca como uma mistura líquido-vapor titulada em um escoamento turbulento.

Através da escolha de uma geometria idêntica à utilizada por Piggott e Porthouse [32] para critério de comparação com seus dados experimentais, uma análise numérica utilizando um método de diferenças finitas para solucionar o conjunto de equações diferenciais parciais transientes e bi-dimensionais que governam o processo de remolhamento de uma vareta combustível com uma resistência de interstício entre as pastilhas combustíveis e o cladding que as recobre foi utilizada e os resultados obtidos foram comparados.

No artigo Ferng et al. [31] pode ser vista uma curva de ebulição completa podendo ser identificadas as regiões de ebulição nucleada, transição e ebulição em filme, além de um heat flux crítico, que identifica o momento em que a vareta retomou contato com o líquido e o remolhamento propriamente dito é iniciado. Uma curva para os fluxos de calor críticos dependendo da qualidade do fluido também foi encontrada e apresentou um aumento de 15%-20% em relação às informações experimentais realizadas no estudo de Hewitt et al. [33]. As variações de temperatura para a superfície do cladding encontradas possuem caráter qualitativo similar aos resultados expe-

rimentais encontrados por Gunnerson e Yackle [34], mas possuindo uma queda de temperatura menor do que as encontradas experimentalmente. Os autores atribuem esta diferença ao efeito de resfriamento por aletas devidos aos termopares instalados na superfície cladeada no aparato experimental.

A distribuição de temperatura axial se mostraram similares às computadas por outro artigo Sun et al. [35] em seu modelo analítico de análise dos efeitos de um resfriamento precursor no remolhamento de varetas combustível pelo método de top-spray. A velocidade de remolhamento, que é a velocidade em que o ponto de resfriamento por filme possui o mesmo valor que a temperatura de saturação do líquido se move aumenta com o aumento da resistência de interstício, devido ao aumento da dificuldade de transferência da energia acumulada em forma de calor no elemento combustível ocorrer.

A correlação entre a velocidade remolhamento normalizada encontrada por Yeh [18] e os valores das soluções analíticas realizadas por Thomas [36] e Olek et al. [16] para diferentes valores de gap resistances mostraram concordantes com os valores encontrados pelos autores.

Quando comparados os valores de velocidade de remolhamento e a vazão mássica do fluido com os resultados encontrados por Piggott e Porthouse [32], pode-se observar que as velocidades de remolhamento também aumentam com a vazão mássica, assim como no observado no experimento, porém predizendo valores para a velocidade menores do que os dados experimentais, chegando a um máximo de 15% de discrepância dos valores encontrados por Piggott e Porthouse [32].

Os autores também concluem que a velocidade de remolhamento diminuem ao longo da direção axial e tendem a um valor constante quando analisada longe do canal de entrada de líquido. A aproximação para um valor constante para a velocidade de remolhamento concorda com dados experimentais.

Dadas as velocidades calculadas pelo trabalho de Sun et al. [35] os números de Biot foram calculados e a distribuição do coeficiente de transferência de calor pôde ser determinada e seus valores comparados aos utilizados em trabalhos anteriores. Os valores do número de Biot encontrados pelos autores foram menores do que os valores utilizados pelos trabalhos de Yeh [18], Thomas [36] e Olek et al. [16], assim como a distribuição do coeficiente de transferência de calor ao longo das regiões em análise. Além de menores, a curva de coeficiente de transferência de calor apresenta valores contínuos, em contraste com a escolha de um coeficiente de calor constante para a região molhada e nulo para a região seca, o que mostra que a premissa de que a região seca é adiabática está longe da realidade apesar de produzir bons resultados quando considerada nas análises.

A curva de distribuição axial do coeficiente de transferência de calor foi comparada com correlações obtidas anteriormente por Chen [37] para a região de ebulição

nucleada, correlação de Tong [38] para a região de transição e a correlação de Heinenman [39] na região de ebulição por filme. Para a região de ebulição por filme, os resultados possuem alta compatibilidade, enquanto que os resultados para o coeficiente de transferência de calor na região de ebulição nucleada possuem valores muito menores quando comparados aos obtido pela correlação de Chen [37].

Um importante artigo acerca do remolhamento de combustível foi escrito em 2008 por Sahu et al. [11] acerca do remolhamento de combustível sem revestimento.

Os autores utilizaram uma técnica chamada HBIM (Heat Balance Integral Method) para solucionar a equação que rege o problema. A técnica consiste na atribuição de um perfil de temperatura para a seção transversal à direção do escoamento da frente de remolhamento, simplificando a equação diferencial parcial e uma equação diferencial ordinária de solução mais simplificada. O perfil escolhido pelos autores foi um perfil da forma $\theta = \frac{\alpha}{r^n} + \beta r + \frac{\gamma}{r(2n-2)}$.

Neste trabalho, a região seca foi considerada como possuindo um coeficiente de transferência de calor medindo 0,1% do coeficiente de transferência de calor da região molhada, diferentemente de alguns trabalhos anteriores que consideraram esta região como adiabática.

O artigo compreende a análise do remolhamento de um combustível tanto em placas, como o combustível em placas planas quanto o combustível cilíndrico. O artigo também analisa a condição em que a região possui geração interna de calor ou somente um fluxo de calor constante como condição de contorno.

Quando seus resultados são analisados para o caso em que a região seca no combustível em placas planas é considerada adiabática e que a geração interna de calor é nula, encontra-se uma expressão similar equivalente ao modelo bidimensional de análise para o problema de remolhamento no combustível em placas planas feita por Tien e Yao em 1975 utilizando a técnica de Wiener-Hopf [40], também utilizada por Olek et al. [16].

Ainda analisando um problema com geração interna de calor nula e região seca adiabática mas para o caso do cilindro sólido, seus resultados para a relação do perfil de temperatura, número de Biot e número de Péclet são idênticos aos resultados encontrados por Yeh, utilizando o método de separação de variáveis [17].

O artigo conclui que a metodologia utilizada para a solução do problema através da aplicação do HBIM é bastante satisfatória quando comparada com a técnica Wiener-Hopf e as soluções numéricas, possuindo a grande vantagem de ser uma técnica de mais simples solução.

2.2 Soluções de parâmetros concentrados para modelagens termohidráulicas

Devido à dificuldade de solução de sistemas de equações diferenciais, diversos esforços foram e têm sido feitos para simplificar este processo de solução. Um dos processos muito utilizados para a solução deste tipo de equação é o modelo ou método de parâmetros concentrados. Este método é amplamente utilizado e visa uma diminuição das variáveis independentes do sistema, agilizando e simplificando a solução das equações através da redução de tempo e custos computacionais de métodos numéricos envolvidos, utilizando a dedução de equações analíticas com boa aproximação de resultados.

A abordagem por parâmetros concentrados pode ser dividida em duas metodologias distintas: a metodologia de análise por parâmetros concentrados clássica (CLSA - Classic Lumped System Analysis) e a metodologia de análise por parâmetros concentrados aperfeiçoada (ILSA - Improved Lumped System Analysis).

A metodologia clássica de solução por parâmetros concentrados considera que as regiões de contorno possuem as mesmas propriedades físicas que as propriedades médias naquele domínio, sendo um modelo muito utilizado para problemas de difusão térmica.

Já a metodologia aperfeiçoada possui algumas vantagens em relação à metodologia clássica já que esta abordagem permite a utilização de aproximações para as propriedades físicas da região de contorno do sistema que tendem a modelar de maneira mais verossímil o sistema em questão.

Neste trabalho serão utilizadas aproximações de Hermite para integrais das funções de temperatura e de taxa de variação da temperatura, que representam uma aproximação que correlaciona as temperaturas nas fronteiras do sistema em análise com a sua integral no domínio. A escolha das aproximações de Hermite foi feita dada a sua aplicação em outros problemas de transferência de calor que mostram uma melhora expressiva na acurácia das soluções. Alguns destes trabalhos são revisados nas páginas que se seguem. A expressão genérica para as aproximações de Hermite é:

$$\int_a^b y(x)dx = \sum_{\nu=0}^a C_{\nu}(a, b)h_i^{\nu+1}y_{i-1}^{[\nu]}(a) + \sum_{\nu=0}^b C_{\nu}(b, a)(-1)^{\nu}h_i^{\nu+1}y_i^{[\nu]}(b) + O(h^{a+b+3}), \quad (2.1)$$

onde,

$$h = b - a \quad (2.2)$$

e

$$C_\nu(a, b) = \frac{(a+1)!(a+b+1-\nu)!}{(\nu+1)!(a-\nu)!(a+b+2)!}. \quad (2.3)$$

Assim, é possível deduzir as seguintes aproximações de Hermite:

$$H_{0,0} \rightarrow \int_a^b y(x)dx \cong \frac{h}{2}(y(a) + y(b)), \quad (2.4)$$

$$H_{1,0} \rightarrow \int_a^b y(x)dx \cong \frac{2h}{3}(y(a) + y(b)) + \frac{h^2}{6}y'(b), \quad (2.5)$$

$$H_{1,1} \rightarrow \int_a^b y(x)dx \cong \frac{h}{2}(y(a) + y(b)) + \frac{h^2}{12}(y'(b) - y'(a)), \quad (2.6)$$

$$H_{2,0} \rightarrow \int_a^b y(x)dx \cong \frac{3h}{4}(y(a) + y(b)) + \frac{h^2}{4}y'(b) + \frac{h^3}{24}y''(b) \quad e \quad (2.7)$$

$$H_{2,1} \rightarrow \int_a^b y(x)dx \cong \frac{h}{5}(3y(a) + y(b)) + \frac{h^2}{20}(3y'(b) - y'(a)) + \frac{h^3}{60}y''(b). \quad (2.8)$$

A seguir são apresentados alguns estudos que abordam as aproximações de Hermite no emprego da resolução de equações de difusão térmica. Apesar do presente estudo se tratar de uma análise de remolhamento, os mesmos servem para ilustrar a melhora de exatidão na solução de problemas similares.

Uma das abordagens para o aperfeiçoamento do método de parâmetros concentrados foi formulado por Mennig e Ozisik [41] quando os mesmos aplicaram a metodologia proposta ao abordarem um problema de condução de calor com mudança de fase para placas semi-infinitas, através da utilização da regra do trapézio.

A metodologia proposta por Mennig e Ozisik [41] consiste na utilização da Regra do Trapézio para corrigir as condições de contorno classicamente utilizadas pela metodologia clássica de parâmetros concentrados, ao propor uma melhor relação entre as temperaturas nos contornos das regiões e suas médias. O conjunto de equações compostas pela equação diferencial na interface do sistema e as equações derivadas da Regra do Trapézio foi chamado de método de Integrais Acopladas.

Posteriormente, Cotta et al. [42] modificaram o trabalho feito por Mennig e Ozisik [41] ao mudarem sua formulação para uma aplicação de mudança de fase em placas inicialmente completamente solidas e de espessura finita com temperatura constante nas paredes. Este problema já apresenta um grau de dificuldades maior do que o abordado por Mennig e Ozisik [41], que possuía apenas uma região e logo, apenas uma equação diferencial para a condução de calor e uma outra para a

interface. O problema abordado por Cotta et al. [42] apresenta mudança de fase, sendo necessárias novas equações para a nova região e suas interfaces.

O problema foi abordado utilizando a aproximação pela regra do trapézio e com uma aproximação de ordem maior por Cotta et al. [42]. Ambos geraram o mesmo resultado dado que o estudo foi realizado com temperatura da parede prescrita e constante, o que leva à conclusão de que se houvesse uma fonte de calor externa que fizesse a temperatura possuir uma taxa de variação as soluções seriam diferentes.

Após a primeira modificação realizada por Cotta et al. [42], Cotta e Mikhailov [43] propuseram a utilização das aproximações das integrais de Hermite para o aperfeiçoamento das condições de contorno em um problema envolvendo condução de calor. Como conclusão, os autores mostraram que as aproximações do modelo clássico de parâmetros concentrados e o modelo aperfeiçoado utilizando as aproximações de Hermite possuíam correspondência com as soluções analíticas para valores baixos de números de Biot. Para valores elevados deste parâmetro, foi mostrado que a solução clássica possuía uma discrepância muito elevada, enquanto a abordagem pelo modelo de parâmetros concentrados aperfeiçoado possuía uma discrepância de no máximo 2% em relação às soluções analíticas. Os autores mostraram também que quaisquer geometrias podiam ser analisadas com estas aproximações.

Corrêa e Cotta publicaram um artigo [44] focado na modelagem de problemas de difusão térmica e da redução da quantidade de variáveis independentes por integração no espaço de algumas dessas variáveis. Os autores elaboraram uma solução para problemas de difusão térmica com uma única região para condições de contorno convectivas e fonte externa de calor. Como resultado, foram comparadas soluções para parâmetros concentrados clássico e parâmetros concentrados aperfeiçoado para as geometrias cilíndricas e do combustível em placas planas. Para um número de Biot (Bi) baixo, todas as soluções corresponderam à solução analítica. Para problemas onde a transferência de calor por condução no corpo é muito maior do que a condução de calor convectiva (problemas com número de Biot maiores do que 0,1), a solução por parâmetros concentrados clássica mostrou um grande desvio das soluções analíticas quando comparadas às soluções por parâmetros concentrados aperfeiçoado (desvio médio menor do que 2% e desvio máximo menor do que 12%).

Segundo Regis et al. [45], o método de análise por parâmetros concentrados clássico é extremamente útil quando uma formulação simplificada de uma transferência de calor transiente por condução é analisada, mas é apenas efetiva para pequenos valores de número de Biot e para valores moderados e baixos dos gradientes de temperatura, o que se torna uma limitação para a maioria dos problemas de engenharia envolvendo reatores nucleares, tendo em vista que o valor real do número de Biot em problemas reais é muito maior.

Para analisar o problema proposto em seu artigo, Regis et al. [45] utilizaram

a mesma formulação matemática de parâmetros concentrados aperfeiçoada para problemas de transferência de calor transientes utilizada no trabalho de Cotta e Mikhailov [43], baseado em aproximações de Hermite para as integrais que expressam as temperaturas médias e fluxos de calor médios.

No paper são mostrados em seus resultados Regis et al. [45] que para valores do número de Biot iguais a 10, 15 e 20, a solução por parâmetros concentrados aperfeiçoada com as integrais de Hermite é extremamente fiel à análise numérica por diferenças finitas no que tange à temperatura do combustível e bastante fiel quando as temperaturas do cladding são comparadas, se aproximando cada vez mais umas das outras para valores mais altos do número de Biot, equanto que a solução por parâmetros concentrados clássica se afasta da solução por elementos finitos.

Ainda sem mudança de fase, Su e Cotta [46] realizaram uma análise hidráulica acoplada com a neutrônica do núcleo de um reator do tipo PWR, avaliando o transiente de calor entre as pastilhas e o revestimento.

Foram computadas como as temperaturas do combustível, revestimento e do próprio refrigerante e a potência do núcleo de um reator variam com inserção de reatividade e perda de escoamento do refrigerante, comparando os resultados com os resultados obtidos pela análise da formulação por parâmetros concentrados.

Como resultado, os perfis analisados com a inserção da reatividade foram similares mas com resultados relativamente divergentes, enquanto os resultados para a perda de refrigerante são diferentes.

Outros trabalhos utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados foram realizados a fim de que pudessem ser comparados com a formulação clássica.

Em 2001, Su publicou um artigo [47] em que analisa o resfriamento de uma placa plana com condições de contorno assimétricas de fluxo convectivo, diferentes em cada lado da placa, demonstrando que os resultados obtidos através da formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados apresentam melhores resultados do que a formulação clássica.

Um problema similar foi analisado oito anos depois por Su et al. [48], inserindo uma dependência linear da condutividade térmica de uma placa plana com a temperatura, de modo que não houvesse um grande esforço computacional e, novamente, os resultados para a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados apresentam excelentes aproximações quando comparadas com soluções numéricas.

Uma análise envolvendo o resfriamento de um corpo esférico também foi realizada por Su [49] utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados. Em sua análise o autor utiliza as aproximações $H_{2,0}/H_{0,0}$ e $H_{2,1}/H_{0,0}$, sendo a primeira aproximação para a temperatura e a segunda para a sua derivada. Novamente, o trabalho mostrou uma melhora significativa nos resultados por formulação aperfeiçoada

de parâmetros concentrados quando comparados com a formulação clássica.

Os trabalhos revisados até agora mostraram quae ainda não há uma quantidade grande de trabalhos no que tange remolhamento de varetas combustivel mas que há um numero suficiente que justifique o interesse no tema, dadas as possiveis aplicações.

A formulação aperfeiçoada por parâmetros concentrados tem mostrado que sem aumento de gasto computacional, os resultados possuem grandes melhorias quando comparados com outras metodologias, justificando a premissa da utilização desta ferramenta para aplicação na análise de remolhamento de placas planas, cilindros e varetas PWR.

Capítulo 3

Método Proposto

Neste capítulo será apresentado a modelagem da física e matemática do problema de remolhamento de elementos combustíveis após um acidente do tipo LOCA postulado. Inicialmente será feita uma análise para combustíveis em forma de placas planas e cilindros, seguido de uma análise de varetas combustível para reatores PWR.

O capítulo se inicia com a dedução das equações de condução de calor que regem o fenômeno físico. Após a dedução das equações, uma modelagem física e geométrica do problema com apresentação das premissas que serão utilizadas nas equações será realizada, culminando na dedução das equações bi-dimensionais que regem o fenômeno de transferência de calor entre sólidos e fluidos e que serão aplicadas no presente estudo.

Em seguida, as condições de contorno dos problemas serão apresentadas e aplicadas na solução, seguidas de uma explanação das aproximações utilizadas na metodologia de solução para a formulação por parâmetros concentrados clássica ou para a formulação por parâmetros aperfeiçoada utilizando as aproximações de Hermite.

O capítulo é finalizado com a solução das equações para os perfis de temperatura para um sistema de uma região, que é o caso do placas planas e do cilindro, e com a solução das equações para os perfis de temperatura para um sistema de duas regiões, como modelado para a vareta combustível PWR.

3.1 Equação para o transporte de calor

Considerando-se um volume de controle infinitesimal de um sólido com as coordenadas x , y e z , conforme mostrado na figura 3.1 com uma taxa de geração interna de energia \dot{E}_{gerada} e as seguintes taxas de calor que atravessam cada face deste volume:

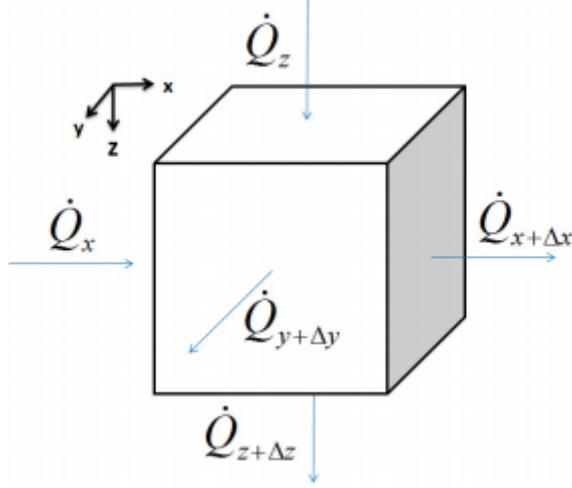


Figura 3.1: Volume de controle infinitesimal [6]

Considerando que a taxa de geração interna de energia e as taxas de calor que atravessam cada face são os únicos agentes atuando no volume de controle, pode-se considerar um balanço de energia do mesmo consistindo em uma taxa de variação de energia interna deste volume sendo igual à taxa de geração de energia dentro deste volume de controle e o somatório líquido das taxas de calor que atravessam cada face. A equação pode ser escrita da seguinte forma:

Taxa de variação de energia do volume de controle + Taxa de geração interna de energia no volume de controle = Somatório das taxas de calor que atravessam cada face

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = \dot{E}_{gerada} + \sum_i q_i'' \cdot n_i \cdot A_i, \quad (3.1)$$

onde i representa $x, y, z, x + \Delta x, y + \Delta y$ e $z + \Delta z$.

Considerando que a única forma de variação de energia do volume infinitesimal em termos de variação de temperatura, pode-se recriar o primeiro termo da equação (3.1) como:

$$\frac{\Delta E_{t+\Delta t} - E_t}{\Delta t} = \partial m c_p \frac{\Delta T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} = \partial(\rho v) c_p \frac{\Delta T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t}, \quad (3.2)$$

onde ρ é a massa específica do volume de controle e c_p é o calor específico do material avaliado à pressão constante. Tomando o limite da equação 3.2 em $\Delta t \rightarrow 0$, tem-se:

$$\rho c_p \partial v \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} = \rho c_p \partial v \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (3.3)$$

O termo de geração de energia da (3.1) é reescrito como

$$\dot{E}_{gerada} = q''' \partial v, \quad (3.4)$$

e o termo do somatório da equação (3.1) pode ser reescrito como

$$\sum_i q''_i \cdot n_i A_i = (q''_x - q''_{x+\Delta x}) A_x + (q''_y - q''_{y+\Delta y}) A_y + (q''_z - q''_{z+\Delta z}) A_z, \quad (3.5)$$

onde q''_i e A_i são respectivamente a taxa de calor que atravessa por unidade quadrática de área e a área transversal à direção i correspondente, sendo q''_x transversal à área x , q''_y transversal à área y , q''_z transversal à área z , $q''_{x+\Delta x}$ transversal à área $x + \Delta x$, $q''_{y+\Delta y}$ transversal à área $y + \Delta y$ e $q''_{z+\Delta z}$ transversal à área $z + \Delta z$, assim como a $A_x = \Delta y \Delta z$, $A_y = \Delta x \Delta z$ e $A_z = \Delta x \Delta y$.

Multiplicando cada termo por seu respectivo comprimento infinitesimal Δi e tomando o limite para Δx , Δy e $\Delta z \rightarrow 0$, tem-se:

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta x, \Delta y, \Delta z \rightarrow 0} \left(\frac{(q''_{x+\Delta x} - q''_x)}{\Delta x} + \frac{(q''_{y+\Delta y} - q''_y)}{\Delta y} + \frac{(q''_{z+\Delta z} - q''_z)}{\Delta z} \right) \Delta v = \\ = - \left(\frac{\partial q''_x}{\partial x} + \frac{\partial q''_y}{\partial y} + \frac{\partial q''_z}{\partial z} \right) \partial v, \end{aligned} \quad (3.6)$$

da a definição do operador ∇ como

$$- \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right) = -\nabla, \quad (3.7)$$

a equação (3.6) pode ser reescrita como

$$- \left(\frac{\partial q''_x}{\partial x} + \frac{\partial q''_y}{\partial y} + \frac{\partial q''_z}{\partial z} \right) \partial v = -\nabla \cdot \vec{q}'' \partial v. \quad (3.8)$$

Assim, a substituição das equações (3.3), (3.4) e (3.8) na equação (3.1), tem-se:

$$\rho c_p \partial v \frac{\partial T}{\partial t} = q''' \partial v - \nabla \cdot \vec{q}'' \partial v. \quad (3.9)$$

Integrando-se a equação (3.9) para um determinado volume de controle V genérico:

$$\int_V \left(\rho c_p \partial v \frac{\partial T}{\partial t} \right) \partial v = \int_V (q''' - \nabla \cdot \vec{q}'') \partial v. \quad (3.10)$$

Para um sólido isotrópico (com propriedades físicas constantes em todas as direções), as integrais da equação (3.10) se tornam:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = q''' - \nabla \cdot \vec{q}'' \quad (3.11)$$

Aplicando-se a Lei de Fourier dada por:

$$\vec{q}'' = -k \nabla \cdot T \quad (3.12)$$

na equação (3.11), encontra-se:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + q''' \quad (3.13)$$

A equação (3.13) é uma equação diferencial parcial em função apenas da temperatura e pode ser reescrita como:

$$\rho c_p \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla \cdot T(x, y, z, t)) + q'''(x, y, z). \quad (3.14)$$

Considerando-se as propriedades constantes e independentes da temperatura, encontra-se a forma final da equação da condução de calor para qualquer sistema de coordenadas:

$$\rho c_p \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = k \nabla^2 T(x, y, z, t) + q'''(x, y, z). \quad (3.15)$$

3.2 Modelagem física

3.2.1 Modelagem física para para combustível

Para a análise do elemento combustível composto de uma região, será considerado um sistema onde um cilindro maciço representará o combustível de dióxido de urânio e uma placa bi-dimensional semi-infinita representará o placas planas. A figura 3.2 mostra um combustível cilindrico sendo remolhado utilizando-se a técnica do top-spray.

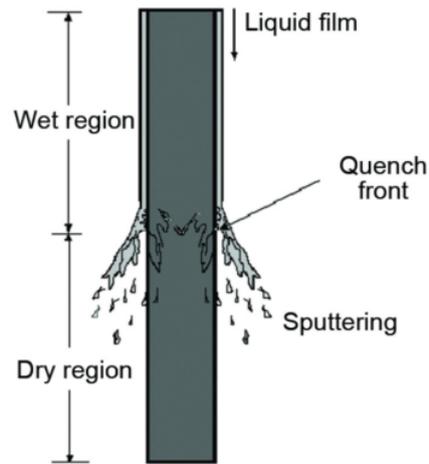


Figura 3.2: Vista lateral de um combustível cilíndrico sendo remolhado por top-spray [7].

Do mesmo modo que para a análise do cilindro, as placas planas serão analisadas com um escoamento longitudinal, como pode ser observado na figura 3.5 a seguir:

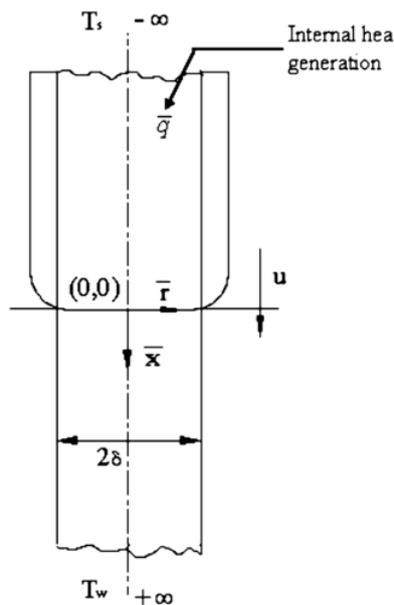


Figura 3.3: Vista lateral de um combustível cilíndrico sendo remolhado por top-spray [8]

Após a dedução da equação (3.15), as seguintes considerações foram feitas para aplicação na análise do problema de uma região em questão. As considerações são válidas tanto para placas planas quanto para o combustível na forma cilíndrica:

1. escoamento considerado axissimétrico;
2. escoamento semi-estacionário;

3. a geração interna de calor é considerada constante;
4. temperatura do resfriante considerada constante e igual à temperatura de saturação;
5. temperatura da região de vapor considerada constante e igual à temperatura da parede.

Vale ressaltar que a consideração 2 leva à aproximação $\frac{\partial T(x,y,z,t)}{\partial t} = \frac{dz(t)}{dt} \frac{\partial T(x,y,z)}{\partial z} = -u \frac{\partial T(x,y,z)}{\partial z}$, eliminando da equação diferencial a sua dependência temporal.

Aplicando-se as condições (1) a (5) na equação (3.15), encontra-se:

$$\frac{\rho c_p}{k} \frac{\partial T(x,y,z,t)}{\partial t} \approx -\frac{\rho c_p u}{k} \frac{\partial T(x,y,z)}{\partial z} \approx \frac{\partial^2 T(x,y,z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x,y,z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x,y,z)}{\partial z^2} + \frac{q'''(x,y,z)}{k}, \quad (3.16)$$

onde u representa a velocidade de remolhamento em que o eixo de coordenadas centrado na frente de remolhamento se desloca. Esta velocidade é considerada constante.

A equação (3.16) pode ser reescrita de maneira mais conveniente utilizando-se uma mudança de coordenadas para coordenadas cartesianas e cilíndricas, tendo em vista que as análises que serão feitas nesta dissertação envolvem a utilização de geometrias cartesianas para a análise do combustível em placas planas e cilíndricas, para o caso do cilindro e da vareta combustível.

Como a análise que será feita será uma análise inicialmente bi-dimensional e considerando a condição de que o escoamento é axissimétrico, a representação da equação (3.15) em pode ser conforme a seguir:

$$\frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^n \frac{\partial T_f(r,z)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_f(r,z)}{\partial z^2} + \frac{\rho_f c_{p,f} u}{k_f} \frac{\partial T_f(r,z)}{\partial z} + \frac{q'''}{k_f} = 0, \quad (3.17)$$

onde r representa a direção transversal ao escoamento, z representa a direção do escoamento, o subscrito f é referente ao combustível e

$$n = \begin{cases} 0, & \text{para placas planas;} \\ 1, & \text{para o cilindro.} \end{cases} \quad (3.18)$$

De modo a resolver as soluções apresentadas, as seguintes condições de contorno foram utilizadas para as placas planas e o cilindro:

1. A variação da temperatura no centro de simetria é nula. Isto é:

$$\left. \frac{\partial T_f(r,z)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad \text{para } -\infty < z < \infty; \quad (3.19)$$

2. A região molhada da frente de remolhamento encontra-se sujeita às seguinte condição convectiva:

$$-k_f \frac{\partial T_f(r, z)}{\partial r} \Big|_{r=R_{fo}} = h_1(T_f(r, z) - T_s), \quad \text{para } -\infty < z \leq 0; \quad (3.20)$$

3. A região seca da frente de remolhamento encontra-se sujeita às seguinte condição convectiva:

$$-k_f \frac{\partial T_f(r, z)}{\partial r} \Big|_{r=R_{fo}} = h_2(T_f(r, z) - T_w), \quad \text{para } 0 \leq z < \infty. \quad (3.21)$$

A adimensionalização das variáveis é então feita segundo a seguinte definição:

$$\begin{aligned} \bar{z} &= \frac{z}{R_{fo}}, \bar{r} = \frac{r}{R_{fo}}, Pe = \frac{\rho_f c_f R_{fo} u}{k_f}, Bi_1 = \frac{h_1 R_{fo}}{k_f}, Bi_2 = \frac{h_2 R_{fo}}{k_f}, \\ \theta(\bar{r}, \bar{z}) &= \frac{T(r, z) - T_s}{T_0 - T_s}, \theta_1 = \frac{T_w - T_0}{T_0 - T_s}, Q = \frac{q''' R_{fo}^2}{k_f(T_0 - T_s)}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Após a adimensionalização, as equações (3.17) a (3.21) se tornam:

$$\frac{1}{\bar{r}^n} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r}^n \frac{\partial \theta_f(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \right) + \frac{\partial^2 \theta_f(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{z}^2} + Pe \frac{\partial \theta_f(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{z}} + Q = 0 \quad (3.23)$$

para a equação da condução de calor e:

$$\frac{\partial \theta_f(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \Big|_{\bar{r}=0} = 0, \quad \text{para } -\infty < \bar{z} < \infty \quad e \quad (3.24)$$

$$-\frac{\partial \theta_f(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \Big|_{\bar{r}=1} = Bi_1(\theta_f(\bar{r}, \bar{z})), \quad \text{para } -\infty < \bar{z} \leq 0. \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial \theta_f(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \Big|_{\bar{r}=1} = Bi_2(\theta_f(\bar{r}, \bar{z}) - (1 + \theta_1)), \quad \text{para } 0 \leq \bar{z} < \infty. \quad (3.26)$$

Dada a utilização das temperaturas médias para solução das equações no presente trabalho, faz-se necessária a seguinte aplicação do conceito matemático de temperatura média:

$$T_{fav}(z) = \frac{1}{2LR_{fo}^2} \int_{-R_{fo}}^{R_{fo}} T_f(r, z) L dr = \frac{1}{R_{fo}^2} \int_0^{R_{fo}} T_f(r, z) dr \quad (3.27)$$

para placas planas e

$$T_{fav}(z) = \frac{1}{\pi R_{fo}^2} \int_0^{R_{fo}} T_f(r, z) 2\pi r dr = \frac{2}{R_{fo}^2} \int_0^{R_{fo}} T_f(r, z) r dr \quad (3.28)$$

para o cilindro.

Com as variáveis adimensionalizadas, as equações (3.27) e (3.28) se tornam:

$$\theta_{fav}(\bar{z}) = \frac{2}{2L} \int_0^1 \theta_f(\bar{r}, \bar{z}) L d\bar{r} = \int_0^1 \theta_f(\bar{r}, \bar{z}) d\bar{r} \quad (3.29)$$

e

$$\theta_{fav}(\bar{z}) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \theta_f(\bar{r}, \bar{z}) 2\pi \bar{r} d\bar{r} = 2 \int_0^1 \theta_f(\bar{r}, \bar{z}) \bar{r} d\bar{r} \quad (3.30)$$

para placas planas e para o cilindro, respectivamente.

Aplicando a definição de temperatura média com as variáveis adimensionalizadas das equações (3.29) e (3.30) na equação (3.23), encontra-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta_{fav}(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{z}^2} + Pe \frac{\partial \theta_{fav}(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{z}} + Q + \\ + \left(\bar{r}^n \frac{\partial \theta_f(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \right) \Big|_{\bar{r}=1} - \left(\bar{r}^n \frac{\partial \theta_f(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \right) \Big|_{\bar{r}=0} = 0. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Aplicando-se as condições de contorno de (3.24) a (3.26) na equação (3.31), tem-se finalmente:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}^2} + Pe \frac{\partial \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}} + Q - 2^n Bi_1 \theta_f(1, \bar{z}) = 0, \\ \text{para } -\infty < \bar{z} \leq 0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}^2} + Pe \frac{\partial \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}} + Q - 2^n Bi_2 (\theta_f(1, \bar{z}) - (1 + \theta_1)) = 0, \\ \text{para } 0 \leq \bar{z} < \infty, \end{aligned} \quad (3.33)$$

que são a forma das equações que foram trabalhadas nesta dissertação.

3.2.2 Modelagem física para combustível revestido

Para a análise da vareta combustível composta de duas regiões, será considerado um sistema onde um cilindro maciço representará o combustível de dióxido de urânio e tubo metálico representará o revestimento, também chamado de *cladding*. Como a conexão entre ambos não é perfeita, a diferença entre o raio interno do *cladding* e o raio externo do combustível implica que exista um espaço entre o combustível e o revestimento, chamado de interstício. Este interstício exerce uma resistência térmica

de caráter convectivo no sistema, chamada de resistência de interstício. A figura 3.4 apresenta a vista transversal de uma vareta combustível cladeada genérica.

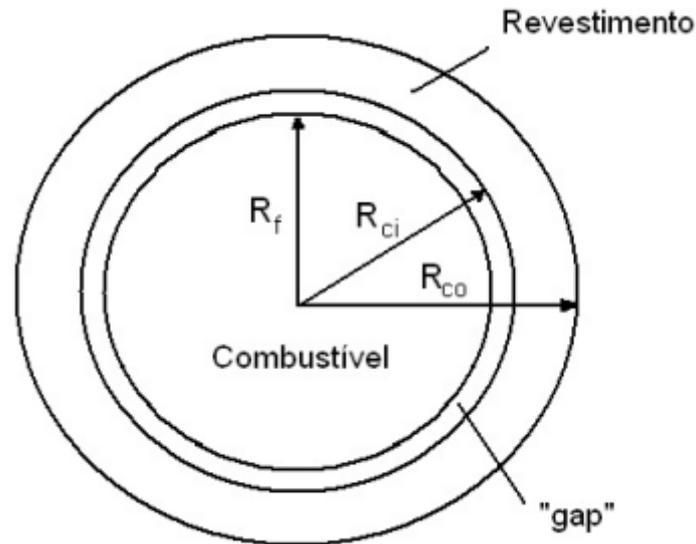


Figura 3.4: Vista transversal do conjunto pastilhas combustível e revestimento [6]

Do mesmo modo que para a análise das placas planas e do cilindro, o escoamento se dá de maneira longitudinal em relação às varetas combustíveis, sendo a única diferença entre os sistemas a introdução do revestimento metálico, como pode ser observado na figura 3.5 a seguir:

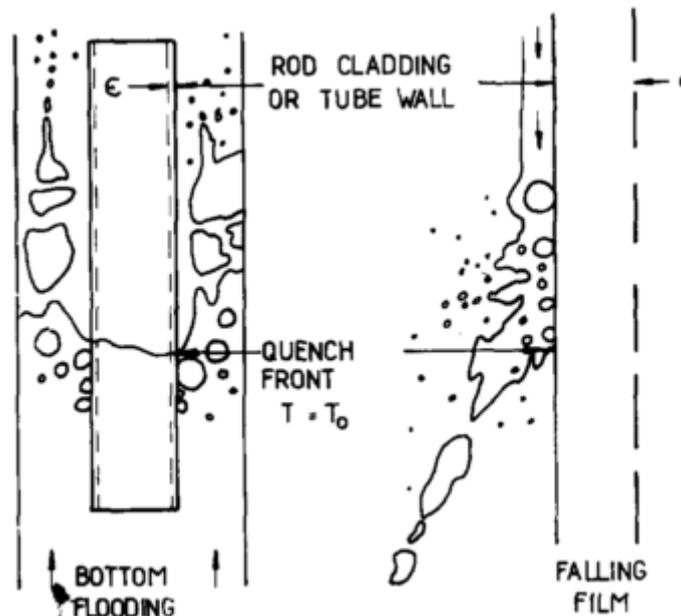


Figura 3.5: Fenômeno físico do remolhamento de varetas combustíveis PWR (bottom-reflooding à esquerda e top-spray à direita) [9].

De maneira similar, as equações para um sistema de duas regiões como a a vareta

combustível, composta de combustível e revestimento, puderam ser deduzida. A equação (3.17) é reescrita como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_f(r, z)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_f(r, z)}{\partial z^2} + \frac{\rho_f c_{pf} u}{k_f} \frac{\partial T_f(r, z)}{\partial z} + \frac{q'''}{k} = 0 \quad (3.34)$$

para o combustível e

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_c(r, z)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_c(r, z)}{\partial z^2} + \frac{\rho_c c_{pc} u}{k_c} \frac{\partial T_c(r, z)}{\partial z} = 0 \quad (3.35)$$

para o revestimento, onde r representa a direção transversal ao escoamento.

É importante ressaltar que a equação (3.35) não possui termo de geração de calor, pois o revestimento não possui nenhuma fonte de geração térmica.

De maneira similar ao deduzido para placas planas e ao cilindro, as seguintes considerações foram feitas para aplicação na análise do problema de duas regiões em questão.

1. escoamento considerado axissimétrico;
2. escoamento semi-estacionario;
3. a geração interna de calor é considerada constante;
4. temperatura do resfriante considerada constante e igual à temperatura de saturação;
5. temperatura da região de vapor considerada constante e igual à temperatura da parede.

Além das considerações supracitadas, as soluções apresentadas estão sujeitas às seguintes condições de contorno, válidas tanto para o combustível quanto para o revestimento:

1. A variação da temperatura no centro de simetria é nula para o combustível. Isto é:

$$\left. \frac{\partial T_f(r, z)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad \text{para } -\infty < z < \infty; \quad (3.36)$$

2. A interface entre o combustível e o revestimento está sujeita condição convectiva:

$$-k_f R_{fo} \left. \frac{\partial T_f(r, z)}{\partial r} \right|_{r=R_{fo}} = h_g R_g (T_f(r, z) - T_c(r, z)), \quad (3.37)$$

para $-\infty < z < \infty$

para o combustível e

$$-k_c R_{ci} \frac{\partial T_c(r, z)}{\partial r} \Big|_{r=R_{ci}} = h_g R_g (T_f(r, z) - T_c(r, z)), \quad (3.38)$$

para $-\infty < z < \infty$

para o revestimento, onde R_g corresponde ao raio médio do interstício entre o combustível e o revestimento, ou seja, $R_g = \frac{R_{fo} + R_{co}}{2}$.

3. A região molhada da frente de remolhamento encontra-se sujeita às seguinte condição convectiva:

$$-k_c \frac{\partial T_c(r, z)}{\partial r} \Big|_{r=R_{co}} = h_1 (T_f(r, z) - T_s), \quad \text{para } -\infty < z \leq 0; \quad (3.39)$$

4. A região seca da frente de remolhamento encontra-se sujeita às seguinte condição convectiva:

$$-k_f \frac{\partial T_f(r, z)}{\partial r} \Big|_{r=R_{fo}} = h_2 (T_f(r, z) - T_w), \quad \text{para } 0 \leq z < \infty. \quad (3.40)$$

A adimensionalização das variáveis é feita de maneira similar ao realizado na equação (3.22), segundo a seguinte definição:

$$\begin{aligned} \bar{z} &= \frac{z}{R_{co}}, & \bar{r} &= \frac{r}{R_{co}}, & \epsilon_c &= \frac{R_{ci}}{R_{co}}, & \epsilon_f &= \frac{R_{fo}}{R_{co}} \\ \epsilon_g &= \frac{R_g}{R_{co}}, & Pe_f &= \frac{\rho_f c_f R_{co} u}{k_f}, & Pe_c &= \frac{\rho_c c_c R_{co} u}{k_c} \\ Bi_1 &= \frac{h_1 R_{co}}{k_f}, & Bi_2 &= \frac{h_2 R_{co}}{k_f}, & Bi_{gf} &= \frac{h_g R_{co}}{k_f}, & Bi_{gc} &= \frac{h_g R_{co}}{k_c} \\ \theta(\bar{r}, \bar{z}) &= \frac{T(r, z) - T_s}{T_0 - T_s}, & \theta_1 &= \frac{T_w - T_0}{T_0 - T_s}, & Q &= \frac{q''' R_{co}^2}{k_f (T_0 - T_s)}. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Após a adimensionalização, as equações (3.34) e (3.35) se tornam:

$$\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\partial \theta_f(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \right) + \frac{\partial^2 \theta_f(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{z}^2} + Pe_f \frac{\partial \theta_f(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{z}} + Q = 0 \quad (3.42)$$

para o combustível e

$$\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\partial \theta_c(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \right) + \frac{\partial^2 \theta_c(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{z}^2} + Pe_c \frac{\partial \theta_c(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{z}} = 0 \quad (3.43)$$

para o revestimento. As condições de contorno das equações (3.36) a (3.40) são então reescritas como:

$$\left. \frac{\partial \theta_f(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \right|_{\bar{r}=0} = 0, \quad \text{para } -\infty < \bar{z} < \infty, \quad (3.44)$$

$$-\epsilon_f \left. \frac{\partial \theta_f(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \right|_{\bar{r}=\epsilon_f} = Bi_{gf} \epsilon_g (\theta_f(\bar{r}, \bar{z}) - \theta_c(\bar{r}, \bar{z})), \quad \text{para } -\infty < \bar{z} < \infty \quad (3.45)$$

para o combustível e

$$-\epsilon_c \left. \frac{\partial \theta_c(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \right|_{\bar{r}=\epsilon_c} = Bi_{gc} \epsilon_g (\theta_f(\bar{r}, \bar{z}) - \theta_c(\bar{r}, \bar{z})), \quad \text{para } -\infty < \bar{z} < \infty, \quad (3.46)$$

$$-\left. \frac{\partial \theta_c(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \right|_{\bar{r}=\epsilon_c} = Bi_1 \theta_c(\bar{r}, \bar{z}), \quad \text{para } -\infty < \bar{z} \leq 0 \quad e \quad (3.47)$$

$$-\left. \frac{\partial \theta_c(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \right|_{\bar{r}=\epsilon_c} = Bi_2 (\theta_c(\bar{r}, \bar{z}) - (1 + \theta_1)), \quad \text{para } 0 \leq \bar{z} < \infty \quad (3.48)$$

para o revestimento. A temperatura média é definida por:

$$T_{fav}(z) = \frac{1}{\pi R_{fo}^2} \int_0^{R_{fo}} T_f(r, z) 2\pi r dr = \frac{2}{R_{fo}^2} \int_0^{R_{fo}} T_f(r, z) r dr \quad (3.49)$$

para o combustível e

$$\begin{aligned} T_{cav}(z) &= \frac{1}{\pi(R_{co}^2 - R_{ci}^2)} \int_{R_{ci}}^{R_{co}} T_c(r, z) 2\pi r dr = \\ &= \frac{2}{\pi(R_{co}^2 - R_{ci}^2)} \int_{R_{ci}}^{R_{co}} T_c(r, z) r dr \end{aligned} \quad (3.50)$$

para o cilindro.

Com as variáveis adimensionalizadas, as equações (3.49) e (3.50) se tornam:

$$\theta_{fav}(\bar{z}) = \frac{1}{\pi \epsilon_f^2} \int_0^{\epsilon_f} \theta_f(\bar{r}, \bar{z}) 2\pi \bar{r} d\bar{r} = \frac{2}{\epsilon_f^2} \int_0^{\epsilon_f} \theta_f(\bar{r}, \bar{z}) \bar{r} d\bar{r} \quad (3.51)$$

e

$$\theta_{cav}(\bar{z}) = \frac{1}{\pi(1 - \epsilon_c^2)} \int_{\epsilon_c}^1 \theta_c(\bar{r}, \bar{z}) 2\pi \bar{r} d\bar{r} = \frac{2}{(1 - \epsilon_c^2)} \int_{\epsilon_c}^1 \theta_c(\bar{r}, \bar{z}) \bar{r} d\bar{r} \quad (3.52)$$

para o combustível e para o revestimento, respectivamente.

Aplicando a definição de temperatura média com as variáveis adimensionalizadas das equações (3.51) e (3.52) nas equações (3.42) e (3.43), encontra-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta_{fav}(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{z}^2} + Pe_f \frac{\partial \theta_{fav}(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{z}} + Q + \left(\bar{r} \frac{\partial \theta_f(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \right) \Big|_{\bar{r}=\epsilon_f} - \\ - \left(\bar{r} \frac{\partial \theta_f(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \right) \Big|_{\bar{r}=0} = 0 \end{aligned} \quad (3.53)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta_{cav}(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{z}^2} + Pe_c \frac{\partial \theta_{cav}(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{z}} + \left(\bar{r} \frac{\partial \theta_f(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \right) \Big|_{\bar{r}=1} - \\ - \left(\bar{r} \frac{\partial \theta_c(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \right) \Big|_{\bar{r}=\epsilon_c} = 0. \end{aligned} \quad (3.54)$$

Aplicando-se as condições de contorno de (3.44) a (3.48) nas equações (3.53) e (3.54), tem-se finalmente:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}^2} + Pe_f \frac{\partial \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}} + Q - \frac{2}{\epsilon_f^2} Bi_{gf} \epsilon_g \\ (\theta_f(\epsilon_f, \bar{z}) - \theta_c(\epsilon_c, \bar{z})) = 0, \quad \text{para } -\infty < \bar{z} < \infty \end{aligned} \quad (3.55)$$

para o combustível e

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta_{cav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}^2} + Pe_c \frac{\partial \theta_{cav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}} - \frac{2}{1 - \epsilon_c^2} \\ (Bi_1 \theta_c(1, \bar{z}) - Bi_{gc} \epsilon_g (\theta_f(\epsilon_f, \bar{z}) - \theta_c(\epsilon_c, \bar{z}))) = 0, \quad \text{para } -\infty < \bar{z} \leq 0 \end{aligned} \quad (3.56)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta_{cav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}^2} + Pe_c \frac{\partial \theta_{cav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}} - \frac{2}{1 - \epsilon_c^2} \\ (Bi_2 (\theta_c(1, \bar{z}) - (1 + \theta_1)) - Bi_{gc} \epsilon_g (\theta_f(\epsilon_f, \bar{z}) - \theta_{cav}(\epsilon_c, \bar{z}))) = 0, \quad \text{para } 0 \leq \bar{z} < \infty \end{aligned} \quad (3.57)$$

para o revestimento, que são a forma das equações que foram trabalhadas nesta dissertação.

3.3 Obtenção dos perfis de temperatura para combustível

Como foi mencionado no capítulo 2, dentre as possíveis metodologias que podem ser aplicadas para a resolução deste tipo de equações encontram-se as soluções por parâmetros concentrados clássica e a solução por parâmetros concentrados aperfeiçoada.

Empregando o conceito da proposto pela metodologia clássica nas equações (3.32) e (3.33), implicaria nas seguintes simplificações:

$$T_f(0, z) = T_f(R_{fo}, z) = T_{fav}(z) \quad e \quad (3.58)$$

$$\theta_f(0, \bar{z}) = \theta_f(1, \bar{z}) = \theta_{fav}(\bar{z}). \quad (3.59)$$

A solução das equações (3.32) e (3.33) também foi apresentada para a aproximação aperfeiçoada de Hermite, o que proporciona um resultado mais preciso do comportamento térmico do sistema formado pelo combustível e refrigerante.

A solução das equações supracitadas utilizando a metodologia aperfeiçoada foi obtida, através da obtenção dos seguintes termos das aproximações de Hermite:

$$\begin{aligned} H_{0,0} &\rightarrow \int_a^b y(x)dx \cong \frac{h}{2}(y(a) + y(b)) \\ &\rightarrow \int_0^1 \theta_f(\bar{r}, \bar{z})d\bar{z} \cong \frac{1}{2}(\theta_f(0, \bar{z}) + \theta_f(1, \bar{z})), \end{aligned} \quad (3.60)$$

$$\begin{aligned} H_{0,0} &\rightarrow \int_a^b \frac{dy(x)}{dx} dx \cong \frac{h}{2} \left(\frac{dy(a)}{dx} + \frac{dy(b)}{dx} \right) \\ &\rightarrow \int_0^1 \frac{\partial \theta_f(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{r}} d\bar{z} \cong \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \theta_f(0, \bar{z})}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial \theta_f(1, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \right), \end{aligned} \quad (3.61)$$

$$\begin{aligned} H_{1,0} &\rightarrow \int_a^b y(x)dx \cong \frac{2h}{3}(y(a) + y(b)) + \frac{h^2}{6} \frac{dy(b)}{dx} \\ &\rightarrow \int_0^1 \theta_f(\bar{r}, \bar{z})d\bar{z} \cong \frac{2}{3}(\theta_f(0, \bar{z}) + \theta_f(1, \bar{z})) + \frac{1}{6} \frac{\partial \theta_f(1, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \quad e \end{aligned} \quad (3.62)$$

$$\begin{aligned}
H_{1,1} &\rightarrow \int_a^b y(x)dx \cong \frac{h}{2}(y(a) + y(b)) + \\
&\quad + \frac{h^2}{12} \left(\frac{dy(b)}{dx} - \frac{dy(a)}{dx} \right) \\
&\rightarrow \int_0^1 \theta_f(\bar{r}, \bar{z})d\bar{z} \cong \frac{1}{2}(\theta_f(0, \bar{z}) + \theta_f(1, \bar{z})) + \\
&\quad + \frac{1}{12} \left(\frac{\partial\theta_f(1, \bar{z})}{\partial\bar{r}} - \frac{\partial\theta_f(0, \bar{z})}{\partial\bar{r}} \right),
\end{aligned} \tag{3.63}$$

cujas deduções foram apresentadas no capítulo 2.

3.3.1 Solução clássica por parâmetros concentrados para combustível

Para a solução com aproximações por parâmetros concentrados clássica e substituindo as considerações feitas na (3.59) nas equações (3.32) e (3.33), obtém-se:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2\theta_{fav}(\bar{z})}{\partial\bar{z}^2} + Pe\frac{\partial\theta_{fav}(\bar{z})}{\partial\bar{z}} + Q - 2^n Bi_1\theta_{fav}(\bar{z}) = 0, \\
\text{para } -\infty < \bar{z} \leq 0
\end{aligned} \tag{3.64}$$

e

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2\theta_{fav}(\bar{z})}{\partial\bar{z}^2} + Pe\frac{\partial\theta_{fav}(\bar{z})}{\partial\bar{z}} + Q - 2^n Bi_2(\theta_{fav}(\bar{z}) - (1 + \theta_1)) = 0, \\
\text{para } 0 \leq \bar{z} < \infty.
\end{aligned} \tag{3.65}$$

A solução das equações (3.64) e (3.65) possui a forma:

$$f(x) = C_1e^{\lambda_1x} + C_2e^{-\lambda_2x}. \tag{3.66}$$

Para a solução da equação (3.64), a constante $C_1 \rightarrow 0$ por não fazer parte da solução e, pela mesma razão, para a (3.65) a constante $C_2 \rightarrow 0$.

De modo a encontrar a segunda constante de cada solução, a condição de contorno $\theta_{fav} = 1$ quando $x \rightarrow 0$ foi utilizada dada a própria definição da temperatura adimensional realizada na equação (3.22).

Com o problema de contorno completamente definido, as equações (3.64) e (3.65) possuem como solução para o perfil de temperatura média adimensional a seguinte forma:

$$\theta_{fav}(\bar{z}) = \frac{Q}{2^n Bi_1} + \left(1 - \frac{Q}{2^n Bi_1}\right) e^{\frac{1}{2}(-Pe + \sqrt{2^n 4Bi_1 + Pe^2})\bar{z}}, \quad (3.67)$$

para $-\infty < \bar{z} \leq 0$

e

$$\theta_{fav}(\bar{z}) = 1 + \theta_1 + \frac{Q}{2^n Bi_2} - \left(\theta_1 + \frac{Q}{2^n Bi_2}\right) e^{\frac{1}{2}(-Pe - \sqrt{2^n 4Bi_1 + Pe^2})\bar{z}}, \quad (3.68)$$

para $0 \leq \bar{z} < \infty$.

3.3.2 Solução aperfeiçoada por parâmetros concentrados $H_{0,0}$ e $H_{1,0}$ / $H_{0,0}$ para combustível

Para a solução com aproximações por parâmetros concentrados aperfeiçoada utilizando as aproximações $H_{0,0}$ para a temperatura e nas placas planas, $H_{1,0}$ para a temperatura no cilindro e $H_{0,0}$ para a derivada das temperaturas para ambos, o seguinte sistema de equações é encontrado:

$$\theta_{fav}(\bar{z}) = \frac{1}{1 + 2^n} \theta_f(0, \bar{z}) + \frac{2^n}{1 + 2^n} \theta_f(1, \bar{z}), \quad (3.69)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \theta_f(0, \bar{z})}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{2} \frac{\partial \theta_f(1, \bar{z})}{\partial \bar{r}} = -\frac{1}{2} Bi_1 \theta_f(1, \bar{z}) = \theta_f(1, \bar{z}) - \theta_f(0, \bar{z}) \quad (3.70)$$

para $-\infty < \bar{z} \leq 0$ e

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \theta_f(0, \bar{z})}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{2} \frac{\partial \theta_f(1, \bar{z})}{\partial \bar{r}} = \frac{1}{2} Bi_2 (1 + \theta_1 - \theta_f(1, \bar{z})) = \theta_f(1, \bar{z}) - \theta_f(0, \bar{z}) \quad (3.71)$$

para $0 \leq \bar{z} < \infty$.

A solução do sistema formado pelas equações (3.69) e (3.70) e pelas equações (3.69) e (3.71) resulta em uma aproximação entre a temperatura média da seção transversal e suas temperaturas nos contornos dada por:

$$\theta_f(0, \bar{z}) = \frac{(1 + 2^n)(2 + Bi_1)\theta_{fav}(\bar{z})}{2^{2+n} - 2n + Bi_1} \quad e \quad \theta_f(1, \bar{z}) = \frac{(2^{2+n} - 2n)\theta_{fav}(\bar{z})}{2^{2+n} - 2n + Bi_1}, \quad (3.72)$$

para $-\infty < \bar{z} \leq 0$

e

$$\begin{aligned}\theta_f(0, \bar{z}) &= \frac{(2^{2+n} - 2n)\theta_{fav}(\bar{z}) + Bi_2((1 + 2^n)\theta_{fav}(\bar{z}) - 1 - \theta_1)}{2^{2+n} - 2n + Bi_2} \quad e \\ \theta_f(1, \bar{z}) &= \frac{(2^{2+n} - 2n)\theta_{fav}(\bar{z}) + Bi_2(1 + \theta_1)}{2^{2+n} - 2n + Bi_2}, \quad \text{para } 0 \leq \bar{z} < \infty.\end{aligned}\quad (3.73)$$

Substituindo as equações (3.72) e (3.73) nas equações (3.32) e (3.33), obtém-se:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}^2} + Pe \frac{\partial \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}} + Q - 2^n Bi_1 \frac{(2^{2+n} - 2n)\theta_{fav}(\bar{z})}{2^{2+n} - 2n + Bi_1} = 0, \\ \text{para } -\infty < \bar{z} \leq 0\end{aligned}\quad (3.74)$$

e

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}^2} + Pe \frac{\partial \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}} + Q - 2^n Bi_2 \left(\frac{(2^{2+n} - 2n)\theta_{fav}(\bar{z}) + Bi_2(1 + \theta_1)}{2^{2+n} - 2n + Bi_2} - (1 + \theta_1) \right) = 0, \\ \text{para } 0 \leq \bar{z} < \infty.\end{aligned}\quad (3.75)$$

A solução das equações (3.74) e (3.75) também possui a forma:

$$f(x) = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{-\lambda_2 x}. \quad (3.76)$$

De maneira similar ao realizado para a aproximação por parâmetros concentrados clássica, na solução da equação (3.74), foi considerado a constante $C_1 \rightarrow 0$ por não fazer parte da solução e para a (3.75) a constante $C_2 \rightarrow 0$.

De modo a encontrar a segunda constante de cada solução, a mesma condição de contorno $\theta_{fav} = 1$ quando $x \rightarrow 0$ foi utilizada.

Com o problema de contorno completamente definido, as equações (3.74) e (3.75) possuem como solução para o perfil de temperatura média adimensional a seguinte forma:

$$\begin{aligned}\theta_{fav}(\bar{z}) = \frac{(2^{2+n} - 2n + Bi_1)Q}{(2^{2+n} - 2n)Bi_1} + \left(1 - \frac{(2^{2+n} - 2n + Bi_1)Q}{3^n 4 Bi_1} \right) \\ e^{\frac{1}{2} \left(-Pe + \sqrt{\frac{3^n 16 Bi_1}{2^{2+n} - 2n + Bi_1} + Pe^2} \right) \bar{z}}, \quad \text{para } -\infty < \bar{z} \leq 0\end{aligned}\quad (3.77)$$

e

$$\theta_{fav}(\bar{z}) = 1 + \frac{Q}{2^n Bi_2} + \frac{Q}{3^n 4} + \theta_1 + \left(\frac{Q}{2^n Bi_2} + \frac{Q}{3^n 4} + \theta_1 \right) e^{\frac{1}{2} \left(-Pe - \sqrt{\frac{3^n 16 Bi_1}{2^{2+n} - 2n + Bi_1} + Pe^2} \right) \bar{z}}, \text{ para } 0 \leq \bar{z} < \infty. \quad (3.78)$$

3.3.3 Solução aperfeiçoada por parâmetros concentrados $H_{1,1}$ / $H_{0,0}$ para combustível

Por fim, para a solução com aproximações por parâmetros concentrados aperfeiçoada utilizando as aproximações $H_{1,1}$ para a temperatura e nas placas planas e no cilindro e $H_{0,0}$ para a derivada das temperaturas para ambos, o seguinte sistema de equações é encontrado:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \theta_f(0, \bar{z})}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{2} \frac{\partial \theta_f(1, \bar{z})}{\partial \bar{r}} = \theta_f(1, \bar{z}) - \theta_f(0, \bar{z}), \quad (3.79)$$

$$\theta_{fav}(\bar{z}) = \frac{1}{2} \theta_f(0, \bar{z}) + \frac{1}{2} \theta_f(1, \bar{z}) + \frac{1}{12} Bi_1 \theta_f(1, \bar{z}), \quad (3.80)$$

para $-\infty < \bar{z} \leq 0$ e

$$\theta_{fav}(\bar{z}) = \frac{1}{2} \frac{\partial \theta_f(0, \bar{z})}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{2} \frac{\partial \theta_f(1, \bar{z})}{\partial \bar{r}} - \frac{1}{12} Bi_2 (1 + \theta_1 - \theta_f(1, \bar{z})) = \theta_f(1, \bar{z}) - \theta_f(0, \bar{z}),$$

para $0 \leq \bar{z} < \infty$. (3.81)

A solução do sistema formado pelas equações (3.79) e (3.80) e pelas equações (3.79) e (3.81) resulta em uma aproximação entre a temperatura média da seção transversal e suas temperaturas nos contornos dada por:

$$\theta_f(0, \bar{z}) = \frac{3(2 + Bi_1)\theta_{fav}(\bar{z})}{2(3 + Bi_1)} \quad e \quad \theta_f(1, \bar{z}) = \frac{3\theta_{fav}(\bar{z})}{3 + Bi_1}, \quad (3.82)$$

para $-\infty < \bar{z} \leq 0$

e

$$\begin{aligned}\theta_f(0, \bar{z}) &= \frac{6\theta_{fav}(\bar{z}) + Bi_2(3\theta_{fav}(\bar{z}) - 1 - \theta_1)}{2(3 + Bi_2)} \quad e \\ \theta_f(1, \bar{z}) &= \frac{3\theta_{fav}(\bar{z}) + Bi_2(1 + \theta_1)}{3 + Bi_2}, \quad \text{para } 0 \leq \bar{z} < \infty.\end{aligned}\tag{3.83}$$

Substituindo as equações (3.82) e (3.83) nas equações (3.32) e (3.33), obtém-se:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}^2} + Pe \frac{\partial \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}} + Q - 2^n Bi_1 \frac{3\theta_{fav}(\bar{z})}{3 + Bi_1} &= 0, \\ \text{para } -\infty < \bar{z} \leq 0\end{aligned}\tag{3.84}$$

e

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}^2} + Pe \frac{\partial \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}} + Q - 2^n Bi_2 \left(\frac{3\theta_{fav}(\bar{z}) + Bi_2(1 + \theta_1)}{3 + Bi_2} - (1 + \theta_1) \right) &= 0, \\ \text{para } 0 \leq \bar{z} < \infty.\end{aligned}\tag{3.85}$$

A solução das equações (3.84) e (3.85) também possui a forma:

$$f(x) = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{-\lambda_2 x}.\tag{3.86}$$

De maneira similar ao realizado para a aproximação por parâmetros concentrados clássica e aperfeiçoada anteriormente, na solução da equação (3.84), foi considerado a constante $C_1 \rightarrow 0$ por não fazer parte da solução e para a (3.85) a constante $C_2 \rightarrow 0$.

De modo a encontrar a segunda constante de cada solução, a mesma condição de contorno $\theta_{fav} = 1$ quando $x \rightarrow 0$ foi utilizada.

Com o problema de contorno completamente definido, as equações (3.84) e (3.85) possuem como solução para o perfil de temperatura média adimensional a seguinte forma:

$$\begin{aligned}\theta_{fav}(\bar{z}) &= \frac{3 + Bi_1}{2^n 3 Bi_1} Q + \left(1 - \frac{3 + Bi_1}{2^n Bi_1} Q \right) \\ e^{\frac{1}{2} \left(-Pe + \sqrt{\frac{2^n 12 Bi_1}{3 + Bi_1} + Pe^2} \right) \bar{z}}, \quad \text{para } -\infty < \bar{z} \leq 0\end{aligned}\tag{3.87}$$

e

$$\theta_{fav}(\bar{z}) = 1 + \frac{Q}{2^n Bi_2} + \frac{Q}{2^n 3} + \theta_1 + \left(\frac{Q}{2^n Bi_2} + \frac{Q}{2^n 3} + \theta_1 \right) e^{\frac{1}{2} \left(-Pe - \sqrt{\frac{2^n 12 Bi_1}{3 + Bi_1} + Pe^2} \right) \bar{z}}, \text{ para } 0 \leq \bar{z} < \infty. \quad (3.88)$$

3.4 Obtenção dos perfis de temperatura para combustível revestido

De maneira similar ao resultado obtido na seção 3.3, as metodologias de solução por formulação por parâmetros concentrados clássica e a formulação por parâmetros concentrados aperfeiçoada também pode ser aplicada para a vareta combustível.

Empregando o conceito da proposto pela metodologia clássica nas equações (3.55), (3.56) e (3.57), implicaria nas seguintes simplificações:

$$T_f(0, z) = T_f(R_{fo}, z) = T_c(R_{ci}, z) = T_c(R_{co}, z) = T_{cav}(z) = T_{fav}(z) \quad e \quad (3.89)$$

$$\theta_f(0, \bar{z}) = \theta_f(\epsilon_f, \bar{z}) = \theta_c(\epsilon_c, \bar{z}) = \theta_c(1, \bar{z}) = \theta_{cav}(\bar{z}) = \theta_{fav}(\bar{z}). \quad (3.90)$$

A solução das equações (3.55), (3.56) e (3.57) também foi apresentada para a aproximação aperfeiçoada de Hermite, o que proporciona um resultado mais preciso do comportamento térmico do sistema formado pelo combustível, revestimento e refrigerante, de maneira similar ao realizado para a análise de uma região.

A solução das equações supracitadas utilizando a metodologia aperfeiçoada foi obtida, através da obtenção dos seguintes termos das aproximações de Hermite:

$$\begin{aligned} H_{0,0} &\rightarrow \int_a^b y(x) dx \cong \frac{h}{2} (y(a) + y(b)) \\ &\rightarrow \int_0^1 \theta_f(\bar{r}, \bar{z}) d\bar{z} \cong \frac{1}{2} (\theta_f(0, \bar{z}) + \theta_f(1, \bar{z})), \end{aligned} \quad (3.91)$$

$$\begin{aligned} H_{0,0} &\rightarrow \int_a^b \frac{dy(x)}{dx} dx \cong \frac{h}{2} \left(\frac{dy(a)}{dx} + \frac{dy(b)}{dx} \right) \\ &\rightarrow \int_0^1 \frac{\partial \theta_f(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{r}} d\bar{z} \cong \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \theta_f(0, \bar{z})}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial \theta_f(1, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \right), \end{aligned} \quad (3.92)$$

$$\begin{aligned}
H_{1,0} &\rightarrow \int_a^b y(x)dx \cong \frac{2h}{3}(y(a) + y(b)) + \frac{h^2}{6} \frac{dy(b)}{dx} \\
&\rightarrow \int_0^1 \theta_f(\bar{r}, \bar{z})d\bar{z} \cong \frac{2}{3}(\theta_f(0, \bar{z}) + \theta_f(1, \bar{z})) + \frac{1}{6} \frac{\partial \theta_f(1, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \quad e
\end{aligned} \tag{3.93}$$

$$\begin{aligned}
H_{1,1} &\rightarrow \int_a^b y(x)dx \cong \frac{h}{2}(y(a) + y(b)) + \\
&\quad + \frac{h^2}{12} \left(\frac{dy(b)}{dx} - \frac{dy(a)}{dx} \right) \\
&\rightarrow \int_0^1 \theta_f(\bar{r}, \bar{z})d\bar{z} \cong \frac{1}{2}(\theta_f(0, \bar{z}) + \theta_f(1, \bar{z})) + \\
&\quad + \frac{1}{12} \left(\frac{\partial \theta_f(1, \bar{z})}{\partial \bar{r}} - \frac{\partial \theta_f(0, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \right)
\end{aligned} \tag{3.94}$$

para o combustível e

$$\begin{aligned}
H_{0,0} &\rightarrow \int_a^b y(x)dx \cong \frac{h}{2}(y(a) + y(b)) \\
&\rightarrow \int_0^1 \theta_c(\bar{r}, \bar{z})d\bar{z} \cong \frac{1}{2}(\theta_c(0, \bar{z}) + \theta_c(1, \bar{z})),
\end{aligned} \tag{3.95}$$

$$\begin{aligned}
H_{0,0} &\rightarrow \int_a^b \frac{dy(x)}{dx} dx \cong \frac{h}{2} \left(\frac{dy(a)}{dx} + \frac{dy(b)}{dx} \right) \\
&\rightarrow \int_0^1 \frac{\partial \theta_c(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{r}} d\bar{z} \cong \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \theta_c(0, \bar{z})}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial \theta_c(1, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \right),
\end{aligned} \tag{3.96}$$

$$\begin{aligned}
H_{1,0} &\rightarrow \int_a^b y(x)dx \cong \frac{2h}{3}(y(a) + y(b)) + \frac{h^2}{6} \frac{dy(b)}{dx} \\
&\rightarrow \int_0^1 \theta_c(\bar{r}, \bar{z})d\bar{z} \cong \frac{2}{3}(\theta_c(0, \bar{z}) + \theta_c(1, \bar{z})) + \frac{1}{6} \frac{\partial \theta_c(1, \bar{z})}{\partial \bar{r}} \quad e
\end{aligned} \tag{3.97}$$

$$\begin{aligned}
H_{1,1} &\rightarrow \int_a^b y(x)dx \cong \frac{h}{2}(y(a) + y(b)) + \\
&\quad + \frac{h^2}{12} \left(\frac{dy(b)}{dx} - \frac{dy(a)}{dx} \right) \\
&\rightarrow \int_0^1 \theta_c(\bar{r}, \bar{z})d\bar{z} \cong \frac{1}{2}(\theta_c(0, \bar{z}) + \theta_c(1, \bar{z})) + \\
&\quad + \frac{1}{12} \left(\frac{\partial\theta_c(1, \bar{z})}{\partial\bar{r}} - \frac{\partial\theta_c(0, \bar{z})}{\partial\bar{r}} \right)
\end{aligned} \tag{3.98}$$

para o revestimento, cujas deduções foram apresentadas no capítulo 2.

3.4.1 Solução clássica por parâmetros concentrados para combustível revestido

Para a solução com aproximações por parâmetros concentrados clássica e substituindo as considerações feitas na (3.90) nas equações (3.55), (3.56) e (3.57), obtém-se:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2\theta_{fav}(\bar{z})}{\partial\bar{z}^2} + Pe_f \frac{\partial\theta_{fav}(\bar{z})}{\partial\bar{z}} + Q - \frac{2}{\epsilon_f^2} Bi_{gf}\epsilon_g \\
(\theta_{fav}(\bar{z}) - \theta_{cav}(\bar{z})) = 0, \quad \text{para } -\infty < \bar{z} < \infty
\end{aligned} \tag{3.99}$$

para o combustível e

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2\theta_{cav}(\bar{z})}{\partial\bar{z}^2} + Pe_c \frac{\partial\theta_{cav}(\bar{z})}{\partial\bar{z}} - \frac{2}{1 - \epsilon_c^2} \\
(Bi_1\theta_{cav}(\bar{z}) - Bi_{gc}\epsilon_g(\theta_{fav}(\bar{z}) - \theta_{cav}(\bar{z}))) = 0, \quad \text{para } -\infty < \bar{z} \leq 0
\end{aligned} \tag{3.100}$$

e

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2\theta_{cav}(\bar{z})}{\partial\bar{z}^2} + Pe_c \frac{\partial\theta_{cav}(\bar{z})}{\partial\bar{z}} - \frac{2}{1 - \epsilon_c^2} \\
(Bi_2(\theta_{cav}(\bar{z}) - (1 + \theta_1)) - Bi_{gc}\epsilon_g(\theta_{fav}(\bar{z}) - \theta_{cav}(\bar{z}))) = 0, \quad \text{para } 0 \leq \bar{z} < \infty
\end{aligned} \tag{3.101}$$

para o revestimento.

A equação (3.99) é rearranjada para $\theta_{cav}(\bar{z})$, resultando em:

$$\theta_{cav}(\bar{z}) = \frac{-Q\epsilon_f^2 + 2Bi_{gf}\epsilon_g\theta_{fav}(\bar{z}) - Pe_f\epsilon_f^2\frac{\partial\theta_{fav}(\bar{z})}{\partial\bar{z}} - \epsilon_f^2\frac{\partial^2\theta_{fav}(\bar{z})}{\partial\bar{z}^2}}{2Bi_{gf}\epsilon_g}, \quad \text{para } -\infty < \bar{z} \leq 0 \quad (3.102)$$

e

$$\theta_{cav}(\bar{z}) = \frac{-Q\epsilon_f^2 + 2Bi_{gf}\epsilon_g\theta_{fav}(\bar{z}) - Pe_f\epsilon_f^2\frac{\partial\theta_{fav}(\bar{z})}{\partial\bar{z}} - \epsilon_f^2\frac{\partial^2\theta_{fav}(\bar{z})}{\partial\bar{z}^2}}{2Bi_{gf}\epsilon_g}, \quad \text{para } 0 \leq \bar{z} < \infty. \quad (3.103)$$

Em seguida, as equações (3.102) e (3.103) são substituídas na equação diferencial (3.99), para o cálculo de $\theta_{fav}(\bar{z})$ para $-\infty < \bar{z} \leq 0$ e $0 \leq \bar{z} < \infty$ respectivamente, tornando estas equações em equações diferenciais ordinárias de quarta ordem com a seguinte forma:

$$A_1\frac{\partial^4 f(x)}{\partial x^4} + A_2\frac{\partial^3 f(x)}{\partial x^3} + A_3\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} + A_4\frac{\partial f(x)}{\partial x} + A_5f(x) = 0. \quad (3.104)$$

As equações (3.104) para as regiões molhada e seca são então resolvidas para $\theta_{fav}(\bar{z})$, resultando em uma solução da forma:

$$f(x) = C_1e^{\lambda_1x} + C_2e^{\lambda_2x} + C_3e^{-\lambda_3x} + C_4e^{-\lambda_4x}. \quad (3.105)$$

Para a solução da equação (3.105), as constantes $C_3 \rightarrow 0$ e $C_4 \rightarrow 0$ para $-\infty < \bar{z} \leq 0$ por não fazerem parte da solução e as constantes $C_1 \rightarrow 0$ e $C_2 \rightarrow 0$ para $0 \leq \bar{z} < \infty$, pelos mesmos motivos.

Em seguida, a equação para $\theta_{fav}(\bar{z})$ com a forma da equação (3.105) é derivada duas vezes, possuindo as seguinte formas:

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = -C_1\lambda_1e^{-\lambda_1x} - C_2\lambda_2e^{-\lambda_2x} - C_3\lambda_3e^{-\lambda_3x} - C_4\lambda_4e^{-\lambda_4x} \quad (3.106)$$

para a primeira derivada e

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = C_1\lambda_1^2e^{-\lambda_1x} + C_2\lambda_2^2e^{-\lambda_2x} + C_3\lambda_3^2e^{-\lambda_3x} + C_4\lambda_4^2e^{-\lambda_4x} \quad (3.107)$$

para a segunda derivada.

Em seguida, os resultados obtidos pela equação (3.105) para $\theta_{fav}(\bar{z})$, equação (3.106) para $\frac{\partial\theta_{fav}(\bar{z})}{\partial\bar{z}}$ e pela equação (3.107) para $\frac{\partial^2\theta_{fav}(\bar{z})}{\partial\bar{z}^2}$ são substituídos nas equações (3.102) e (3.103), retirando a dependência de $\theta_{cav}(\bar{z})$ de $\theta_{fav}(\bar{z})$ e de suas derivadas, necessitando que suas constantes C_1 , C_2 , C_3 e C_4 sejam calculadas para

que a função $\theta_{cav}(\bar{z})$ esteja completamente definida.

Para a determinação das constantes C_1, C_2, C_3 e C_4 , as seguintes condições foram utilizadas:

1. A temperatura média $\theta_{cav} = 1$ quando $x \rightarrow 0$, dada a própria definição da temperatura adimensional realizada na equação (3.41). Esta condição é válida tanto para $-\infty < \bar{z} \leq 0$ quanto para $0 \leq \bar{z} < \infty$;
2. As temperaturas médias θ_{fav} e suas derivadas $\frac{\partial \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}}$ quando $x \rightarrow 0$ de suas respectivas funções para $-\infty < \bar{z} \leq 0$ e $0 \leq \bar{z} < \infty$ são iguais, dada a própria definição de continuidade.

As quatro condições supracitadas geram um sistema linear de quatro equações e quatro incógnitas C_1, C_2, C_3 e C_4 , podendo ser obtidas finalmente as funções para os perfis de temperatura média θ_{fav} e θ_{cav} simultaneamente.

Vale ressaltar que, dada a extensão da forma das equações para os perfis θ_{fav} e θ_{cav} , é conveniente omitir as suas expressões neste trabalho, apresentando somente seus resultados de forma gráfica no capítulo 4.

3.4.2 Solução aperfeiçoada por parâmetros concentrados $H_{1,0} / H_{0,0} - H_{0,0} / H_{0,0}$ para combustível revestido

Para a solução com aproximações por parâmetros concentrados aperfeiçoada utilizando as aproximações $H_{1,0}$ para a temperatura do combustível e $H_{0,0}$ para a sua derivada e substituindo as considerações feitas nas equações (3.91) a (3.94) nas condições de contorno feitas nas equações (3.44) a (3.45), obtém-se:

$$\theta_{fav}(\bar{z}) = \frac{1}{3}\theta_f(0, \bar{z}) + \frac{2}{3}\theta_f(\epsilon_f, \bar{z}), \quad (3.108)$$

para $-\infty < \bar{z} < \infty$,

$$\frac{1}{2}\epsilon_f \frac{\partial \theta_f(0, \bar{z})}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{2}\epsilon_f \frac{\partial \theta_f(\epsilon_f, \bar{z})}{\partial \bar{r}} = -\frac{1}{2}Bi_{gf}\epsilon_g(\theta_f(\epsilon_f, \bar{z}) - \theta_c(\epsilon_c, \bar{z})) = \theta_f(\epsilon_f, \bar{z}) - \theta_f(0, \bar{z}),$$

para $-\infty < \bar{z} \leq 0$

(3.109)

e

$$\frac{1}{2}\epsilon_f \frac{\partial \theta_f(0, \bar{z})}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{2}\epsilon_f \frac{\partial \theta_f(\epsilon_f, \bar{z})}{\partial \bar{r}} = -\frac{1}{2}Bi_{gf}\epsilon_g(\theta_f(\epsilon_f, \bar{z}) - \theta_c(\epsilon_c, \bar{z})) = \theta_f(\epsilon_f, \bar{z}) - \theta_f(0, \bar{z}),$$

para $0 \leq \bar{z} < \infty$.

(3.110)

Para a solução com aproximações por parâmetros concentrados aperfeiçoada utilizando as aproximações $H_{0,0}$ para a temperatura do revestimento e $H_{0,0}$ para a sua derivada e substituindo as considerações feitas nas equações (3.95) a (3.98) nas condições de contorno feitas nas equações (3.46) a (3.48), obtém-se:

$$\theta_{cav}(\bar{z}) = \frac{(1 - \epsilon_c)\theta_c(1, \bar{z})}{1 - \epsilon_c^2} + \frac{(1 - \epsilon_c)\epsilon_c\theta_c(\epsilon_c, \bar{z})}{1 - \epsilon_c^2}, \quad (3.111)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(1 - \epsilon_c) \frac{\partial \theta_c(1, \bar{z})}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{2}(1 - \epsilon_c) \frac{\partial \theta_c(\epsilon_c, \bar{z})}{\partial \bar{r}} &= -\frac{1}{2}Bi_1(1 - \epsilon_c)\theta_c(1, \bar{z}) + \\ + \frac{Bi_{gc}(1 - \epsilon_c)\epsilon_g(\theta_c(\epsilon_c, \bar{z}) - \theta_f(\epsilon_f, \bar{z}))}{2\epsilon_c} &= \theta_c(1, \bar{z}) - \theta_c(\epsilon_c, \bar{z}), \end{aligned} \quad (3.112)$$

para $-\infty < \bar{z} \leq 0$

e

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(1 - \epsilon_c) \frac{\partial \theta_c(1, \bar{z})}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{2}(1 - \epsilon_c) \frac{\partial \theta_c(\epsilon_c, \bar{z})}{\partial \bar{r}} &= \frac{1}{2}Bi_{gc}(1 - \epsilon_c)(1 + \theta_1 - \theta_c(1, \bar{z}) + \\ + \frac{Bi_{gc}(1 - \epsilon_c)\epsilon_g(\theta_c(\epsilon_c, \bar{z}) - \theta_f(\epsilon_f, \bar{z}))}{2\epsilon_c} &= \theta_c(1, \bar{z}) - \theta_c(\epsilon_c, \bar{z}), \end{aligned}$$

para $0 \leq \bar{z} < \infty$.

(3.113)

A solução do sistema formado pelas equações (3.108), (3.109), (3.111) e (3.112) resulta em uma aproximação entre a temperatura média da seção transversal e suas temperaturas nos contornos expressa pelos seguintes termos:

$$\theta_f(0, \bar{z}), \theta_f(\epsilon_f, \bar{z}), \theta_c(\epsilon_c, \bar{z}) \quad e \quad \theta_c(1, \bar{z}), \quad \text{para} \quad -\infty < \bar{z} \leq 0, \quad (3.114)$$

assim como a solução do sistema formado pelas equações (3.108), (3.110), (3.111) e (3.113) resulta em uma aproximação entre a temperatura média da seção transversal e suas temperaturas nos contornos dadas pelos mesmos termos:

$$\theta_f(0, \bar{z}), \theta_f(\epsilon_f, \bar{z}), \theta_c(\epsilon_c, \bar{z}) \text{ e } \theta_c(1, \bar{z}) \text{ para } 0 \leq \bar{z} < \infty. \quad (3.115)$$

Devido às suas extensões e complexidade, as soluções das equações (3.114) e (3.115) foram omitidas da escrita no presente trabalho.

Substituindo as equações (3.114) e (3.115) nas equações (3.55), (3.56) e (3.57), o mesmo procedimento realizado na subseção 3.4.1 foi utilizado:

1. A equação (3.55) é rearranjada após a substituição das equações (3.114) e (3.115) para $\theta_{cav}(\bar{z})$, resultando em $\theta_{cav}(\bar{z})$ como função de $\theta_{fav}(\bar{z})$, $\frac{\partial \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}}$ e $\frac{\partial^2 \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}^2}$;
2. Em seguida, esta função $\theta_{cav}(\bar{z})$ é substituída nas equações diferenciais (3.56) e (3.57) após as mesmas terem sido também substituídas com os termos (3.114) e (3.115), tornando estas equações em equações diferenciais ordinárias de quarta ordem com a seguinte forma:

$$A_1 \frac{\partial^4 f(x)}{\partial x^4} + A_2 \frac{\partial^3 f(x)}{\partial x^3} + A_3 \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} + A_4 \frac{\partial f(x)}{\partial x} + A_5 f(x) = 0; \quad (3.116)$$

3. As equações (3.116) para as regiões molhada e seca são então resolvidas para $\theta_{fav}(\bar{z})$, resultando em uma solução da forma:

$$f(x) = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x} + C_3 e^{-\lambda_3 x} + C_4 e^{-\lambda_4 x}; \quad (3.117)$$

4. Para a solução da equação (3.117), as constantes $C_3 \rightarrow 0$ e $C_4 \rightarrow 0$ para $-\infty < \bar{z} \leq 0$ por não fazerem parte da solução e as constantes $C_1 \rightarrow 0$ e $C_2 \rightarrow 0$ para $0 \leq \bar{z} < \infty$, pelos mesmos motivos;
5. Em seguida, a equação para $\theta_{fav}(\bar{z})$ com a forma da equação (3.117) é derivada duas vezes, possuindo as seguinte formas:

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = -C_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 x} - C_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 x} - C_3 \lambda_3 e^{-\lambda_3 x} - C_4 \lambda_4 e^{-\lambda_4 x} \quad (3.118)$$

para a primeira derivada e

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = C_1 \lambda_1^2 e^{-\lambda_1 x} + C_2 \lambda_2^2 e^{-\lambda_2 x} + C_3 \lambda_3^2 e^{-\lambda_3 x} + C_4 \lambda_4^2 e^{-\lambda_4 x} \quad (3.119)$$

para a segunda derivada;

6. Em seguida, os resultados obtidos pela equação (3.117) para $\theta_{fav}(\bar{z})$, equação (3.118) para $\frac{\partial \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}}$ e pela equação (3.119) para $\frac{\partial^2 \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}^2}$ são substituídos nas

equações (3.56) e (3.57) após as mesmas terem sido também substituídas com os termos (3.114) e (3.115), retirando a dependência de $\theta_{cav}(\bar{z})$ de $\theta_{fav}(\bar{z})$ e de suas derivadas, necessitando que suas constantes C_1 , C_2 , C_3 e C_4 sejam calculadas para que a função $\theta_{cav}(\bar{z})$ esteja completamente definida;

7. Para a determinação das constantes C_1 , C_2 , C_3 e C_4 , as seguintes condições foram utilizadas:

- (a) A temperatura média $\theta_{cav} = 1$ quando $x \rightarrow 0$, dada a própria definição da temperatura adimensional realizada na equação (3.41). Esta condição é válida tanto para $-\infty < \bar{z} \leq 0$ quanto para $0 \leq \bar{z} < \infty$;
- (b) As temperaturas médias θ_{fav} e suas derivadas $\frac{\partial \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}}$ quando $x \rightarrow 0$ de suas respectivas funções para $-\infty < \bar{z} \leq 0$ e $0 \leq \bar{z} < \infty$ são iguais, dada a própria definição de continuidade;

As quatro condições supracitadas geram um sistema linear de quatro equações e quatro incógnitas C_1 , C_2 , C_3 e C_4 , podendo ser obtidas finalmente as funções para os perfis de temperatura média θ_{fav} e θ_{cav} simultaneamente.

Vale ressaltar que, dada a extensão da forma das equações para os perfis θ_{fav} e θ_{cav} , assim como realizado na subseção 3.4.1, é conveniente omitir as suas expressões neste trabalho, apresentando somente seus resultados de forma gráfica no capítulo 4.

3.4.3 Solução aperfeiçoada por parâmetros concentrados $H_{1,1} / H_{0,0} - H_{0,0} / H_{0,0}$ para combustível revestido

Para a solução com aproximações por parâmetros concentrados aperfeiçoada utilizando as aproximações $H_{1,1}$ para a temperatura do combustível e $H_{0,0}$ para a sua derivada e substituindo as considerações feitas nas equações (3.91) a (3.94) nas condições de contorno feitas nas equações (3.44) a (3.45), obtém-se:

$$\theta_{fav}(\bar{z}) = \frac{1}{2}\epsilon_f\theta_f(0, \bar{z}) + \frac{1}{2}\epsilon_f\theta_f(\epsilon_f, \bar{z}) + \frac{1}{12}Bi_{gf}\epsilon_f\epsilon_g(\theta_f(\epsilon_f, \bar{z}) - \theta_c(\epsilon_c, \bar{z})), \quad (3.120)$$

para $-\infty < \bar{z} < \infty$,

$$\frac{1}{2}\epsilon_f\frac{\partial \theta_f(0, \bar{z})}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{2}\epsilon_f\frac{\partial \theta_f(\epsilon_f, \bar{z})}{\partial \bar{r}} = -\frac{1}{2}Bi_{gf}\epsilon_g(\theta_f(\epsilon_f, \bar{z}) - \theta_c(\epsilon_c, \bar{z})) = \theta_f(\epsilon_f, \bar{z}) - \theta_f(0, \bar{z}),$$

para $-\infty < \bar{z} \leq 0$

(3.121)

e

$$\frac{1}{2}\epsilon_f \frac{\partial \theta_f(0, \bar{z})}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{2}\epsilon_f \frac{\partial \theta_f(\epsilon_f, \bar{z})}{\partial \bar{r}} = -\frac{1}{2}Bi_{gf}\epsilon_g(\theta_f(\epsilon_f, \bar{z}) - \theta_c(\epsilon_c, \bar{z})) = \theta_f(\epsilon_f, \bar{z}) - \theta_f(0, \bar{z}),$$

para $0 \leq \bar{z} < \infty$.

(3.122)

Para a solução com aproximações por parâmetros concentrados aperfeiçoada utilizando as aproximações $H_{0,0}$ para a temperatura do revestimento e $H_{0,0}$ para a sua derivada e substituindo as considerações feitas nas equações (3.95) a (3.98) nas condições de contorno feitas nas equações (3.46) a (3.48), obtém-se:

$$\theta_{cav}(\bar{z}) = \frac{(1 - \epsilon_c)\theta_c(1, \bar{z})}{1 - \epsilon_c^2} + \frac{(1 - \epsilon_c)\epsilon_c\theta_c(\epsilon_c, \bar{z})}{1 - \epsilon_c^2}, \quad (3.123)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(1 - \epsilon_c) \frac{\partial \theta_c(1, \bar{z})}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{2}(1 - \epsilon_c) \frac{\partial \theta_c(\epsilon_c, \bar{z})}{\partial \bar{r}} &= -\frac{1}{2}Bi_1(1 - \epsilon_c)\theta_c(1, \bar{z}) + \\ + \frac{Bi_{gc}(1 - \epsilon_c)\epsilon_g(\theta_c(\epsilon_c, \bar{z}) - \theta_f(\epsilon_f, \bar{z}))}{2\epsilon_c} &= \theta_c(1, \bar{z}) - \theta_c(\epsilon_c, \bar{z}), \end{aligned} \quad (3.124)$$

para $-\infty < \bar{z} \leq 0$

e

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(1 - \epsilon_c) \frac{\partial \theta_c(1, \bar{z})}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{2}(1 - \epsilon_c) \frac{\partial \theta_c(\epsilon_c, \bar{z})}{\partial \bar{r}} &= \frac{1}{2}Bi_{gc}(1 - \epsilon_c)(1 + \theta_1 - \theta_c(1, \bar{z}) + \\ + \frac{Bi_{gc}(1 - \epsilon_c)\epsilon_g(\theta_c(\epsilon_c, \bar{z}) - \theta_f(\epsilon_f, \bar{z}))}{2\epsilon_c} &= \theta_c(1, \bar{z}) - \theta_c(\epsilon_c, \bar{z}), \end{aligned}$$

para $0 \leq \bar{z} < \infty$.

(3.125)

A solução do sistema formado pelas equações (3.120), (3.121), (3.123) e (3.124) resulta em uma aproximação entre a temperatura média da seção transversal e suas temperaturas nos contornos expressa pelos seguintes termos:

$$\theta_f(0, \bar{z}), \theta_f(\epsilon_f, \bar{z}), \theta_c(\epsilon_c, \bar{z}) \quad e \quad \theta_c(1, \bar{z}) \quad \text{para} \quad -\infty < \bar{z} \leq 0, \quad (3.126)$$

assim como a solução do sistema formado pelas equações (3.120), (3.122), (3.123) e (3.125) resulta em uma aproximação entre a temperatura média da seção transversal

e suas temperaturas nos contornos dadas pelos mesmos termos:

$$\theta_f(0, \bar{z}), \theta_f(\epsilon_f, \bar{z}), \theta_c(\epsilon_c, \bar{z}) \text{ e } \theta_c(1, \bar{z}) \text{ para } 0 \leq \bar{z} < \infty. \quad (3.127)$$

Devido às suas extensões e complexidade, as soluções das equações (3.126) e (3.127) foram omitidas da escrita no presente trabalho.

Substituindo as equações (3.126) e (3.127) nas equações (3.55), (3.56) e (3.57), o mesmo procedimento realizado nas subseções 3.4.1 e 3.4.2 foi utilizado:

1. A equação (3.55) é rearranjada após a substituição das equações (3.126) e (3.127) para $\theta_{cav}(\bar{z})$, resultando em $\theta_{cav}(\bar{z})$ como função de $\theta_{fav}(\bar{z})$, $\frac{\partial \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}}$ e $\frac{\partial^2 \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{z}^2}$;
2. Em seguida, esta função $\theta_{cav}(\bar{z})$ é substituída nas equações diferenciais (3.56) e (3.57) após as mesmas terem sido também substituídas com os termos (3.126) e (3.127), tornando estas equações em equações diferenciais ordinárias de quarta ordem com a seguinte forma:

$$A_1 \frac{\partial^4 f(x)}{\partial x^4} + A_2 \frac{\partial^3 f(x)}{\partial x^3} + A_3 \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} + A_4 \frac{\partial f(x)}{\partial x} + A_5 f(x) = 0; \quad (3.128)$$

3. As equações (3.128) para as regiões molhada e seca são então resolvidas para $\theta_{fav}(\bar{z})$, resultando em uma solução da forma:

$$f(x) = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x} + C_3 e^{-\lambda_3 x} + C_4 e^{-\lambda_4 x}; \quad (3.129)$$

4. Para a solução da equação (3.129), as constantes $C_3 \rightarrow 0$ e $C_4 \rightarrow 0$ para $-\infty < \bar{z} \leq 0$ por não fazerem parte da solução e as constantes $C_1 \rightarrow 0$ e $C_2 \rightarrow 0$ para $0 \leq \bar{z} < \infty$, pelos mesmos motivos.
5. Em seguida, a equação para $\theta_{fav}(\bar{z})$ com a forma da equação (3.129) é derivada duas vezes, possuindo as seguinte formas:

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = -C_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 x} - C_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 x} - C_3 \lambda_3 e^{-\lambda_3 x} - C_4 \lambda_4 e^{-\lambda_4 x} \quad (3.130)$$

para a primeira derivada e

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = C_1 \lambda_1^2 e^{-\lambda_1 x} + C_2 \lambda_2^2 e^{-\lambda_2 x} + C_3 \lambda_3^2 e^{-\lambda_3 x} + C_4 \lambda_4^2 e^{-\lambda_4 x} \quad (3.131)$$

para a segunda derivada;

6. Em seguida, os resultados obtidos pela equação (3.129) para $\theta_{fav}(\bar{z})$, equação (3.130) para $\frac{\partial\theta_{fav}(\bar{z})}{\partial\bar{z}}$ e pela equação (3.131) para $\frac{\partial^2\theta_{fav}(\bar{z})}{\partial\bar{z}^2}$ são substituídos nas equações (3.56) e (3.57) após as mesmas terem sido também substituídas com os termos (3.126) e (3.127), retirando a dependência de $\theta_{cav}(\bar{z})$ de $\theta_{fav}(\bar{z})$ e de suas derivadas, necessitando que suas constantes C_1 , C_2 , C_3 e C_4 sejam calculadas para que a função $\theta_{cav}(\bar{z})$ esteja completamente definida;
7. Para a determinação das constantes C_1 , C_2 , C_3 e C_4 , as seguintes condições foram utilizadas:
 - (a) A temperatura média $\theta_{cav} = 1$ quando $x \rightarrow 0$, dada a própria definição da temperatura adimensional realizada na equação (3.41). Esta condição é válida tanto para $-\infty < \bar{z} \leq 0$ quanto para $0 \leq \bar{z} < \infty$;
 - (b) As temperaturas médias θ_{fav} e suas derivadas $\frac{\partial\theta_{fav}(\bar{z})}{\partial\bar{z}}$ quando $x \rightarrow 0$ de suas respectivas funções para $-\infty < \bar{z} \leq 0$ e $0 \leq \bar{z} < \infty$ são iguais, dada a própria definição de continuidade;

As quatro condições supracitadas geram um sistema linear de quatro equações e quatro incógnitas C_1 , C_2 , C_3 e C_4 , podendo ser obtidas finalmente as funções para os perfis de temperatura média θ_{fav} e θ_{cav} simultaneamente.

Vale ressaltar que, dada a extensão da forma das equações para os perfis θ_{fav} e θ_{cav} , assim como realizado nas subseções 3.4.1 e 3.4.2, é conveniente omitir as suas expressões neste trabalho, apresentando somente seus resultados de forma gráfica no capítulo 4.

Capítulo 4

Resultados e Discussão

O primeiro passo para a obtenção das soluções pretendidas foi determinar quais parâmetros de variáveis físicas seriam utilizadas para a análise de placas planas, combustível cilíndrico e uma vareta combustível PWR. Os parâmetros de operação para um típico reator PWR utilizados foram retirados da literatura [10], assim como alguns parâmetros físicos do combustível, revestimento e do interstício. A tabela 4.1 a seguir mostra estes parâmetros:

Tabela 4.1: Parâmetros físicos e de operação obtidos de Todreas e Kazimi [10]

Parâmetro	Valor
$k_f (J/s.m.K)$	2,163
$k_c (J/s.m.K)$	13,85
$\rho_f (kg/m^3)$	10.970
$\rho_c (kg/m^3)$	6.500
$h_g (J/s.m^2.K)$	5.700
$R_{fo} (m)$	0,00410
$R_{ci} (m)$	0,00418
$R_{co} (m)$	0,00475
$q''' (J/s.m^3)$	$3, 18121 \times 10^8$

Ainda segundo Todreas e Kazimi [10], o percentual de potência restante no reator após o início da reflooding phase que leva em média 100 segundos para ocorrer em um LOCA postulado é de aproximadamente 3,5%, conforme a figura 4.1:

Este valor encontrado na 4.1 será utilizado como valor máximo para o parâmetro de fonte de calor para analisar os resultados obtidos por este trabalho, diminuindo ao longo do tempo conforme a reflooding phase vai se desenvolvendo.

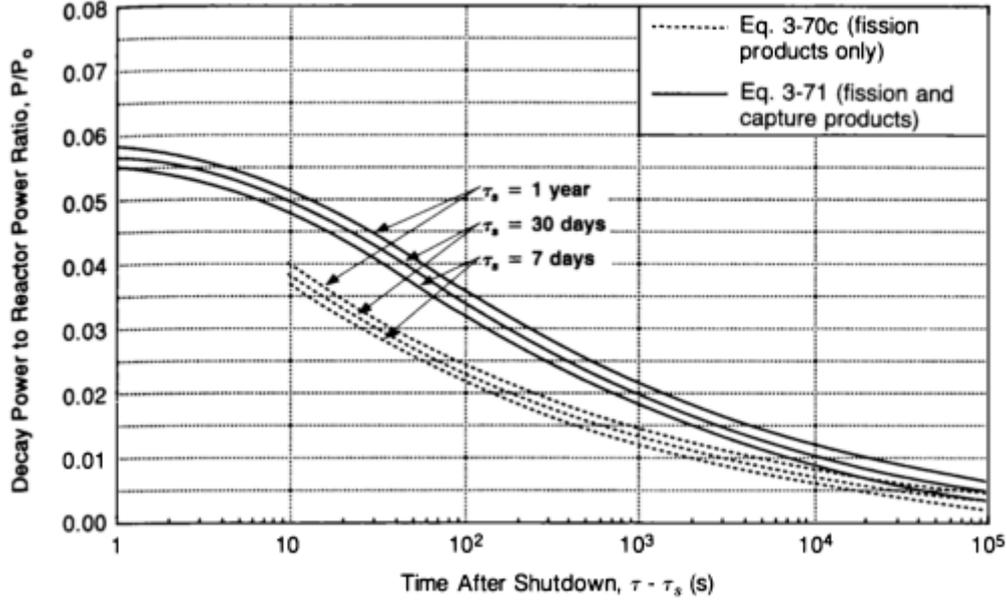


Figura 4.1: Taxa empírica de decaimento de potência em função do tempo [10]

Para que o gráfico da variação da temperatura média com a distância relativa à frente de remolhamento seja expresso de maneira correta, o número de Péclet não pode ser considerado diretamente como um dado de entrada do problema como as outras variáveis adimensionais, necessitando ser encontrado iterativamente através da seguinte equação que garante a continuidade do problema para então ser substituído na equação do perfil de temperatura:

$$\frac{\partial \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{r}} \Big|_{\infty < \bar{z} \leq 0} = \frac{\partial \theta_{fav}(\bar{z})}{\partial \bar{r}} \Big|_{0 \leq \bar{z} < \infty} \quad (4.1)$$

para as soluções para o combustível e

$$\frac{\partial \theta_{cav}(\bar{z})}{\partial \bar{r}} \Big|_{\infty < \bar{z} \leq 0} = \frac{\partial \theta_{cav}(\bar{z})}{\partial \bar{r}} \Big|_{0 \leq \bar{z} < \infty} \quad (4.2)$$

para as soluções para o revestimento do combustível.

Todos os cálculos nesta dissertação foram implementados no software Wolfram Mathematica e os resultados plotados no software Golden Software Grapher.

4.1 Resultados para o combustível

Com os parâmetros definidos na tabela 4.1, as variáveis adimensionais na equação (3.22) para o combustível podem ser calculadas e são mostradas na tabela 4.2. Os resultados para algumas variáveis adimensionais serão analisados tomando diferentes valores para as mesmas para que os resultados possam ser comparados com a literatura que utilizou estes mesmos parâmetros, como Sahu et al. [11] e

outros pesquisadores como Satapathy [12], Satapathy e Sahoo [13], Satapathy e Kar [14], Satapathy e Sahoo [15], Olek et al. [16], Yeh [17] e Yeh [18] e estão mostrados na tabela 4.2.

Tabela 4.2: Variáveis adimensionais utilizados por Sahu et al. [11], Satapathy [12], Satapathy e Sahoo [13], Satapathy e Kar [14], Satapathy e Sahoo [15], Olek et al. [16], Yeh [17] e Yeh [18]

Variável adimensional	Valor
Bi_1	10,0, 1,0 e 0,1
Bi_2	0,001 Bi_1
Q	1, 10^{-1} , 10^{-2} , 10^{-3} , 10^{-4} e 10^{-5}
θ_1	0,5, 0,9 e 1,5

Para a análise do comportamento do perfil de temperatura, assim como o número de Péclet, foram estudadas combinações das metodologias de solução por parâmetros concentrados e das variáveis mencionadas na tabela 4.2.

4.1.1 Resultados para combustível em placas planas

As figuras 4.2, 4.3 e 4.4 mostram o perfil de temperatura em relação à frente de remolhamento para placas planas utilizando a metodologia de aproximação por parâmetros concentrados clássica e para as metodologias aperfeiçoadas com a fonte de calor como parâmetro.

Através de uma análise ds figuras 4.2, 4.3 e 4.4 pôde-se observar que existe um gradiente de temperatura bastante acentuado localizado na região da frente de remolhamento e que aumenta diretamente com o aumento do parâmetro da fonte de calor.

Este aumento de temperatura mais acentuado localizado na região seca do volume de controle pode ser explicado pelo fato de que a temperatura na região molhada aumenta na proporção de um fator $\frac{Q}{Bi_1}$ equanto a temperatura na região seca aumenta com uma proporção de valor $\frac{Q}{Bi_2}$.

Como o valor de Bi_2 utilizado neste trabalho foi considerado como $Bi_2 = 0,001Bi_1$, assim como considerado em diversos trabalhos anteriores não somente para a análise das placas planas como em Sahu et al. [11], Satapathy [12], Satapathy e Sahoo [13] e Satapathy e Kar [14] mas também para a análise de um cilindro como por Olek et al. [50] e do remolhamento de um tubo feita por Satapathy e Sahoo [15] e de uma vareta combustível feita por Yeh [17] e Yeh [18], o aumento da temperatura na região seca é muito mais significativo quando comparado com o aumento da temperatura que se dá na região molhada.

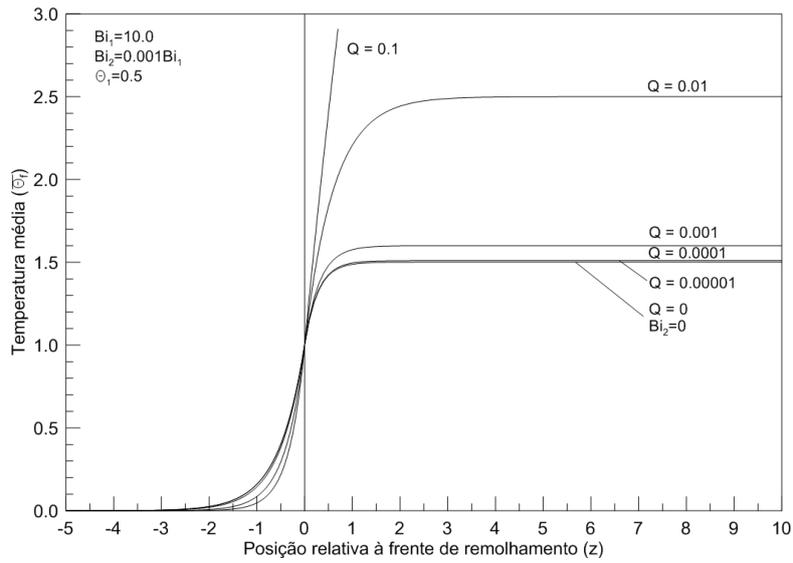


Figura 4.2: Variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento nas placas planas utilizando a formulação de parâmetros concentrados clássica.

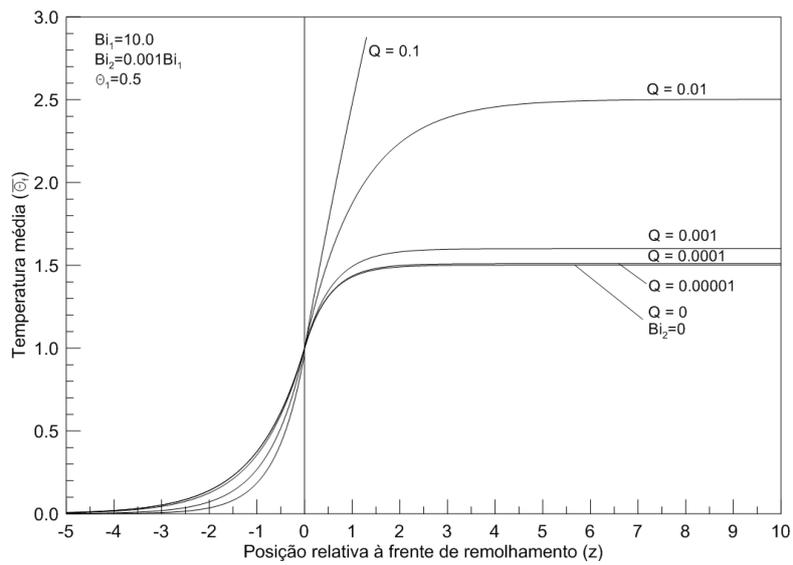


Figura 4.3: Variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento nas placas planas utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{0,0}$ para a temperatura e $H_{0,0}$ para o fluxo de calor).

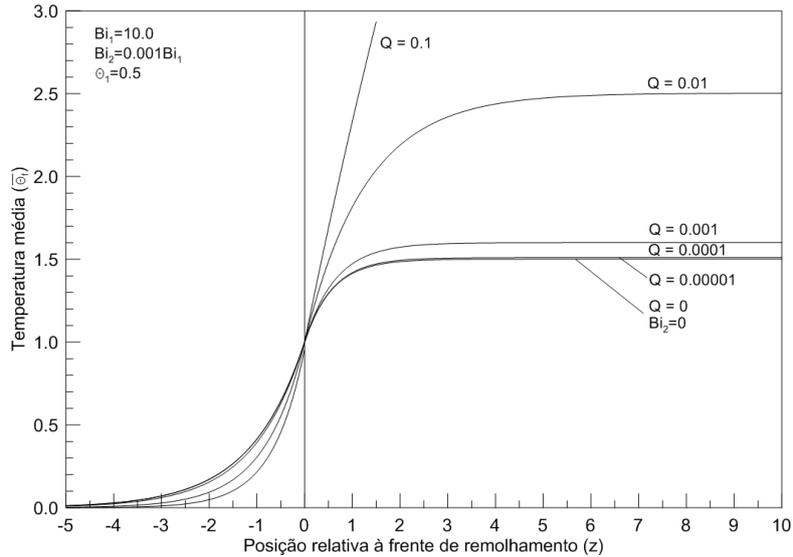


Figura 4.4: Variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento nas placas planas utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{1,1}$ para a temperatura e $H_{0,0}$ para o fluxo de calor).

As figuras 4.5 a 4.9 mostram a comparação das soluções obtidas por este trabalho com a solução obtida por Sahu et al. [11] utilizando o HBIM.

Como pode ser observado nas figuras 4.5 a 4.9, a metodologia por parâmetros concentrados clássica possui um certo desvio quando comparada com a solução obtida por Sahu et al. [11]. Também não pôde ser observado nenhuma influência em termos de melhora de exatidão da solução do parâmetro da fonte de calor com o método utilizado para solução quando comparada com trabalhos anteriores [11].

É interessante observar que a solução por parâmetros concentrados aperfeiçoada com $H_{0,0}$ para a temperatura e $H_{0,0}$ para a sua derivada já possui um grau de aproximação maior com esta mesma solução.

A medida que a formulação por parâmetros concentrados aumenta a ordem de sua aproximação para $H_{1,1}$ para a temperatura e $H_{0,0}$ para a sua derivada, pode-se notar uma similaridade bastante alta com a solução obtida nesta dissertação através da formulação por parâmetros concentrada aperfeiçoada com a solução obtida por Sahu et al. [11].

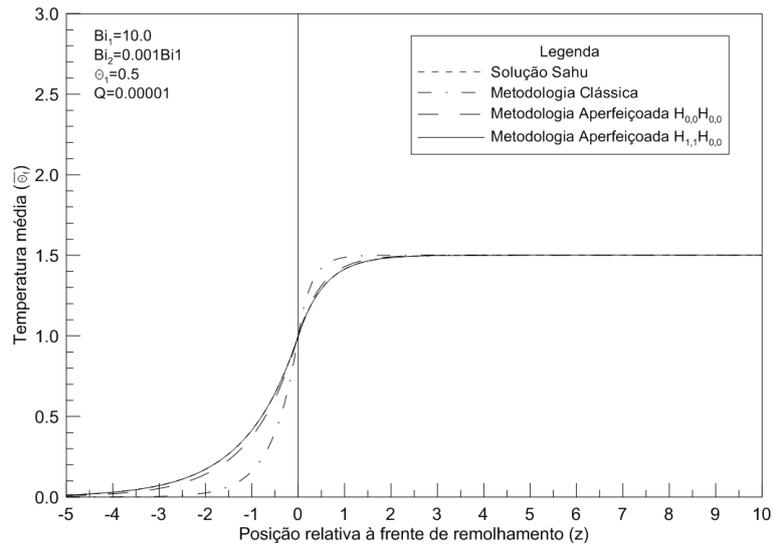


Figura 4.5: Comparação da variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um fluxo de calor de 10^{-5} .

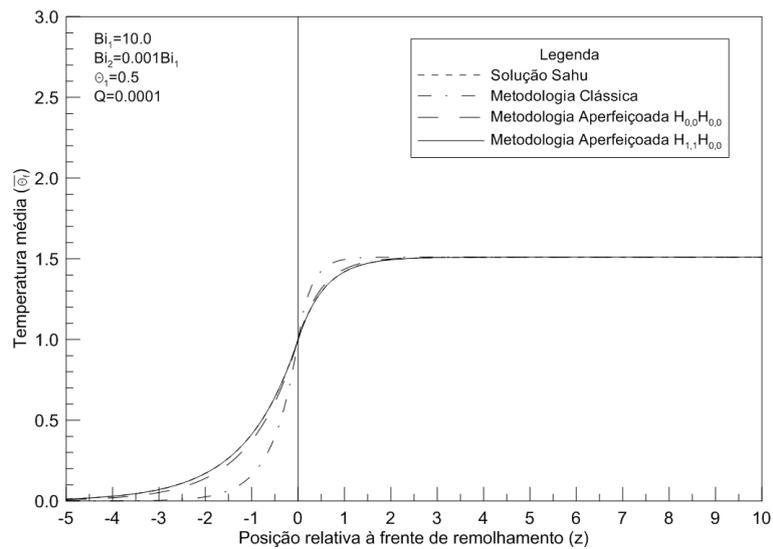


Figura 4.6: Comparação da variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um fluxo de calor de 10^{-4} .

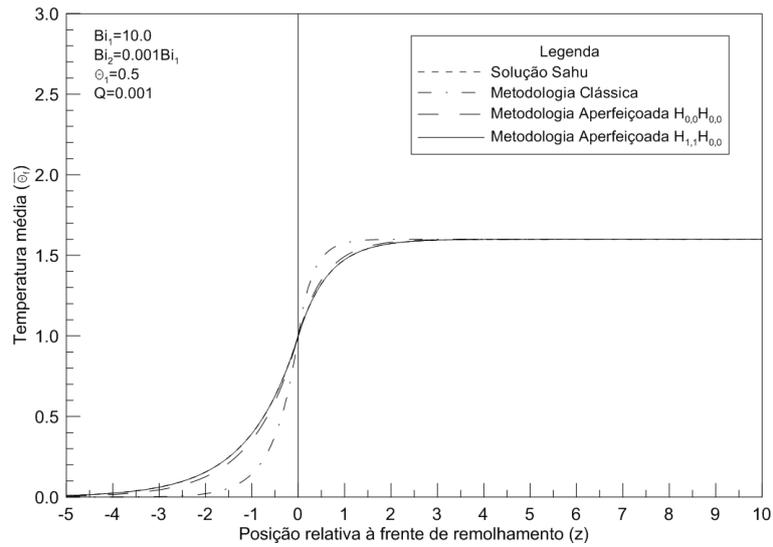


Figura 4.7: Comparação da variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um fluxo de calor de 10^{-3} .

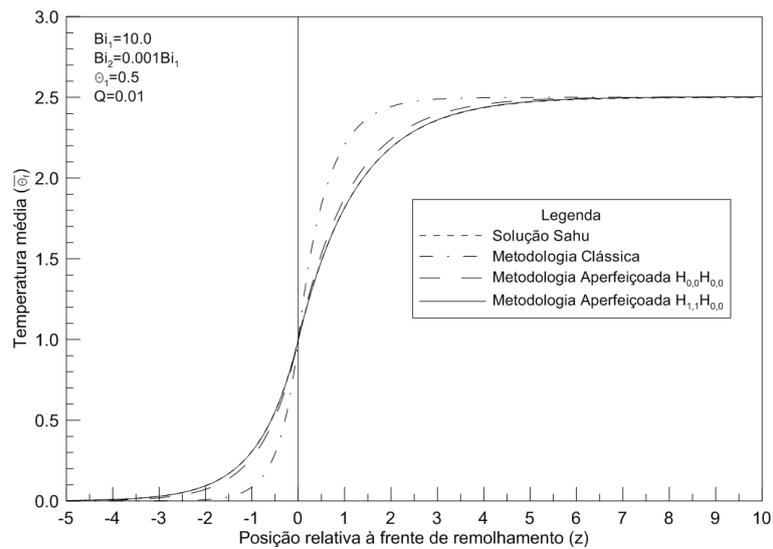


Figura 4.8: Comparação da variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um fluxo de calor de 10^{-2} .

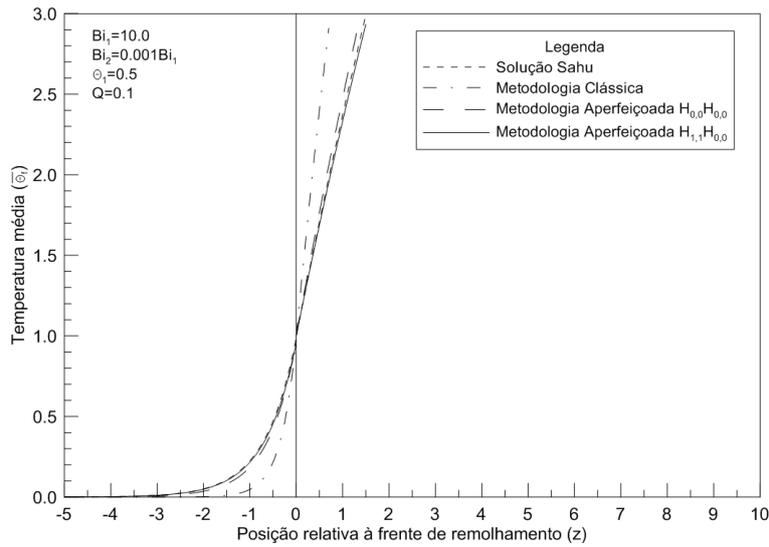


Figura 4.9: Comparação da variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um fluxo de calor de 10^{-1} .

A tabela 4.3 resume os valores dos números de Péclet encontrados através da iteração da equação (4.1) para cada metodologia utilizada e com $Bi_1 = 10,0$, para obtenção do gráfico da variação de temperatura média adimensional com a distância relativa à frente de remolhamento. Valores para o Número de Péclet menores do que zero foram omitidos por não apresentarem consistência física.

Tabela 4.3: Valores do número de Péclet para cada metodologia utilizada e $Bi_1 = 10,0$.

Metodologia	Número de Péclet					
	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1
Formulação clássica de parâmetros concentrados	3,65	3,60	3,23	1,627	0,252	-
Formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados $H_{0,0}$ e $H_{0,0}$	1,946	1,923	1,720	0,860	0,0851	-
Formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados $H_{1,1}$ e $H_{0,0}$	1,748	1,727	1,545	0,770	0,0615	-
Solução Sahu et al. [11]	1,748	1,727	1,546	0,774	0,0688	-

O efeito do Biot no remolhamento e no Péclet para as placas planas para a metodologia de parâmetros concentrados clássica e para metodologias aperfeiçoadas com número de Biot como parâmetro pode ser observado nas figuras 4.10 a 4.12:

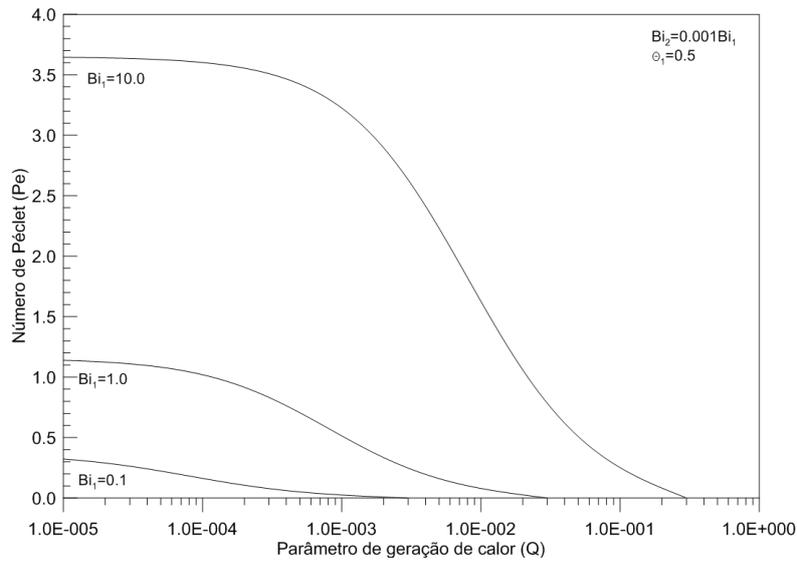


Figura 4.10: Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas utilizando a formulação de parâmetros concentrados clássica com o número de Biot como parâmetro.

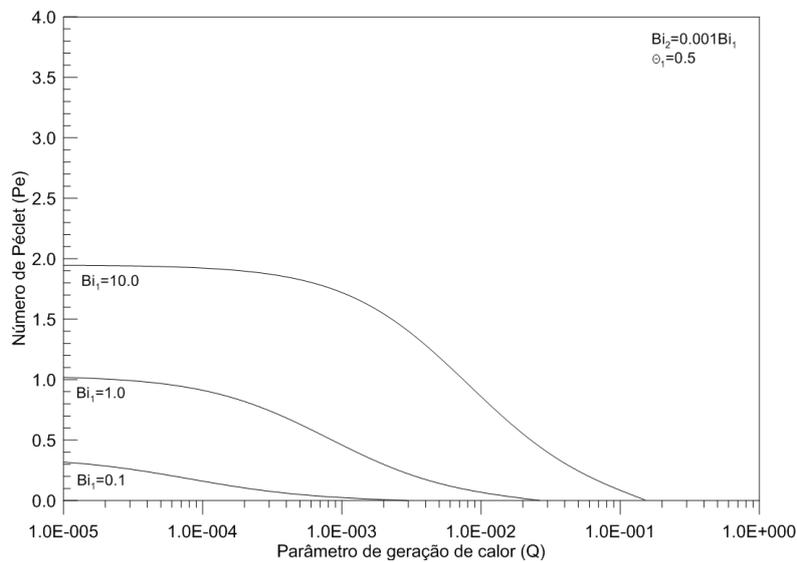


Figura 4.11: Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{0,0}$ para a temperatura e $H_{0,0}$ para o fluxo de calor) com o número de Biot como parâmetro.

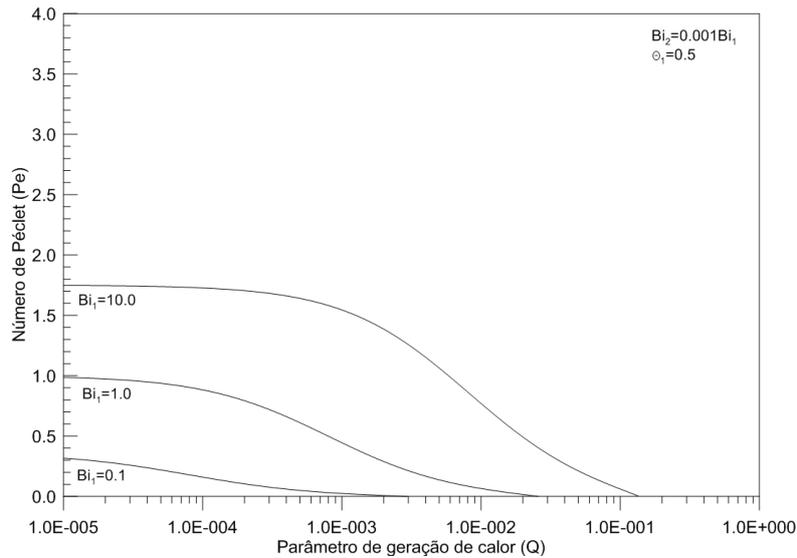


Figura 4.12: Variação do número de Péclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{1,1}$ para a temperatura e $H_{0,0}$ para o fluxo de calor) com o número de Biot como parâmetro.

Pelas figuras 4.10 a 4.12 pode-se observar que para um número de Biot fixo, a taxa de remolhamento e o número de Péclet diminuem com o aumento do parâmetro da fonte de calor.

Pelos gráficos pôde-se observar que o aumento do parâmetro da fonte de calor implica em uma diminuição do número de Péclet devido ao aumento dos efeitos condutivos e diminuição dos efeitos convectivos, até que haja uma completa parada da frente de remolhamento quando o número de Péclet se iguala a zero, momento em que o parâmetro da fonte de calor atinge um valor Q_{crit} , que impede o remolhamento.

Para uma análise hipotética, apesar de não ser a situação realística de operação de um típico reator PWR, caso o parâmetro da fonte de calor se tornasse maior do que o Q_{crit} , ou seja, $Q > Q_{crit}$, os valores para os números de Péclet pasariam a ser menores do que zero, havendo uma reversão de sentido da frente de remolhamento e conseqüente secamento do núcleo.

Ainda na análise das figuras 4.10 a 4.12, pode-se observar que independente da metodologia utilizada, o número de Péclet é reduzido mais abruptamente para valores do número de Biot mais altos, havendo um ligeiro aumento no valor de Q_{crit} onde ocorreria o impedimento do remolhamento do núcleo. Este efeito pode ser explicado pelo aumento dos efeitos condutivos em relação aos efeitos de troca de calor convectivos para números maiores do número de Biot, diminuindo assim a taxa de remolhamento do núcleo.

As figuras 4.13, 4.14 e 4.15 comparam as diferentes metodologias utilizadas neste trabalho, mostrando a variação do número de Péclet com o parâmetro da fonte de calor para $Bi_1 = 10,0$, $Bi_1 = 1,0$ e $Bi_1 = 0,1$, respectivamente.

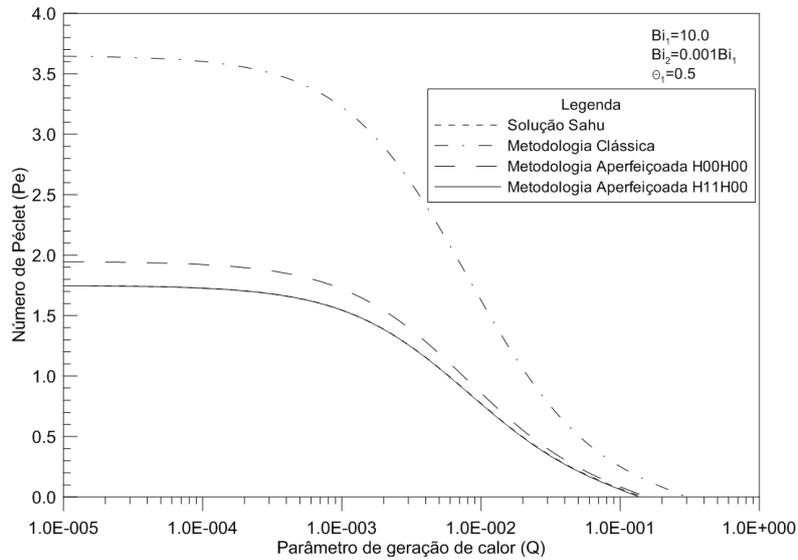


Figura 4.13: Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um número de Biot de 10, 0.

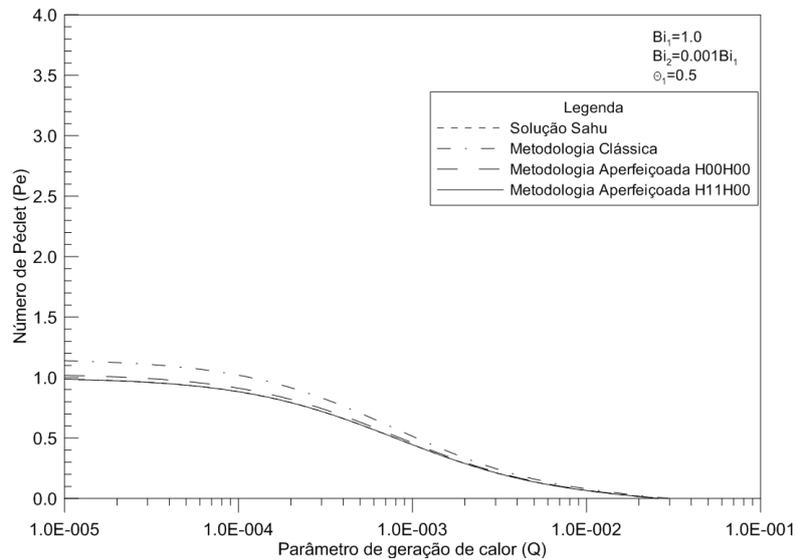


Figura 4.14: Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um número de Biot de 1, 0.

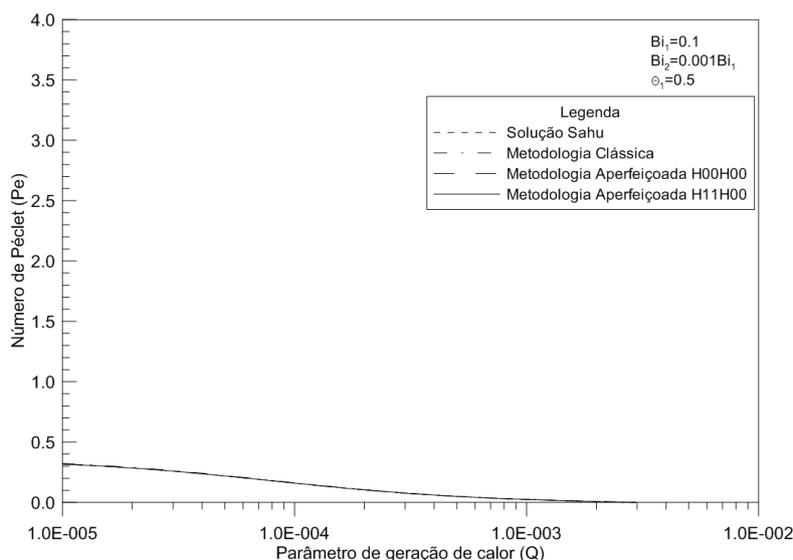


Figura 4.15: Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um número de Biot de 0, 1.

Na figura 4.13 pode ser observado que a formulação clássica de parâmetros concentrados superestima consideravelmente os valores para a taxa de remolhamento do núcleo quando comparadas com a solução encontrada por Sahu et al. [11] para valores do parâmetro da fonte de calor menores do que 10^{-4} , diminuindo esta divergência conforme Q aumenta mas ainda superestimando o valor para Q_{crit} , indicando que o núcleo ainda seria remolhado para um valor de Q_{crit} maior do que o encontrado por Sahu et al. [11].

É interessante observar que a solução por parâmetros concentrados aperfeiçoada com $H_{0,0}$ para a temperatura e $H_{0,0}$ para a sua derivada já possui um grau de aproximação maior com esta mesma solução.

A medida que a formulação por parâmetros concentrados aumenta a ordem de sua aproximação para $H_{1,1}$ para a temperatura e $H_{0,0}$ para a sua derivada, pode-se notar uma similaridade bastante alta com a solução obtida nesta dissertação através da formulação por parâmetros concentrada aperfeiçoada com a solução obtida por Sahu et al. [11].

Para um valor do número de Biot igual a 1, 0, pode ser observado na figura 4.14 que a divergência da formulação clássica, tanto em relação à solução encontrada por Sahu et al. [11], quanto às duas aproximação aperfeiçoadas por parâmetros concentrados diminui consideravelmente para valores baixos do parâmetro da fonte de calor, convergindo para um valor de Q_{crit} conforme Q aumenta bastante similar entre as soluções.

Para valores do número de Biot ainda menores, pode ser observado na figura 4.15 que a formulação por parâmetros concentrados tem uma melhora com a diminuição

do número de Biot, não somente em relação à convergência quando Q atinge Q_{crit} , mas mostrando ter uma diferença muito pequena em toda a faixa de valores do parâmetro da fonte de calor em relação às outras soluções.

Em todas as figuras 4.13, 4.14 e 4.15, pode ser observado que a formulação aperfeiçoada por parâmetros concentrados de $H_{0,0}$ para a temperatura e $H_{0,0}$ para a sua derivada já possui uma aproximação com a solução obtida por Sahu et al. [11] e a solução através da formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados $H_{1,1}$ para a temperatura e $H_{0,0}$ para a sua derivada, havendo uma melhora cada vez maior em termos de concordância de soluções conforme o número de Biot diminui.

Ainda pela análise das figuras 4.13, 4.14 e 4.15, pode-se observar que a solução através da formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados $H_{1,1}$ para a temperatura e $H_{0,0}$ para a sua derivada possui um grau de exatidão e concordância com a solução obtida por Sahu et al. [11] que independe do número de Biot, podendo ser consideradas praticamente idênticas pela análise das três figuras.

Similarmente à análise realizada para as figuras 4.10 a 4.15 com o número de Biot como parâmetro variável, as figuras 4.16 a 4.21 mostram o comportamento do número de Péclet com o parâmetro de temperatura de remolhamento adimensional θ_1 .

O mesmo pôde ser observado em termos de acurácia das soluções entre a formulação clássica por parâmetros concentrados e a solução obtida por Sahu et al. [11] e pelas formulações aperfeiçoadas por parâmetros concentrados: quanto menor o valor do número de Biot, maior a convergência das soluções para um mesmo valor.

O comportamento da variação da taxa de remolhamento com o parâmetro θ_1 é similar ao comportamento para variação do número de Biot.

Um ponto interessante que pode ser observado nas figuras 4.16 a 4.18 é que o valor de Q_{crit} não varia com a variação do parâmetro θ_1 .

Uma última observação que pode ser feita é que θ_1 representa a diferença de temperatura entre a parte seca do combustível e a frente de remolhamento e uma superfície quente possui maior facilidade de ser resfriada por remolhamento quando a diferença de sua temperatura e a temperatura da frente de remolhamento é pequena, implicando em valores pequenos para θ_1 e valores mais altos para o número de Péclet e, conseqüentemente, valores maiores para a taxa de remolhamento, como pode ser observado nas figuras 4.16 a 4.18.

A tabela 4.4 resume os valores encontrados para o Q_{crit} para as diferentes metodologias e números de Biot.

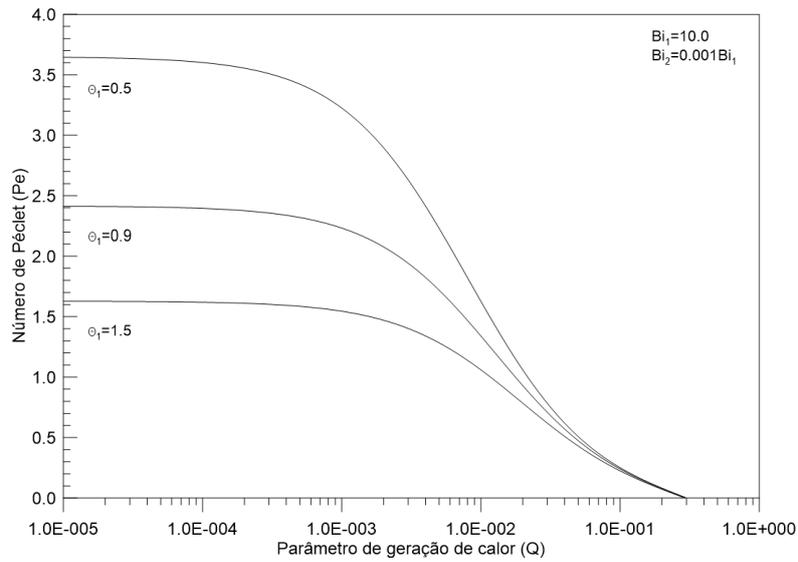


Figura 4.16: Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas utilizando a formulação de parâmetros concentrados clássica com θ_1 como parâmetro.

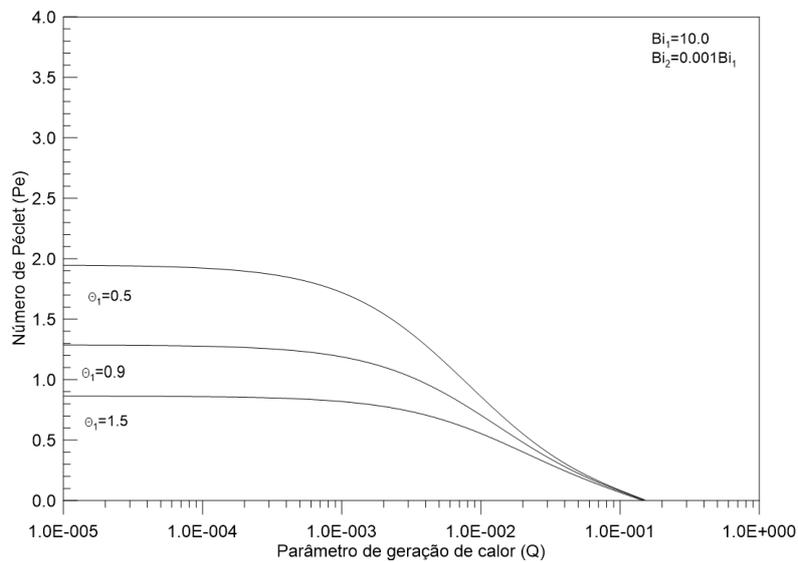


Figura 4.17: Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{0,0}$ para a temperatura e $H_{0,0}$ para o fluxo de calor) com θ_1 como parâmetro.

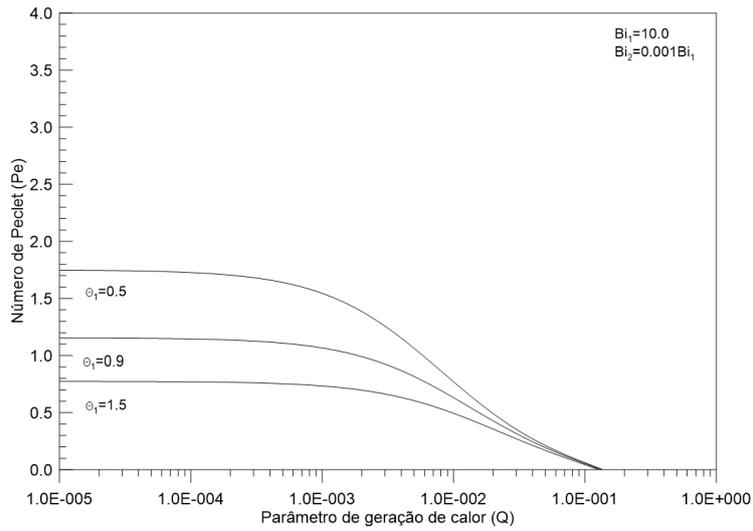


Figura 4.18: Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{1,1}$ para a temperatura e $H_{0,0}$ para o fluxo de calor) com θ_1 como parâmetro.

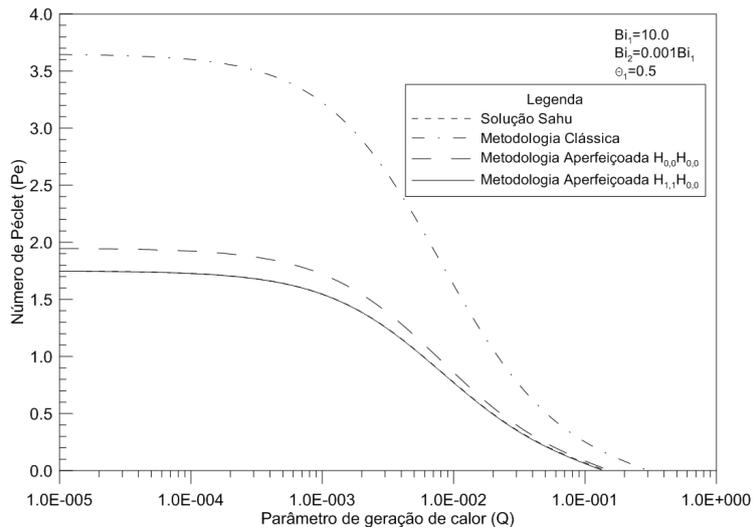


Figura 4.19: Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um θ_1 de 0,5.

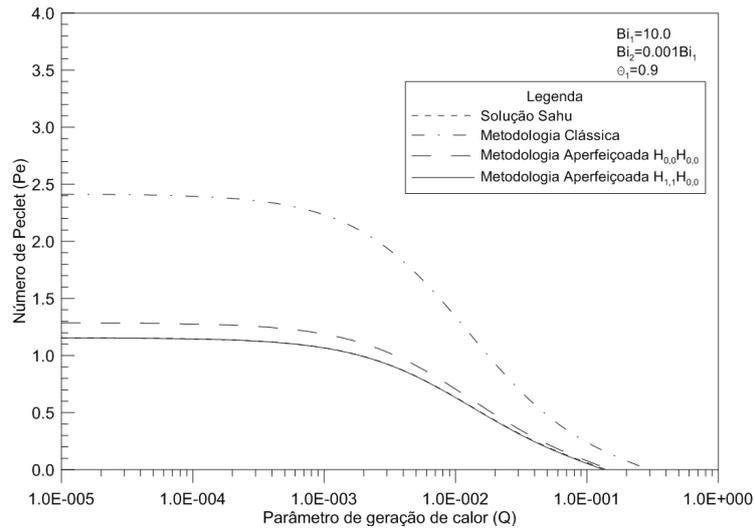


Figura 4.20: Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um θ_1 de 0,9.

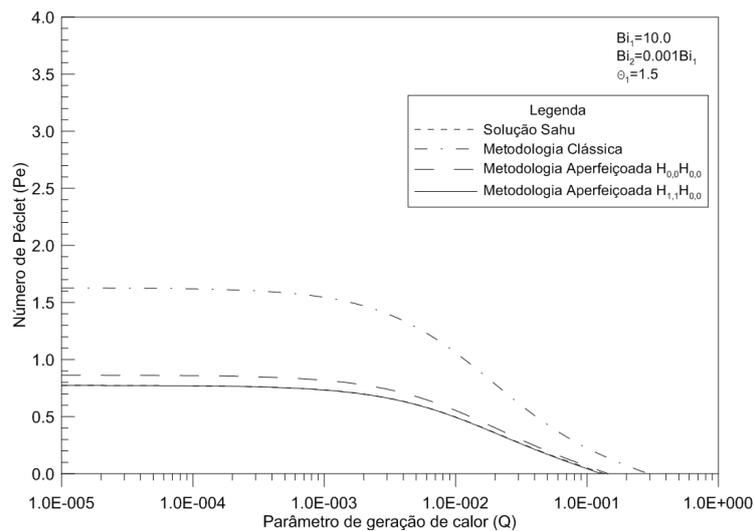


Figura 4.21: Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor nas placas planas para as diferentes metodologias utilizadas para um θ_1 de 1,5.

Tabela 4.4: Valores de Q_{crit} para as formulações por parâmetros concentrados clássica e aperfeiçoadas e diferentes números de Biot.

Metodologia	Número de Biot		
	10,0	1,0	0,1
Formulação clássica de parâmetros concentrados	0,295	0,0295	0,00295
Formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados $H_{0,0}$ e $H_{0,0}$	0,1514	0,0263	0,00295
Formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados $H_{1,1}$ e $H_{0,0}$	0,1349	0,0257	0,00295
Solução Sahu et al. [11]	0,1445	0,0257	0,00295

4.1.2 Resultados para o combustível cilíndrico

As figuras 4.22, 4.23 e 4.24 mostram o perfil de temperatura em relação à frente de remolhamento para o combustível cilíndrico utilizando a metodologia de aproximação por parâmetros concentrados clássica e para as metodologias aperfeiçoadas com a fonte de calor como parâmetro:

Através de uma análise ds figuras 4.22, 4.23 e 4.24 pôde-se observar que existe um gradiente de temperatura bastante acentuado localizado na região da frente de remolhamento e que aumenta diretamente com o aumento do parâmetro da fonte de calor, assim como observado para as placas planas.

Este aumento de temperatura mais acentuado localizado na região seca do volume de controle pode ser explicado de maneira análoga à análise feita para as placas planas, devido ao fato de que a temperatura na região molhada aumenta na proporção de um fator $\frac{Q}{Bi_1}$ equanto a temperatura na região seca aumenta com uma proporção de valor $\frac{Q}{Bi_2}$.

Como o valor de Bi_2 utilizado foi considerado $Bi_2 = 0,001Bi_1$, assim como considerado em diversos trabalhos anteriores conforme citado anteriormente, não somente para a análise das placas planas como em Sahu et al. [11], Satapathy [12], Satapathy e Sahoo [13], Satapathy e Kar [14] mas também para a análise de um cilindro feita por Olet et al. [50] e do remolhamento de um tubo feita por Satapathy e Sahoo [15] e de uma vareta combustível feita por Yeh [17] e Yeh [18], o aumento da temperatura na região seca é muito mais significativo quando comparado com o aumento da temperatura que se dá na região molhada.

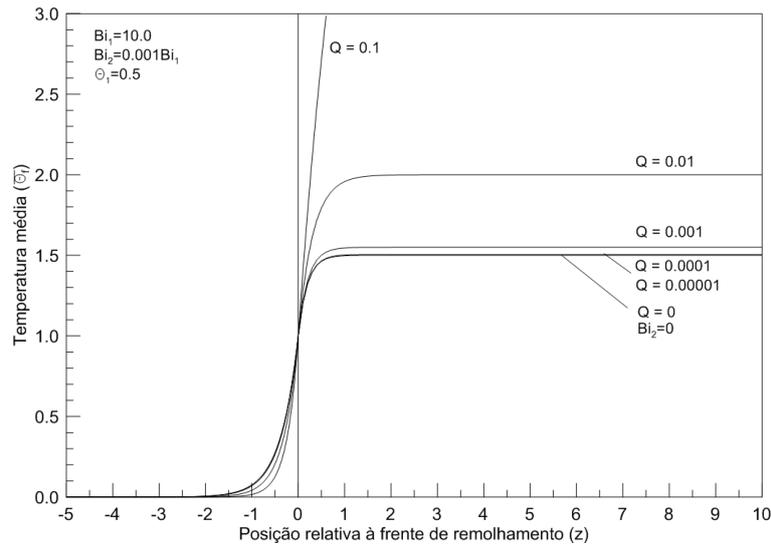


Figura 4.22: Variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento no combustível cilíndrico utilizando a formulação de parâmetros concentrados clássica.

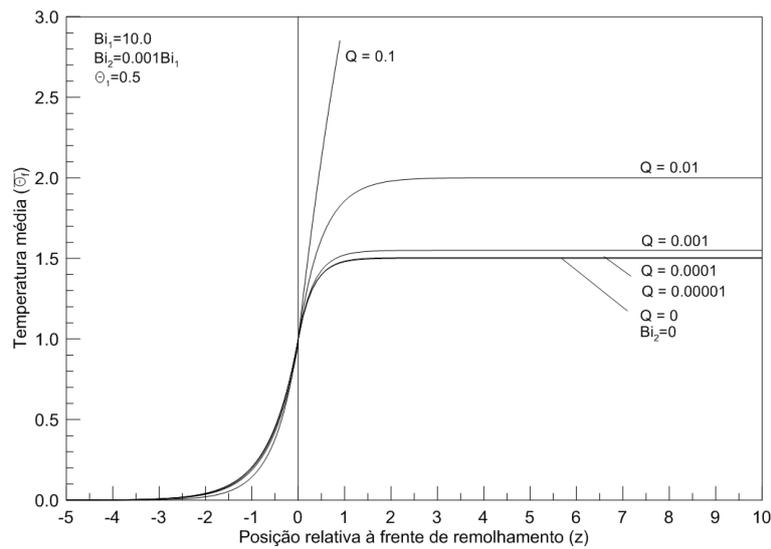


Figura 4.23: Variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento no combustível cilíndrico utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{1,0}$ para a temperatura do combustível, $H_{0,0}$ para a temperatura do revestimento e $H_{0,0}$ para as suas derivadas).

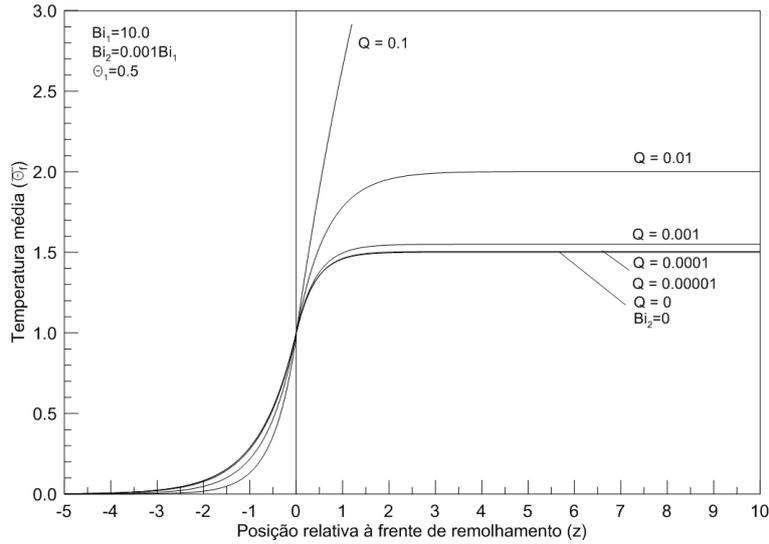


Figura 4.24: Variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento no combustível cilíndrico utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{1,1}$ para a temperatura do combustível, $H_{0,0}$ para a temperatura do revestimento e $H_{0,0}$ para as suas derivadas).

Pode-se observar também que, como o número de Biot na região molhada é consideravelmente maior que o número de Biot na região seca, a troca térmica por convecção é maior nessa região, resultando em um gradiente de temperatura maior com o aumento de Q .

As figuras 4.25 a 4.29 mostram a comparação das soluções obtidas por este trabalho com a solução obtida por Sahu et al. [11] utilizando o HBIM.

Como pode ser observado nas figuras 4.25 a 4.29, a metodologia por parâmetros concentrados clássica possui um certo desvio quando comparada com a solução obtida por Sahu et al. [11]. Também não pôde ser observado nenhuma influência em termos de melhora de exatidão da solução do parâmetro da fonte de calor com o método utilizado para solução quando comparada com trabalhos anteriores [11].

É interessante observar que a solução por parâmetros concentrados aperfeiçoada com $H_{1,0}$ para a temperatura do combustível, $H_{0,0}$ para a temperatura do revestimento e $H_{0,0}$ para as suas derivadas já possui um grau de aproximação maior com esta mesma solução.

A medida que a formulação por parâmetros concentrados aumenta a ordem de sua aproximação para $H_{1,1}$ para a temperatura do combustível, $H_{0,0}$ para a temperatura do revestimento e $H_{0,0}$ para as suas derivadas, pode-se notar uma similaridade bastante alta com a solução obtida nesta dissertação através da formulação por parâmetros concentrada aperfeiçoada com a solução obtida por Sahu et al. [11].

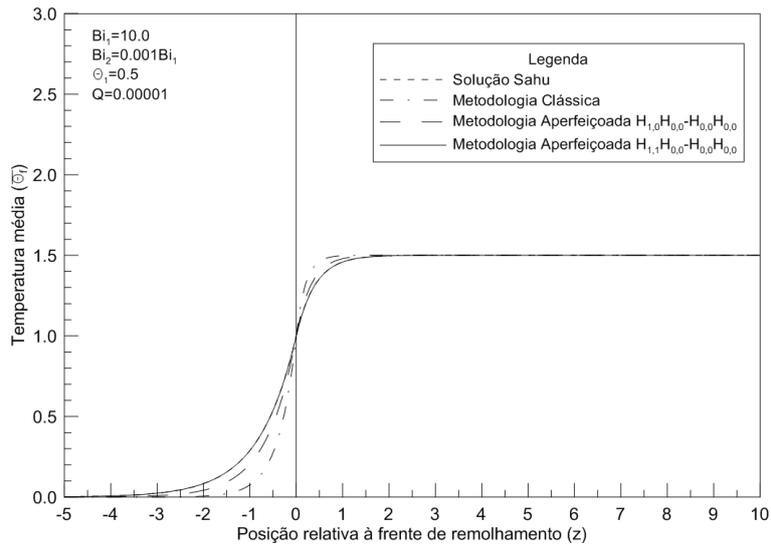


Figura 4.25: Comparação da variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um parâmetro da fonte de calor de 10^{-5} .

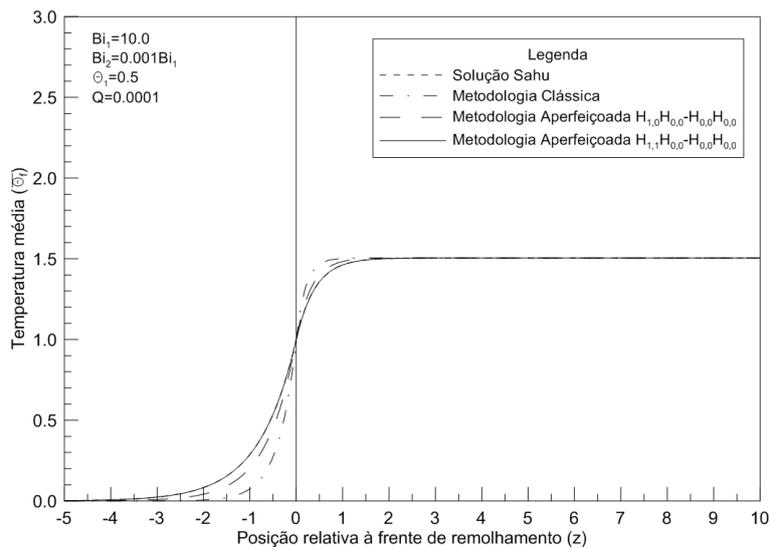


Figura 4.26: Comparação da variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um parâmetro da fonte de calor de 10^{-4} .

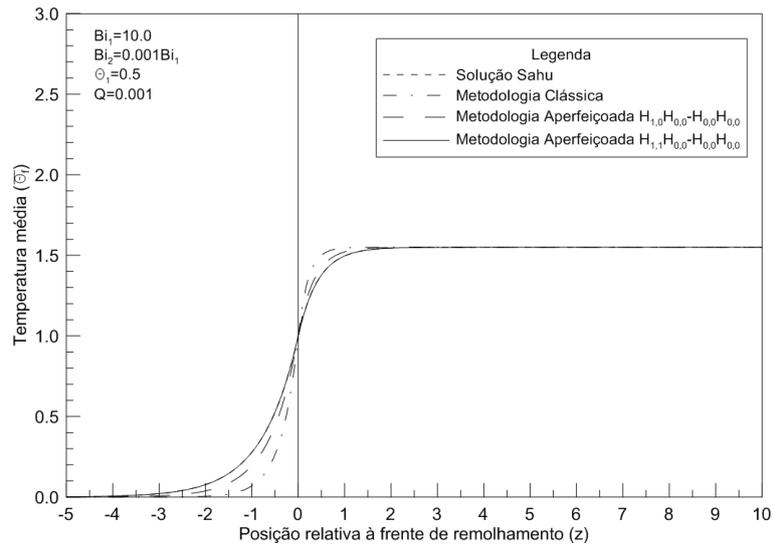


Figura 4.27: Comparação da variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um parâmetro da fonte de calor de 10^{-3} .

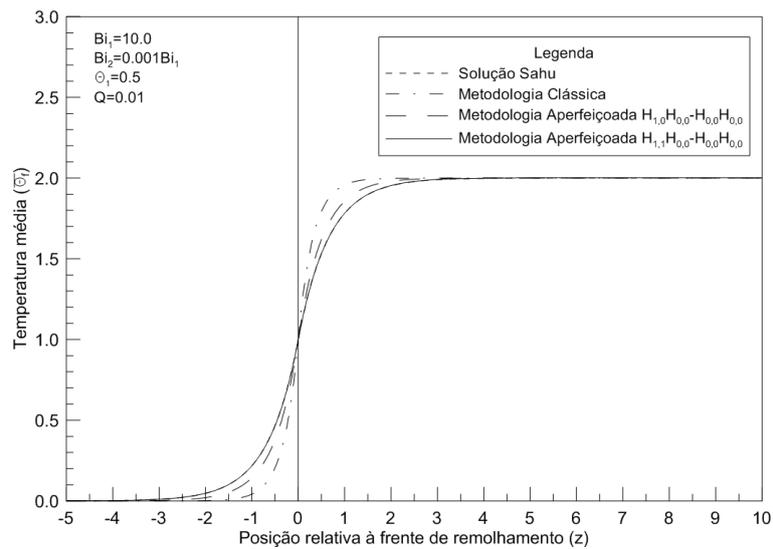


Figura 4.28: Comparação da variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um parâmetro da fonte de calor de 10^{-2} .

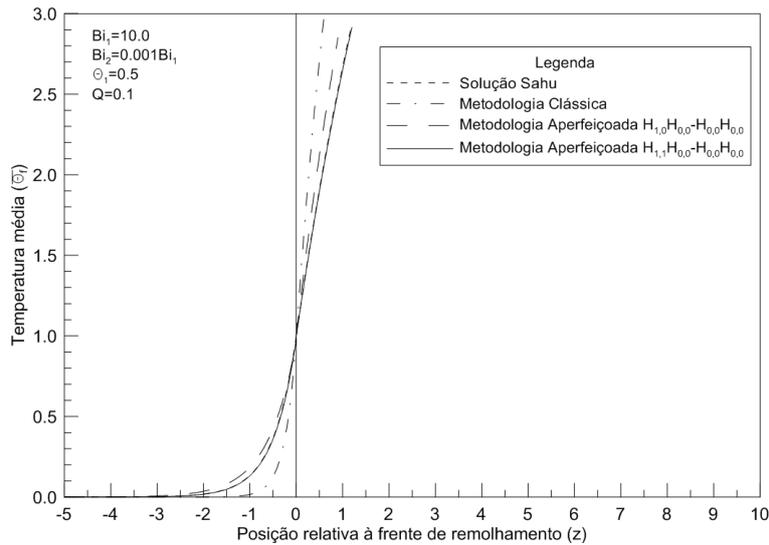


Figura 4.29: Comparação da variação da temperatura média próxima à frente de remolhamento no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um parâmetro da fonte de calor de 10^{-1} .

A tabela 4.5 resume os valores dos números de Péclet encontrados através da iteração da equação (4.1) para cada metodologia utilizada e com $Bi_1 = 10,0$, para obtenção do gráfico da variação de temperatura média adimensional com a distância relativa à frente de remolhamento. Valores para o Número de Péclet menores do que zero foram omitidos por não apresentarem consistência física.

Quando comparados os valores dos números de Péclet encontrados para as placas planas na tabela 4.3 e para o combustível cilíndrico na tabela 4.5, pode ser observado que os números de Péclet para o combustível cilíndrico são maiores, o que pode ser explicado pela sua própria geometria facilitar a retirada de calor com consequente aumento da taxa de remolhamento.

Tabela 4.5: Valores do número de Péclet para cada metodologia utilizada e $Bi_1 = 10, 0$.

Metodologia	Número de Péclet					
	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1
Formulação clássica de parâmetros concentrados	5,16	5,13	4,84	3,16	0,720	-
Formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados $H_{1,0}$ e $H_{0,0}$ para o combustível	3,16	3,14	2,96	1,926	0,411	-
Formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados $H_{1,1}$ e $H_{0,0}$ para o combustível	2,47	2,46	2,32	1,505	0,299	-
Solução Sahu et al. [11]	2,47	2,46	2,32	1,509	0,307	-

O efeito do número de Biot na taxa de remolhamento e no número de Péclet para o combustível cilíndrico utilizando a metodologia de aproximação por parâmetros concentrados clássica e para as metodologias aperfeiçoadas com número de Biot como parâmetro pode ser observado nas figuras 4.30 a 4.32 a seguir:

Pelas figuras 4.30 a 4.32 pode-se observar que para um número de Biot fixo, a taxa de remolhamento e o número de Péclet diminuem com o aumento do parâmetro da fonte de calor.

Pelos gráficos pôde-se observar que o aumento do parâmetro da fonte de calor implica em uma diminuição do número de Péclet devido ao aumento dos efeitos condutivos e diminuição dos efeitos convectivos, até que haja uma completa parada da frente de remolhamento quando o número de Péclet se iguala a zero, momento em que o parâmetro da fonte de calor atinge um valor Q_{crit} , que impede o remolhamento.

Para uma análise hipotética, apesar de não ser a situação realística de operação de um típico reator PWR, caso o parâmetro da fonte de calor se tornasse maior do que o Q_{crit} , ou seja, $Q > Q_{crit}$, os valores para os números de Péclet pasariam a ser menores do que zero, havendo uma reversão de sentido da frente de remolhamento e conseqüente secamento do núcleo.

Ainda na análise das figuras 4.30 a 4.32, pode-se observar que independente da metodologia, o número de Péclet é reduzido mais abruptamente para valores do número de Biot mais altos, havendo um ligeiro aumento no valor de Q_{crit} onde cessaria do remolhamento do núcleo. Este efeito pode ser explicado pelo aumento dos efeitos conductivos em relação aos efeitos de troca de calor convectivos para números maiores do número de Biot, diminuindo assim o remolhamento do núcleo.

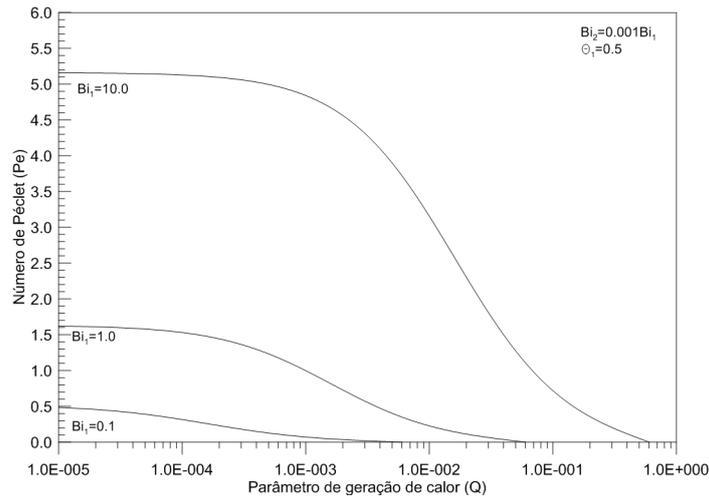


Figura 4.30: Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico utilizando a formulação de parâmetros concentrados clássica com o número de Biot como parâmetro.

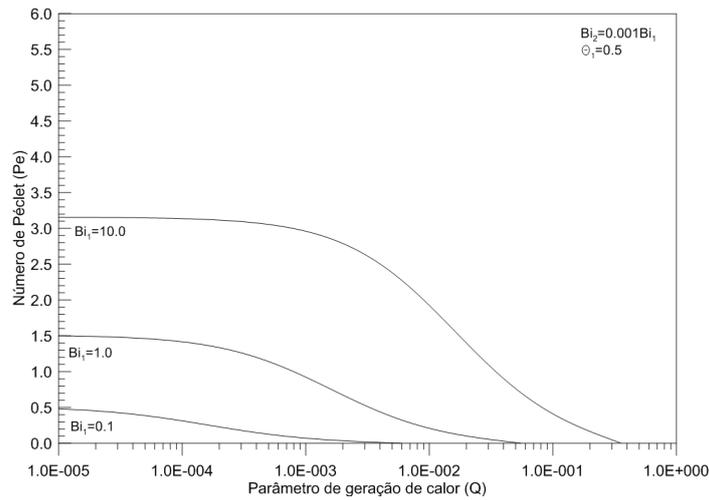


Figura 4.31: Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{1,0}$ para a temperatura do combustível e $H_{0,0}$ para a sua derivada) com o número de Biot como parâmetro.

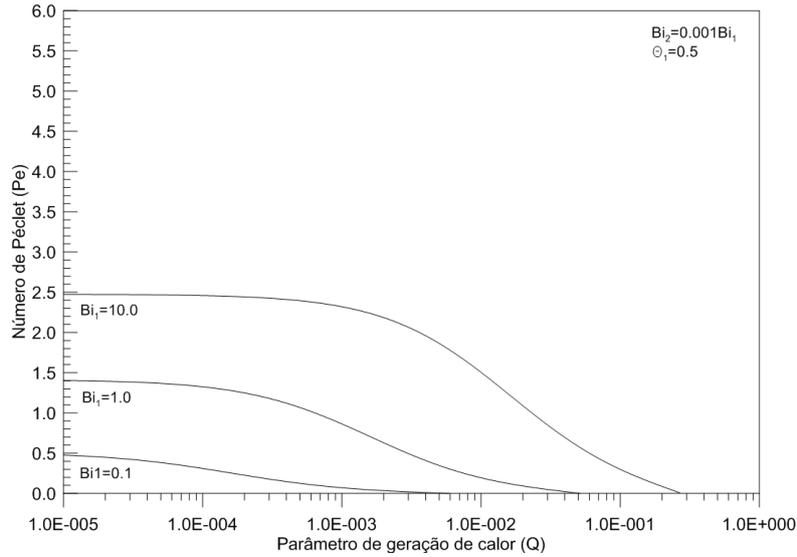


Figura 4.32: Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{1,1}$ para a temperatura do combustível e $H_{0,0}$ para a sua derivada) com o número de Biot como parâmetro.

As figuras 4.33, 4.34 e 4.35 fazem uma comparação das diferentes metodologias utilizadas neste trabalho, mostrando a variação do número de Péclet com o parâmetro da fonte de calor para $Bi_1 = 10, 0$, $Bi_1 = 1, 0$ e $Bi_1 = 0, 1$, respectivamente.

Na figura 4.33 pode ser observado que a formulação clássica de parâmetros concentrados superestima consideravelmente os valores para a taxa de remolhamento do núcleo quando comparadas com a solução encontrada por Sahu et al. [11] para valores do parâmetro da fonte de calor menores do que 10^{-4} , diminuindo esta divergência conforme Q aumenta mas ainda superestimando o valor para Q_{crit} , indicando que o núcleo ainda seria remolhado para um valor de Q_{crit} maior do que o encontrado por Sahu et al. [11].

É interessante observar que a solução por parâmetros concentrados aperfeiçoada com $H_{1,0}$ para a temperatura do combustível, $H_{0,0}$ para a temperatura do revestimento e $H_{0,0}$ para as suas derivadas já possui um grau de aproximação maior com esta mesma solução.

A medida que a formulação por parâmetros concentrados aumenta a ordem de sua aproximação para $H_{1,1}$ para a temperatura do combustível, $H_{0,0}$ para a temperatura do revestimento e $H_{0,0}$ para as suas derivadas, pode-se notar uma similaridade bastante alta com a solução obtida nesta dissertação através da formulação por parâmetros concentrada aperfeiçoada com a solução obtida por Sahu et al. [11].

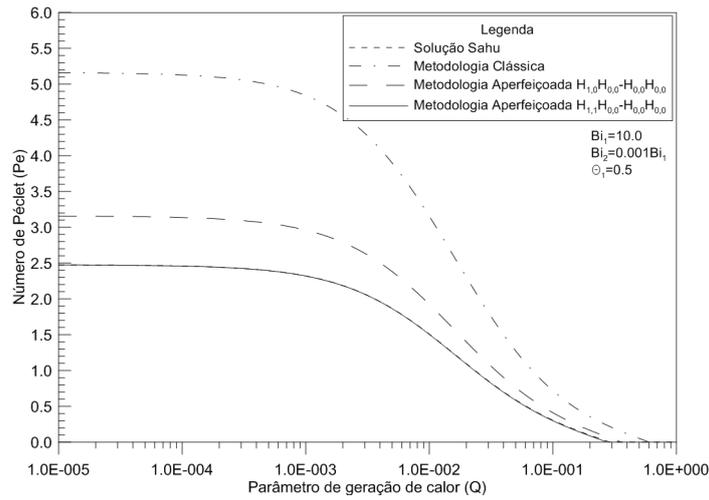


Figura 4.33: Comparação da Variação do número de Péclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um número de Biot de 10, 0.

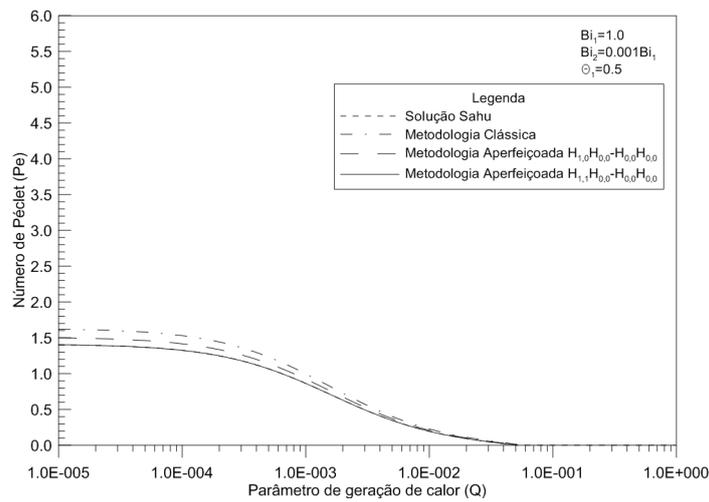


Figura 4.34: Comparação da Variação do número de Péclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um número de Biot de 1, 0.

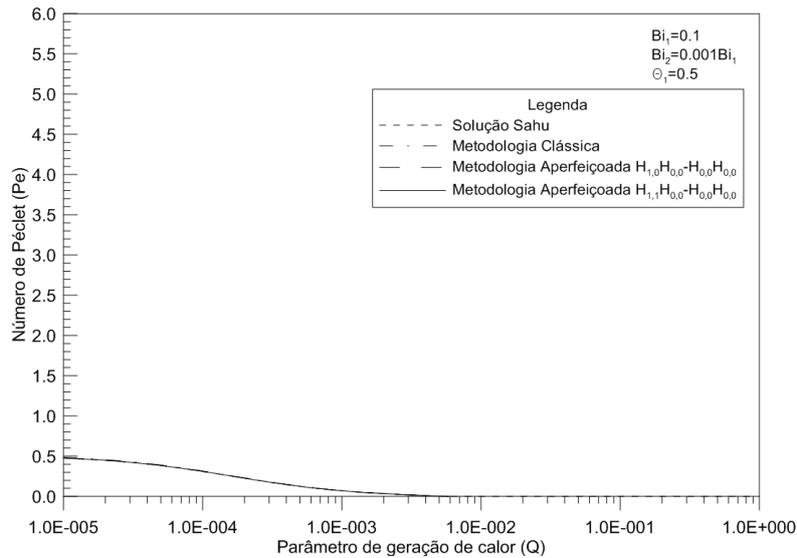


Figura 4.35: Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um número de Biot de 0, 1.

Para um valor do número de Biot igual a 1, 0, pode ser observado na figura 4.34 que a divergência da formulação clássica, tanto em relação à solução encontrada por Sahu et al. [11], quanto às duas aproximação aperfeiçoadas por parâmetros concentrados diminui consideravelmente para valores baixos do parâmetro da fonte de calor, convergindo para um valor de Q_{crit} conforme Q aumenta bastante similar entre as soluções.

Para valores do número de Biot ainda menores, pode ser observado na figura 4.35 que a formulação por parâmetros concentrados tem uma melhora com a diminuição do número de Biot, não somente em relação à convergência quando Q atinge Q_{crit} , mas mostrando ter uma diferença muito pequena em toda a faixa de valores do parâmetro da fonte de calor em relação às outras soluções.

Em todas as figuras 4.33, 4.34 e 4.35, pode ser observado que a formulação aperfeiçoada por parâmetros concentrados de $H_{1,0}$ para a temperatura do combustível, $H_{0,0}$ para a temperatura do revestimento e $H_{0,0}$ para as suas derivadas já possui uma aproximação com a solução obtida por Sahu et al. [11] e a solução através da formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados $H_{1,1}$ para a temperatura do combustível, $H_{0,0}$ para a temperatura do revestimento e $H_{0,0}$ para as suas derivadas, havendo uma melhora cada vez maior em termos de concordância de soluções conforme o número de Biot diminui.

Ainda pela análise das figuras 4.33, 4.34 e 4.35, pode-se se observar que a solução através da formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados $H_{1,1}$ para a temperatura do combustível, $H_{0,0}$ para a temperatura do revestimento e $H_{0,0}$ para as suas derivadas possui um grau de exatidão e concordância com a solução obtida

por Sahu et al. [11] que independe do número de Biot, podendo ser consideradas praticamente idênticas pela análise das três figuras.

Similarmente à análise realizada para as figuras 4.30 a 4.35 com o número de Biot como parâmetro variável, as figuras 4.36 a 4.41 mostram o comportamento do número de Péclet com o parâmetro de temperatura de remolhamento adimensional θ_1 .

O mesmo pôde ser observado em termos de acurácia das soluções entre a formulação clássica por parâmetros concentrados e a solução obtida por Sahu et al. [11] e pelas formulações aperfeiçoadas por parâmetros concentrados: quanto menor o valor do número de Biot, maior a convergência das soluções para um mesmo valor.

O comportamento da variação da taxa de remolhamento com o parâmetros θ_1 é similar ao comportamento para variação do número de Biot.

Um ponto interessante que pode ser observado nas figuras 4.36 a 4.38 é que o valor de Q_{crit} não varia com a variação do parâmetro θ_1 .

Uma última observação que pode ser feita é que θ_1 representa a diferença de temperatura entre a parte seca do combustível e a frente de remolhamento e uma superfície quente possui maior facilidade de ser resfriada por remolhamento quando a diferença de sua temperatura e a temperatura da frente de remolhamento é pequena, implicando em valores pequenos para θ_1 e valores mais altos para o número de Péclet e, conseqüentemente, valores maiores para a taxa de remolhamento, como pode ser observado nas figuras 4.36 a 4.38.

A tabela 4.6 resume os valores encontrados para o Q_{crit} para as diferentes metodologias e números de Biot.

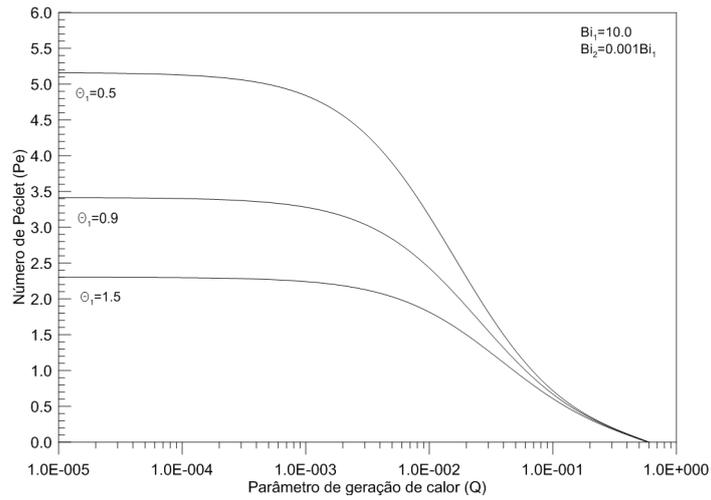


Figura 4.36: Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico utilizando a formulação de parâmetros concentrados clássica com θ_1 como parâmetro.

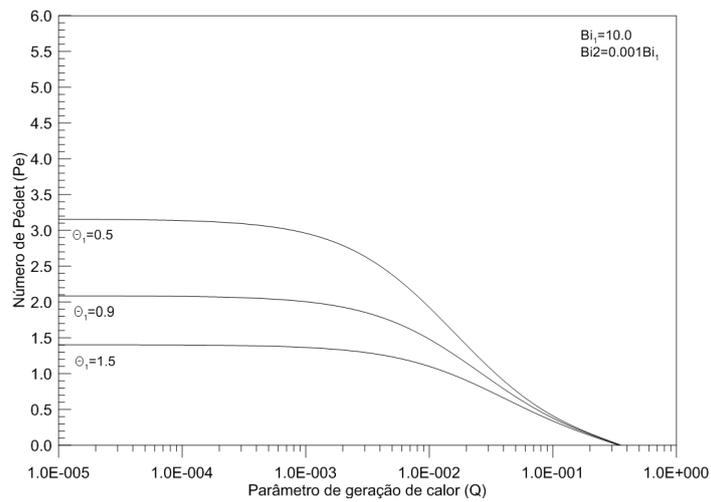


Figura 4.37: Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{1,0}$ para a temperatura do combustível e $H_{0,0}$ para a sua derivada) com θ_1 como parâmetro.

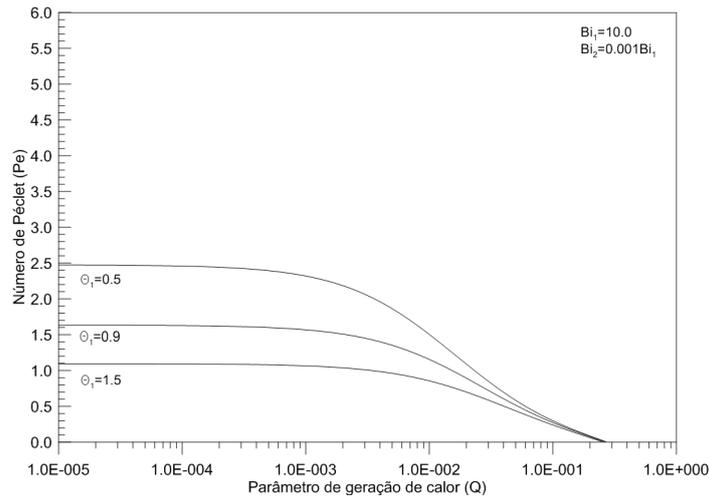


Figura 4.38: Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados (aproximação de Hermite $H_{1,1}$ para a temperatura do combustível e $H_{0,0}$ para a sua derivada) com θ_1 como parâmetro.

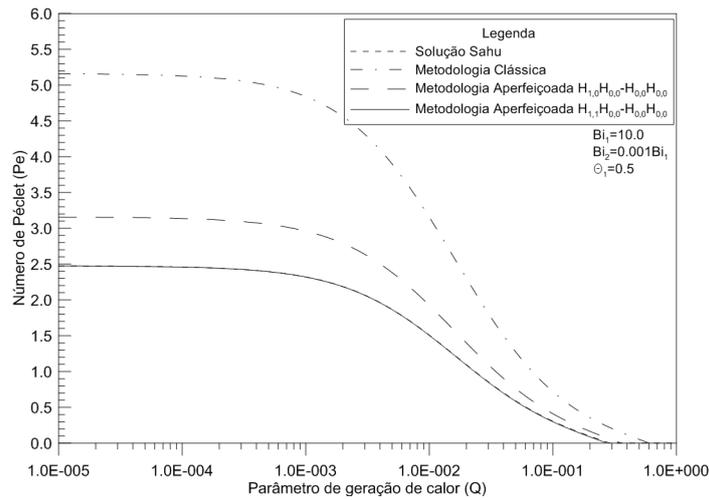


Figura 4.39: Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um θ_1 de 0,5.

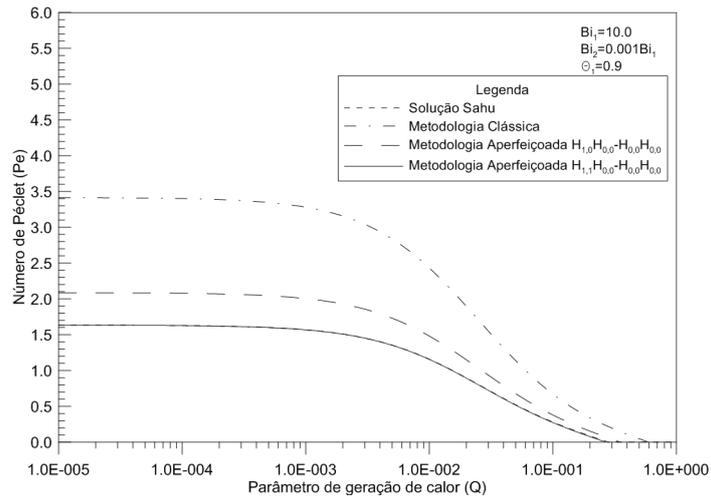


Figura 4.40: Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um θ_1 de 0,9.

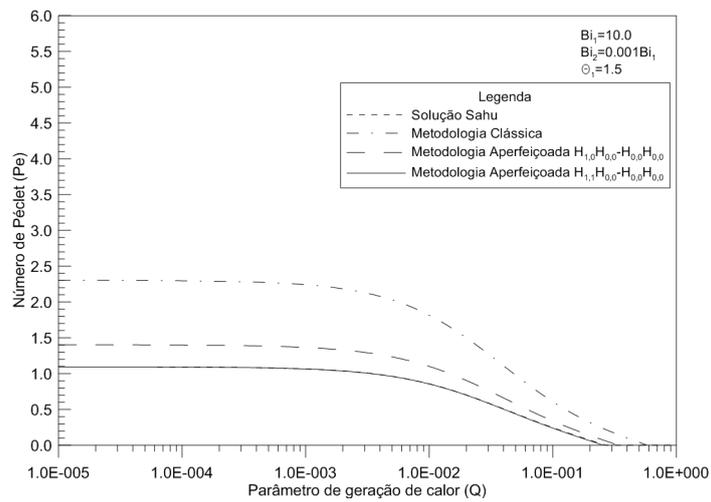


Figura 4.41: Comparação da Variação do número de Peclet para vários parâmetros de geração de calor no combustível cilíndrico para as diferentes metodologias utilizadas para um θ_1 de 1,5.

Tabela 4.6: Valores de Q_{crit} para as formulações por parâmetros concentrados clássica e aperfeiçoadas e diferentes números de Biot.

Metodologia	Número de Biot		
	10,0	1,0	0,1
Formulação clássica de parâmetros concentrados	0,603	0,0602	0,00603
Formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados $H_{1,0}$ e $H_{0,0}$ para o combustível	0,355	0,0550	0,00589
Formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados $H_{1,1}$ e $H_{0,0}$ para o combustível	0,269	0,0513	0,00589
Solução Sahu et al. [11]	0,288	0,0513	0,00589

Quando comparados os valores dos Q_{crit} encontrados para placas planas na tabela 4.4 e para o combustível cilíndrico na tabela 4.6, pode ser observado que os números de Q_{crit} para o combustível cilíndrico são maiores, o que pode ser explicado pela sua própria geometria facilitar a retirada de calor com conseqüente aumento da taxa de remolhamento.

Capítulo 5

Conclusão e Sugestões

5.1 Conclusão

Neste trabalho foi estudado o sistema de remolhamento de combustíveis na disposição de um combustível em placas planas, cilíndrico e da vareta combustível PWR. Foram obtidos perfis de temperatura para estes componentes utilizando-se a formulação clássica por parâmetros concentrados e comparados os resultados com a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados. Também foram obtidos valores para o número de Péclet que satisfazem a condição de continuidade entre as equações obtidas para as regiões seca e molhada da análise e valores de fluxos de calor críticos que impeçam o remolhamento do sistema, qualquer que seja o tipo de combustível que está sendo utilizado.

Foram utilizadas aproximações de Hermite $H_{0,0}/H_{0,0}$ para o perfil de temperatura adimensional do combustível em placas planas e sua derivada, respectivamente. Também foram analisadas aproximações da ordem $H_{1,0}/H_{0,0}$ para o combustível cilíndrico assim como aproximações da ordem $H_{1,1}/H_{0,0}$ para ambos, sendo os primeiros termos aproximações para os perfis de temperatura adimensional e os segundos termos para as suas derivadas.

Para a vareta combustível foram utilizadas aproximações de Hermite $H_{1,0}/H_{0,0}$ para o perfil de temperatura adimensional do combustível e sua derivada, respectivamente e aproximações de Hermite $H_{0,0}/H_{0,0}$ para o perfil de temperatura adimensional do revestimento e sua derivada, respectivamente. Também foram analisadas aproximações da ordem $H_{1,1}/H_{0,0}$ para o combustível, mantendo as aproximações da ordem $H_{0,0}/H_{0,0}$ para o revestimento.

A análise com uma formulação inicialmente bidimensional foi transformada em uma análise contendo apenas equações diferenciais ordinárias através da formulação por parâmetros concentrados clássica e pelas aproximações de Hermite, além da aproximação da dependência do tempo como um sistema de coordenadas se movendo

com velocidade constante junto com a frente de remolhamento.

Foi concluído que, tanto para a análise do combustível em placas planas e do combustível cilíndrico, quanto maior a ordem das aproximações de Hermite, maior o grau de exatidão e convergência com trabalhos anteriores as presentes soluções, ao passo que a solução por parâmetros concentrados clássica mantém um bom nível de exatidão apenas para valores do número de Biot reduzidos.

5.2 Sugestões

A fim de que os resultados se tornem o mais próximos quanto possível das condições reais de um reator PWR, fazem-se saber as seguintes considerações para trabalhos futuros:

1. Validar os presentes resultados utilizando a formulação aperfeiçoada de parâmetros concentrados comparando com resultados obtidos através de modelos numéricos e experimentais;
2. Mudar a premissa de que as propriedades físicas do sistema são constantes e considerar que ρ_f , ρ_c , k_f , k_c , c_{pf} e c_{pc} são funções da temperatura;
3. Considerar que a temperatura do refrigerante não é uma temperatura fixa, mas sim uma temperatura variável que depende das condições em que a análise é feita.

Referências Bibliográficas

- [1] NASA. “System Failure Case Studies - Island Fever”, v. 4, n. 3, pp. 4–7, 2010.
- [2] IVO, H., LUCIE, K. “Magazine All for Power - Welding the components of nuclear power plants”. Disponível em: <<http://www.allforpower.com/clanek/380-welding-the-components-of-nuclearpower-plants/>>.
- [3] ELETRONUCLEAR. “2. CARACTERIZAÇÃO DO EMPREENDIMENTO”. Disponível em: <<http://www.eletronuclear.gov.br/hotsites/eia/v01{ }02{ }caracterizacao.html>>.
- [4] GRAY, T. “Sample of the element Zirconium in the Periodic Table”. Disponível em: <<http://www.theodoregray.com/periodictable/Samples/040.14/index.s12.html>>.
- [5] SCHOLLE, P. A., ULMER-SCHOLLE, D. S. “Nuclear Energy Basics: How Is Power Produced?” Disponível em: <<http://geoinfo.nmt.edu/resources/uranium/power.html>>.
- [6] MOREIRA, F. C. *Análise de condução de calor com mudança de fase em uma vareta combustível nuclear*. Tese de Doutorado, 2013.
- [7] SAHU, S. K., DAS, P. K., BHATTACHARYYA, S. “Analytical and semi-analytical models of conduction controlled rewetting: a state-of-the-art review”, *Thermal Science*, v. 19, n. 5, pp. 1479–1496, 2015. ISSN: 03549836. doi: 10.2298/TSCI121231125S.
- [8] SAHU, S. K., DAS, P. K., BHATTACHARYYA, S. “Rewetting analysis of hot surfaces with internal heat source by the heat balance integral method”, *Heat and Mass Transfer/Waerme- und Stoffuebertragung*, v. 44, n. 10, pp. 1247–1256, 2008. ISSN: 09477411. doi: 10.1007/s00231-007-0360-6.
- [9] DUFFERY, R. B., PORTHOUSE, D. T. C. “The physics of rewetting in water reactor emergency core cooling”, v. 25, n. April, pp. 379–394, 1973.
- [10] TODREAS, N. E., KAZIMI, M. S. *Nuclear Systems I: Thermal Hydraulic Fundamentals. Vol. 1*. Taylor & Francis, 1990. ISBN: 1-56032-051-6.

- [11] SAHU, S. K., DAS, P. K., BHATTACHARYYA, S. “Rewetting analysis of hot surfaces with internal heat source by the heat balance integral method”, *Heat and Mass Transfer*, v. 44, n. 10, pp. 1247–1256, 2008. ISSN: 09477411. doi: 10.1007/s00231-007-0360-6.
- [12] SATAPATHY, A. K. “Thermal analysis of an infinite slab during quenching”, *Communications in Numerical Methods in Engineering*, v. 16, n. 8, pp. 529–536, 2000. ISSN: 10698299.
- [13] SATAPATHY, A. K., SAHOO, R. K. “Rewetting of an infinite slab with uniform heating under quasi-steady conditions”, *ASME Journal of Heat Transfer*, v. 124, n. 875, pp. 880, 2002.
- [14] SATAPATHY, A. K., KAR, P. K. “Rewetting of an infinite slab with boundary heat flux”, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, v. 37, pp. 87–99, 2000.
- [15] SATAPATHY, A. K., SAHOO, R. K. “Rewetting of an infinite tube with a uniform heating”, *Heat and Mass Transfer/Waerme- und Stoffuebertragung*, v. 38, n. 7-8, pp. 589–595, 2002. ISSN: 09477411. doi: 10.1007/s00231-001-0280-9.
- [16] OLEK, S. “Solution to a fuel-and-cladding rewetting model”, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, v. 16, pp. 143–158, 1989.
- [17] YEH, H.-C. “An analysis of rewetting of a nuclear fuel rod in water reactor emergency core cooling”, *Nuclear Engineering and Design*, v. 34, pp. 317–322, 1975.
- [18] YEH, H.-C. “An analytical solution to fuel-and-cladding model of the rewetting of a nuclear fuel rod”, *Nuclear Engineering and Design*, v. 61, pp. 101–112, 1980.
- [19] ROGOVIN, M. “Three mile Island”, *Technology and Society*, v. 7, n. 28, pp. 9–11, 1979. ISSN: 0194-3359. doi: 10.1109/TS.1979.6500414. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6500414>>.
- [20] MØLLER, A. P., MOUSSEAU, T. A. “Strong effects of ionizing radiation from Chernobyl on mutation rates”, *Scientific Reports*, v. 5, pp. 8363, 2015. ISSN: 2045-2322. doi: 10.1038/srep08363. Disponível em: <<http://www.nature.com/srep/2015/150210/srep08363/full/srep08363.html>> <<http://www.nature.com/doifinder/10.1038/srep08363>>.

- [21] WANG, Q., CHEN, X., YI-CHONG, X. “Accident like the Fukushima unlikely in a country with effective nuclear regulation: Literature review and proposed guidelines”, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 17, n. C, pp. 126–146, 2013. Disponível em: <<http://econpapers.repec.org/RePEc:eee:rensus:v:17:y:2013:i:c:p:126-146>>.
- [22] OF ENERGY, U. D. *DOE FUNDAMENTALS HANDBOOK NUCLEAR PHYSICS Volume 2 of 2*, v. 2. U.S. Department of Energy, 1993.
- [23] CNEN. *Segurança Na Operação De Usinas Nucleoelétricas*. CNEN, 1997.
- [24] IAEA. *Computational analysis of the behaviour of nuclear fuel under steady state, transient and accident conditions*. N. December. IAEA, 2007.
- [25] LOBO, R. D. M. “Análise microestrutural do Zircaloy-4 submetido a diferentes tratamentos termo-mecânicos”, *Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares - IPEN. Dissertação (Mestrado)*, 2002.
- [26] IAEA. *Management of Reprocessed Uranium – Current Status and Future Prospects*. N. February. IAEA, 2007. ISBN: 92-0-114506-3. Disponível em: <http://www-pub.iaea.org/MTCD/Publications/PDF/te_{_}1529_{_}web.pdf> <<http://www-pub.iaea.org/books/IAEABooks/7588/Management-of-Reprocessed-Uranium-Current-Status-and-Future-Prospects>>.
- [27] YEH, H.-C. “Method of solving the potential field in complicated geometries and the potential flow in the lower plenum of a pressurized water reactor”, *Nuclear Engineering and Design*, v. 32, pp. 85, 1975.
- [28] YAMANOUCHI, A. “Effect of core spray cooling in transient state after loss of coolant accident”, *Journal of Nuclear Science and Technology*, v. 5, n. 11, pp. 547–558, 1968. ISSN: 0022-3131. doi: 10.1080/18811248.1968.9732513.
- [29] THOMPSON, T. S. “On the process of rewetting a hot surface by a falling liquid film”, *Nuclear Engineering and Design*, v. 31, 1974.
- [30] OLEK, S., ZVIRIN, Y., ELIAS, E. “Rewetting of hot surfaces by falling liquid films as a conjugate heat transfer problem”, *Brain*, v. 79, n. August, pp. 5093–5096, 1988.
- [31] FERNG, Y. M., CHIENG, C. C., PAN, C. “Predictions of rewetting process for a nuclear fuel rod using first-principles equations”, *Nuclear Engineering*

- and Design*, v. 126, n. 2, pp. 189–205, 1991. ISSN: 00295493. doi: 10.1016/0029-5493(91)90110-4.
- [32] PIGGOTT, B. D. G., PORTHOUSE, D. T. C. “A correlation of rewetting data”, *Central Electricity Generating Board, Berkley Nuclear Laboratories, Berkley, Gloucestershire, UK*, v. 32, pp. 171–181, 1975.
- [33] HEWITT, G., DELHAYE, J., ZUBER, N. *Multiphase Science and Technology*. Springer Science & Business Media, 1977.
- [34] GUNNERSON, F. S., YACKLE, T. R. “Quenching and rewetting of nuclear fuel rods”, *Nuclear Fuels*, pp. 113–117, 1981.
- [35] SUN, K. H., DIX, G. E., TIEN, C. L. “Cooling of a Very Hot Vertical Surface by a Falling Liquid Film”, *Journal of Heat Transfer*, v. 96, n. 2, pp. 126, 1974. ISSN: 00221481. doi: 10.1115/1.3450151.
- [36] THOMAS, R. M. “Methods for calculating the conduction-controlled rewetting of a clad rod”, *Nuclear Engineering and Design*, v. 110, pp. 1–16, 1988.
- [37] CHEN, J. C. “A correlation for boiling heat transfer to saturated fluids in convective flow”. In: preprint 63-HT-34, A. (Ed.), *Proc. 6th National Heat Transfer*, pp. 11–14, Conference, Boston, 1963.
- [38] TONG, L. “Heat transfer mechanism in nucleate and film boiling”, *Nuclear Engineering and Design*, v. 21, pp. 1–25, 1972.
- [39] HEINEMAN, J. “An experimental investigation of heat transfer to superheated steam in round and rectangular channels”, *ANL-6213*, 1960.
- [40] TIEN, C. L., YAO, L. S. “Analysis of conduction-controlled rewetting of a vertical surface”, *ASME Journal of Heat Transfer*, v. 97, pp. 161–165, 1975.
- [41] MENNIG, J., OZISIK, M. “Coupled integral equation approach for solving melting or solidification”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 28, n. 2, pp. 1481–1485, 1985.
- [42] COTTA, R. M., OZISIK, M., MENNIG, J. “Coupled integral equation approach for solving phase-change problems in a finite slab”, *Journal of the Franklin Institute*, v. 327, pp. 225–234, 1990.
- [43] COTTA, R. M., MIKHAILOV, M. *Heat Conduction - Lumped Analysis, Integral Transforms, Symbolic*. Chichester, John Wiley and Sons, 1997.

- [44] CORRÊA, E. J., COTTA, R. M. “Enhanced lumped-differential formulations of diffusion problems”, *Applied Mathematical Modelling*, v. 22, n. 3, pp. 137–152, 1998. ISSN: 0307904X. doi: 10.1016/S0307-904X(98)00005-5.
- [45] REGIS, C. R., COTTA, R. M., SU, J. “Improved lumped analysis of transient heat conduction in a nuclear fuel rod”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, v. 27, n. 3, pp. 357–366, 2000.
- [46] SU, J., COTTA, R. M. “Improved lumped parameter formulation for simplified LWR thermohydraulic analysis”, *Annals of Nuclear Energy*, v. 28, n. 10, pp. 1019–1031, 2001. ISSN: 03064549. doi: 10.1016/S0306-4549(00)00104-3.
- [47] SU, J. “Improved lumped models for asymmetric cooling of a long slab by heat convection”, *Heat and Mass Transfer*, v. 28, n. 7, pp. 973–983, 2001.
- [48] SU, G., TAN, Z., SU, J. “Improved lumped models for transient heat conduction in a slab with temperature-dependent thermal conductivity”, *Applied Mathematical Modelling*, v. 33, n. 1, pp. 274–283, 2009. ISSN: 0307904X. doi: 10.1016/j.apm.2007.11.007.
- [49] SU, J. “Improved lumped models for transient radioactive cooling of a spherical body”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, v. 31, n. 1, pp. 85–94, 2004.
- [50] OLEK, S. “Rewetting of a solid cylinder with precursory cooling”, *Applied Scientific Research*, v. 46, pp. 347–364, 1989.